



Escuela Naval Arturo Prat

GUÍA 3: MODELOS FÍSICOS

Héctor Jaime Fuenzalida

October 17, 2024

1 FUNCIÓN LINEAL: AJUSTE LIBRE

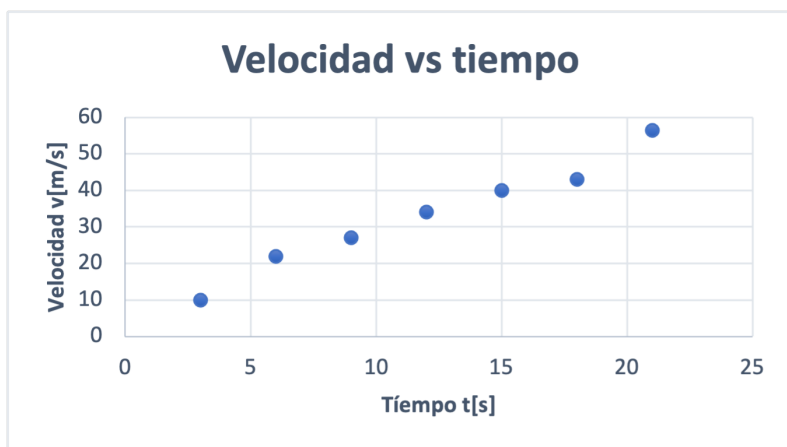
1. Un buque sufre un accidente, por lo que comienza a derramar petróleo. Desde un helicóptero se monitorea el tamaño de la mancha, obteniéndose el siguiente registro.

Tiempo(h)	0	0,25	1,0	2,0	3,0	5,0	10,0
Área(km ²)	0	0,13	1,84	4,3	6,9	12,3	29,6
Diámetro(km)	0	0,4	1,0	2,0	3,0	4,0	6,0



- Realice una gráfica para representar el área de la mancha en función del tiempo.
- ¿Qué tipo de relación hay entre el área de la mancha y el tiempo? Explique.
- Construya un modelo matemático que describa el área de la mancha como función del tiempo, escribiendo el modelo matemático y el modelo con los parámetros Físicos, utilizando las unidades de medidas de las constantes.

2. Emplee el método del ajuste libre para determinar la relación entre las variables mostradas en el siguiente gráfico. Debe indicar la unidad de medida de las constantes encontradas.



3. Grafique los datos de la tabla, determinar el tipo de función obtenida y escribir el modelo matemático que representa la gráfica.

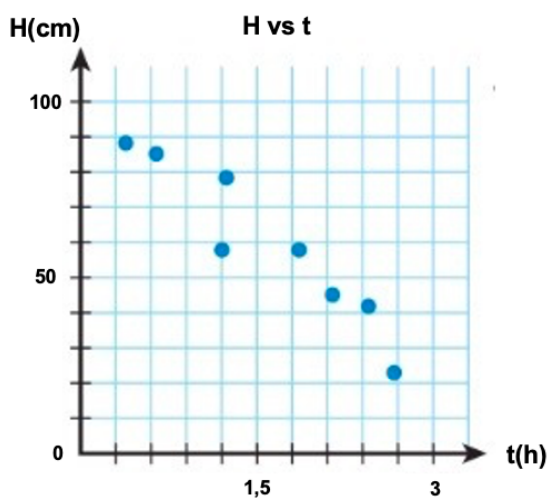
Tabla 1:

d(m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t(s)	17	14	11	8	5	2	-1	-4	-7	-10

Tabla 2:

v(m/s)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t(s)	-3	-1	1	3	5	7	9	11	13	15

4. Emplee el método del ajuste libre para determinar la relación entre las variables mostradas en el siguiente gráfico. Debe indicar la unidad de medida de las constantes encontradas y escribir el modelo físico obtenido.



5. Mediante Una experiencia de laboratorio se obtiene la siguiente tabla de datos: Sobre un mismo

x(m)	0	1	2	3	4	5	6	7
y(m)	-2,8	-0,8	1,4	3,0	5,2	6,6	9,4	11

gráfico y con diferente color, grafique las rectas que resultan de aplicar el método: de ajuste libre.

2 FUNCIÓN LINEAL, MÉTODO DE LOS CUADRADOS MÍNIMOS

6. El número de horas dedicadas al estudio de una asignatura y la calificación obtenida en el examen correspondiente se muestra en la siguiente tabla de datos.

H(h)	16	20	23	27	32	34
N	6,0	6,5	7,0	8,0	8,9	9,5

- Utilice el método de los cuadrados mínimos para obtener la ecuación de la recta de mejor ajuste.
- Utilice el modelo para estimar el numero de horas necesarias de estudio para obtener una calificación 10.

7. Las mujeres comenzaron a correr carreras olímpicas de 100 metros en 1928. En la siguiente tabla se muestran los tiempos de quienes obtuvieron medalla de oro:

Año(A)	1928	1936	1960	1968	1980	1992	2000
Tiempo(s)	12,2	11,5	11	11	11,6	10,82	10,75

- a) Utilice el método de los cuadrados mínimos para determinar una relación entre el tiempo empleado en ganar la carrera y el año en que se obtuvo.
b) Utilice el modelo para estimar en que año se podría lograr ganar la carrera en 10 segundos.

8. La siguiente tabla muestra el patrón de crecimiento de una planta de frijol cultivado bajo iluminación especial.

Tiempo t(día)	3	4	5	7
Altura H(cm)	4,2	4,7	5,1	6,0

- a) Grafique los datos de la tabla.
b) Utilice el método de los cuadrados mínimos para determinar un modelo lineal para la altura de la planta en función del tiempo.
c) Utilice el modelo para predecir la altura de la planta el día 8.

9. El grillo del árbol nevado se conoce como el "grillo termómetro" porque es posible contar su frecuencia de chirrido y luego estimar la temperatura.

La siguiente tabla muestra el número de chirridos del grillo para distintas temperaturas.

Temperatura T(°F)	50	54	58	61	66	70	75	83	86
Chirridos por minuto Ch	41	57	78	90	104	120	144	178	192

- a) Confeccione un gráfico T vs Ch.
b) Utilice el método de los cuadrados mínimos para obtener un modelo lineal para el número de chirridos en función de la temperatura.
c) Utilice el modelo para encontrar la temperatura para la cual el número de chirridos por minuto del grillo sea 10.

10. La siguiente tabla muestra la altura alcanzada por unas plantas al cabo de 10 días de haber germinado. Cada planta ha sido expuesta durante tiempos distintos a la luz solar.

Tiempo t(h)	3	4	5	7
Altura H(cm)	4,5	5,2	6,1	8,0

- a) Asumiendo un comportamiento lineal, utilice el método de los cuadrados mínimos para determinar un modelo lineal para la altura de la planta en función del tiempo $h=h(t)$.
b) Utilice el modelo para predecir la altura de la planta cuando es expuesta a 8 horas de luz al día.

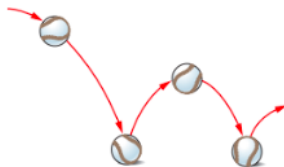
3 FUNCIÓN POTENCIA y FUNCIÓN EXPONENCIAL

11. Las siguientes expresiones fueron obtenidas al aplicar el método de los cuadrados mínimos para obtener modelos no lineales de potencias y exponenciales. A partir de estos modelos rectificados obtenga el modelo no lineal buscado.

- a) $\log(V) = 1,2 + 0,47\log(t)$
b) $\ln(T) = -0,37 - 1,5t$
c) $\log(a) = 15 + 2,1\log(x)$
d) $\ln(S) = 4,5 + 0,3m$

12. Una pelota de tenis se suelta desde una altura de 10 ft, registrándose en la siguiente tabla, la altura alcanzada por la pelota en cada rebote.

Número de rebote, N	1	2	3	4	5
Altura alcanzada, h(ft)	3,8	1,3	0,6	0,2	0,05



- Confecciones un gráfico de h vs N .
- Obtenga un modelo matemático de potencias para h en función de N .
- Obtenga un modelo matemático exponencial para h en función de N .

13. La hipotermia es una afección potencialmente mortal en qué la temperatura corporal desciende muy por debajo de lo normal de $98,6^{\circ}\text{F}$. Sin embargo, debido a que la hipotermia provoca que las funciones corporales se ralenticen, los médicos están explorando formas utilizar la hipotermia como técnica para extender el tiempo de operaciones delicadas como la cirugía cerebral. La siguiente tabla de datos experimentales ilustran la relación entre la temperatura corporal y la actividad cerebral.

Temperatura corporal, $T(^{\circ}\text{F})$	50	59	68	77	86	98,6
Actividad cerebral, $A(\%)$	11	16	24	37	52	100

- Utilice los datos de la tabla para obtener un modelo de potencia para A en función de T .
- Utilice los datos de la tabla para obtener un modelo exponencial para A en función de T .
- Utilice ambos modelos para determinar el porcentaje de actividad cerebral cuando la temperatura corporal es 39°F .
- Utilice ambos modelos para determinar la temperatura corporal si la actividad cerebral es 75% .

14. El rinoceronte negro africano es el segundo más grande. El rinoceronte negro ha caminado por la tierra durante 40 millones de años, y antes del siglo XIX, más de 1.000.000 de las especies deambulaban las llanuras de África. Sin embargo, ese número ha sido drásticamente reducido por la caza y la pérdida de hábitat natural.

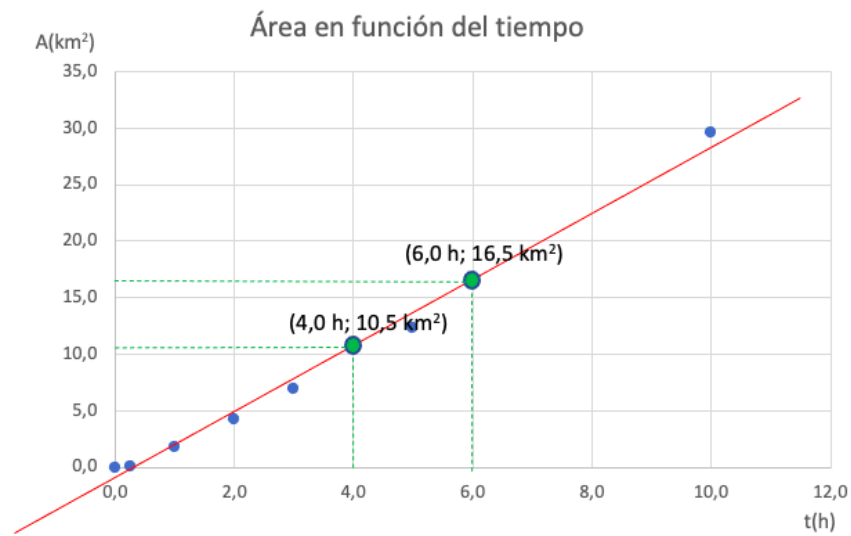
La siguiente tabla muestra la fuerte disminución en el número de rinocerontes negros entre 1970 y 1993.

Año, $t(\text{año})$	1970	1980	1984	1986	1993
Población, $N (\times 10^3)$	65	15	9	3,8	2,3

- Utilice los datos de la tabla para obtener un modelo exponencial para el número de rinocerontes en función del tiempo.
- Use el modelo obtenido para predecir el número de rinocerontes en los años 2000 y 2005.

4 RESPUESTAS

1. a)



b) Función lineal.

c) $A(t) = m \cdot T + b$

$$A(t) = \left(\frac{16,5m^2 - 10,5m^2}{6,0h - 4,0h} \right) \cdot T + b$$

$$A(t) = \left(3,0 \frac{km^2}{h} \right) \cdot T - 1km^2$$

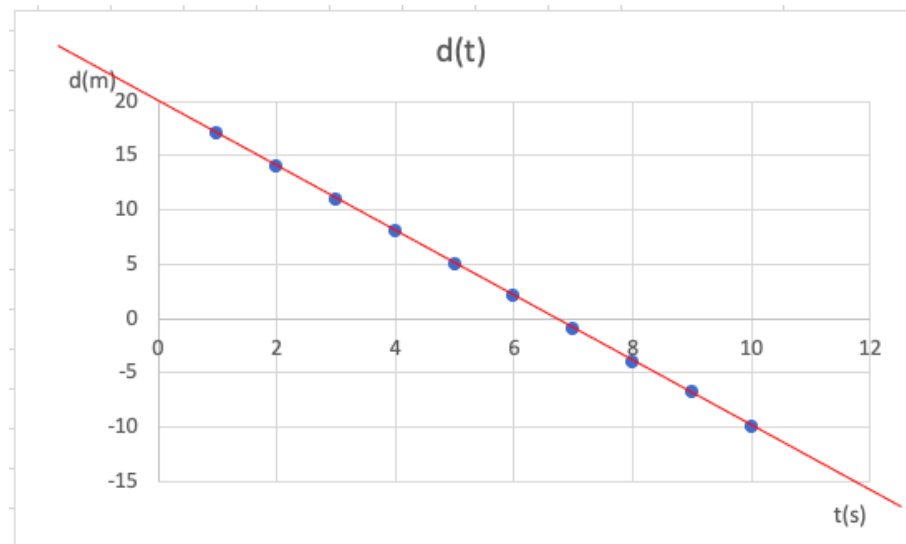
El intercepto "b" usted lo obtiene explícitamente de la gráfica.

2. $v(t) = m \cdot t + b$

$$v(t) = \left(\frac{42-17}{15-5} \right) \cdot t + b$$

$$v(t) = 2,5 \frac{m}{s^2} \cdot t + 4,5 \frac{m}{s}$$

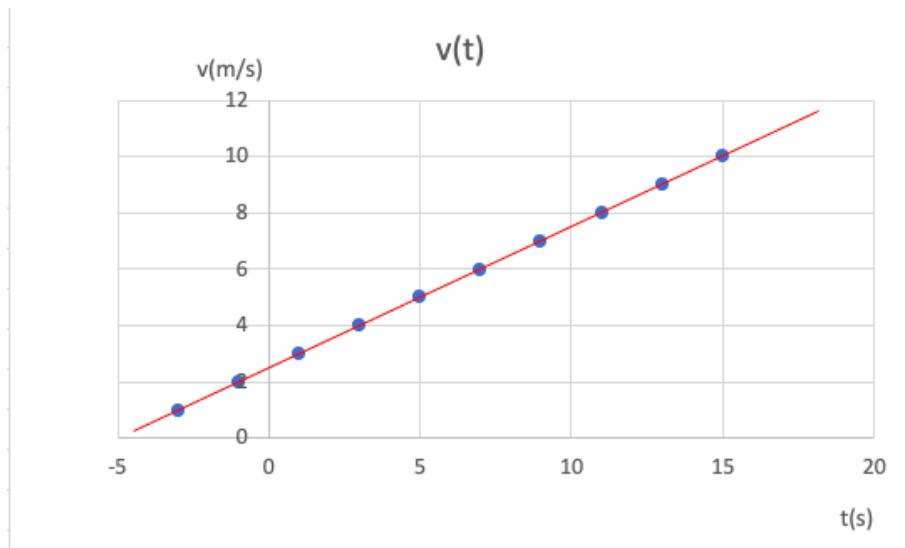
3.



$$d(t) = m \cdot t + b$$

$$d(t) = \left(\frac{10-2}{-10-14} \right) \cdot t + b$$

$$d(t) = \frac{1m}{3s} \cdot t + \left(\frac{20}{3} \right)m$$



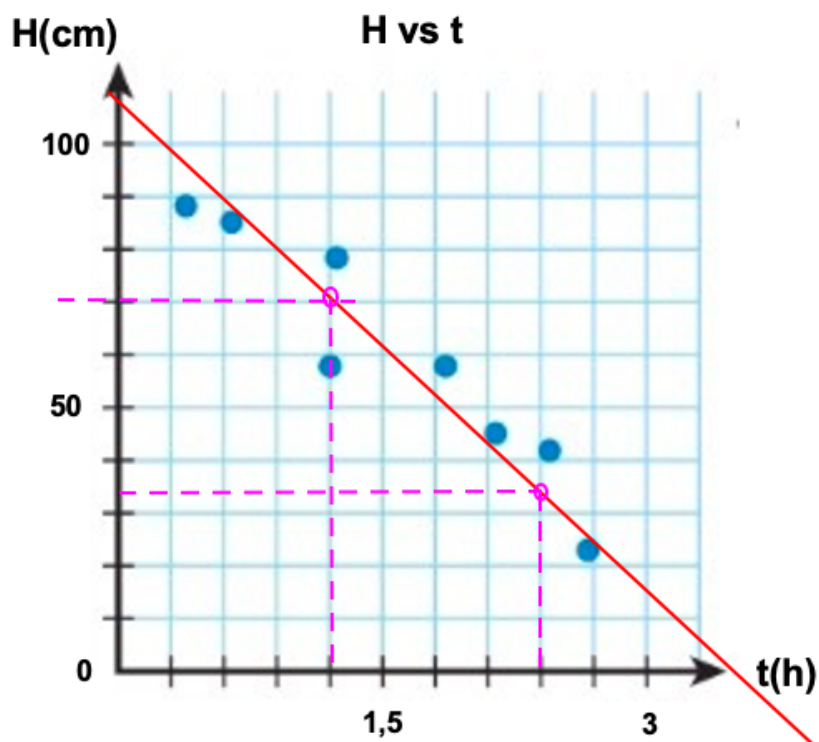
$$v(t) = m \cdot t + b$$

$$v(t) = \left(\frac{10-3}{15-1}\right) \cdot t + b$$

$$v(t) = \left(\frac{10-3}{15-1}\right) \cdot t + 2,5$$

$$v(t) = 0,5 \frac{m}{s^2} \cdot t + 2,5 \frac{m}{s}$$

4.



$$H(t) = m \cdot t + b$$

$$H(t) = \left(\frac{71-34}{2,4-1,2}\right) \cdot t + 110$$

$$H(t) = 30,83 \frac{cm}{h} \cdot t + 110cm$$

5.

6.

i	N	H(h)	N·h	N ²
1	6	16	96	36
2	6,5	20	130	42,25
3	7,0	23	161	49
4	8,0	27	216	64
5	8,9	32	284,8	79,21
6	9,5	34	323	90,25
	S _x	S _y	S _{xy}	S _x ²
	45,9	152	1210,8	360,71

$$m = \frac{6 \cdot 1210,8 - (45,9 \cdot 152)}{6 \cdot 360,71 - 45,9^2}$$

$$m = 5,01$$

$$b = \left(\frac{152}{6}\right) - 5,01 \cdot \left(\frac{45,9}{6}\right)$$

$$b = -13$$

$$N(H) = mN(H) = 5,01 \cdot 13,0$$

$$N(10) = 5,01 \cdot 10 - 13,0$$

$$N(10) = 37,11h$$

7.a)

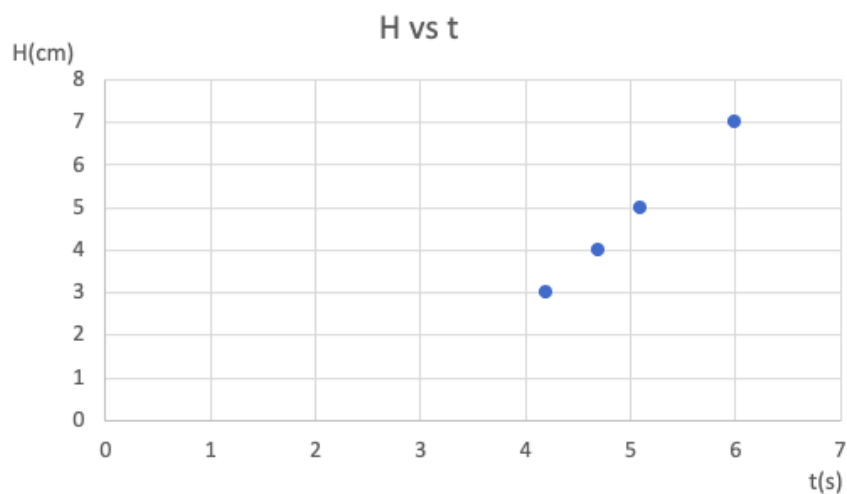
i	Tiempo(s)	Año(A)	T·A	T ²
1	1928	12.2	23521.6	3717184
2	1936	11.5	22264	3748096
3	1960	11	21560	3841600
4	1968	11	21648	3873024
5	1980	11.6	22968	3920400
6	1992	10.82	21553.44	3968064
7	2000	10.75	21500	4000000
	S _x	S _y	S _{xy}	S _x ²
	13764.00	78.87	155015.04	27068368.00

$$t(A) = m + b$$

$$t(A) = -0.0149 + 40.6$$

b) $A(10) \approx 2051,09 \text{ año}$

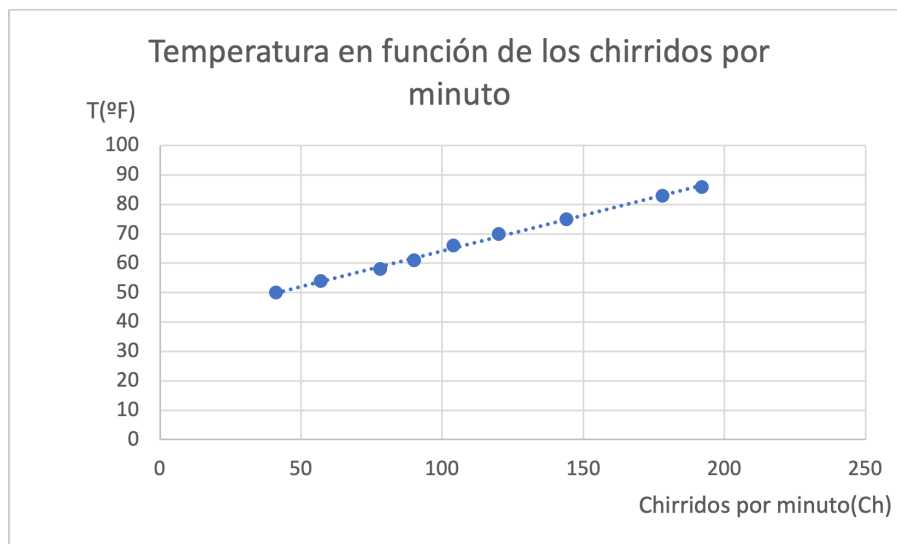
8.



b) $H(t) = 2.24t - 6.45$

c) $H(8) = 2.24 \cdot 8 - 6.45 = 11.47 \text{ cm}$

9.a)



b)

i	Chirridos/min(Ch)	T(°F)	Ch·T	Ch ²
1	41	50	2050	1681
2	57	54	3078	3249
3	78	58	4524	6084
4	90	61	5490	8100
5	104	66	6864	10816
6	120	70	8400	14400
7	144	75	10800	20736
8	178	83	14774	31684
9	192	86	16512	36864
	S _x	S _y	S _{xy}	S _x ²
	1004.00	603.00	72492.00	133614.00

$$m = \frac{S_{xy} - \frac{S_x \cdot S_y}{N}}{S_x^2 - \frac{(S_x)^2}{N}}$$

$$m = \frac{72492.00 - \frac{1004.00 \cdot 603.00}{9}}{133614.00 - \frac{(1004.00)^2}{9}}$$

$$m = \frac{72492.00 - 67268}{133614.00 - 112001.78}$$

$$m = \frac{5224}{21612.22}$$

$$m = 0,2417$$

$$b = \frac{S_y}{N} - m \cdot \frac{S_x}{N}$$

$$b = \frac{603.00}{9} - 0,2417 \cdot \frac{1004.00}{9}$$

$$b = 67 - 0,2417 \cdot 111,56$$

$$b = 67 - 26,963$$

$$b = 40,04$$

$$T = m \cdot Ch + b$$

$$T = 0,2417 \frac{C}{Ch} \cdot Ch + 40,04^{\circ}C$$

$$c) T(10) = 0,2417 \frac{C}{Ch} \cdot 10 + 40,04^{\circ}C$$

$$T(10) = 42,457C$$

10. a)

i	Tiempo t(h)	Altura H(cm)	t·H	t ²
1	3	4,5	13,5	9
2	4	5,2	20,8	16
3	5	6,1	30,5	25
4	7	8,0	56	49
	S _x	S _y	S _{xy}	S _x ²
	19	23,8	120,8	99

$$m = \frac{S_{xy} - \frac{S_x \cdot S_y}{N}}{S_{x^2} - \frac{(S_x)^2}{N}}$$

$$m = \frac{120,8 - \frac{19 \cdot 23,8}{4}}{99 - \frac{19^2}{4}}$$

$$m = \frac{120,8 - 113,05}{99 - 90,25}$$

$$m = \frac{7,75}{8,75}$$

$$m = 0,886 \frac{cm}{h}$$

$$b = \frac{S_y}{N} - m \cdot \frac{S_x}{N}$$

$$b = \frac{23,8}{4} - 0,886 \cdot \frac{19}{4}$$

$$b = 5,95 - 4,2085$$

$$b = 1,7415cm$$

$$H = m \cdot t + b$$

$$H = 0,886 \frac{cm}{h} \cdot t + 1,7415cm$$

$$b) H(8) = 0,886 \frac{cm}{h} \cdot 8h + 1,7415cm$$

$$H(8) = 8,8295cm$$