

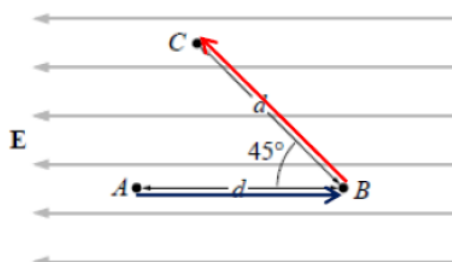
Solución guía potencial
Electromagnetismo 2015

1.-

a) $\Delta V_{AB} = -\vec{E} \cdot \vec{d}_{AB} = -Ed \cos(180) = Ed$

b) $\Delta V_{BC} = -\vec{E} \cdot \vec{d}_{BC} = -Ed \cos(45)$

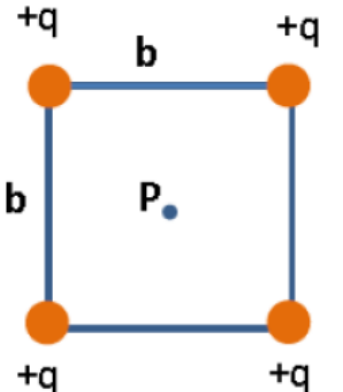
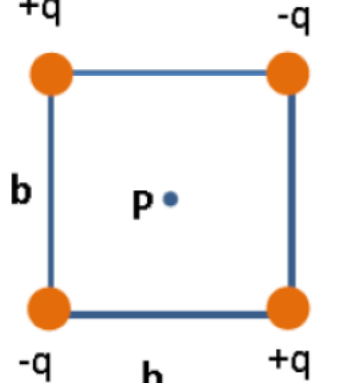
c) $\Delta V_{AC} = \Delta V_{AB} + \Delta V_{BC} = Ed - Ed \cos(45)$



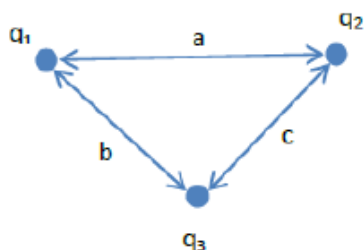
3.-

Arreglo de cargas	Potencial en el punto P	Energía electrostática
	$V_P = k_e \frac{q}{a} + k_e \frac{q}{a} = 2k_e \frac{q}{a}$	$U_T = U_1 + U_2$ $U_T = 0 + k_e \frac{q^2}{2a}$
	$V_P = k_e \frac{q}{a} + k_e \frac{-q}{a} = 0$	$U_T = U_1 + U_2$ $U_T = 0 + k_e \frac{-q^2}{2a}$

	$V_P = k_e \frac{q}{a} + k_e \frac{q}{a} = 2k_e \frac{q}{a}$	$U_T = U_1 + U_2$ $U_T = 0 + k_e \frac{q^2}{b}$
--	--	---

 A square with side length b. All four corners have a positive charge $+q$. A point P is at the center of the square.	Las cuatro cargas están a una misma distancia del punto P. Luego: $V_P = 4k_e \frac{q}{c}$ Donde $V_1 = k_e \frac{q}{c}$ Es el potencial en el punto P, de una de las cargas $+q$, donde $c = b/\sqrt{2}$	$U_T = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$ $U_1 = 0$ $U_2 = k_e \frac{q^2}{b}$ $U_3 = k_e \frac{q^2}{b} + k_e \frac{q^2}{\sqrt{2}b}$ $U_4 = k_e \frac{q^2}{b} + k_e \frac{q^2}{b} + k_e \frac{q^2}{\sqrt{2}b}$ $U_T = 4k_e \frac{q^2}{b} + k_e \sqrt{2} \frac{q^2}{b}$
 A square with side length b. The top-left and bottom-right corners have a positive charge $+q$, and the top-right and bottom-left corners have a negative charge $-q$. A point P is at the center of the square.	El potencial en el centro del cuadrado es $0[V]$ ya que la contribuciones de cada carga positiva se ve exactamente compensada por una carga negativa.	$U_T = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$ $U_1 = 0$ $U_2 = k_e \frac{-q^2}{b}$ $U_3 = k_e \frac{-q^2}{b} + k_e \frac{q^2}{\sqrt{2}b}$ $U_4 = k_e \frac{-q^2}{b} + k_e \frac{-q^2}{b} + k_e \frac{q^2}{\sqrt{2}b}$ $U_T = -4k_e \frac{q^2}{b} + k_e \sqrt{2} \frac{q^2}{b}$

4.-



El arreglo de tres cargas puntuales puede ser el de la figura. La energía potencial eléctrica de la configuración es

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{a} + k_e \frac{q_3 q_1}{b} + k_e \frac{q_3 q_2}{c}$$

Queremos que esta energía sea 0[J], luego:

$$\frac{q_1 q_2}{a} + \frac{q_3 q_1}{b} + \frac{q_3 q_2}{c} = 0$$

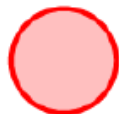
A fin de simplificar el problema, suponemos que $a=b=c$, luego

$$q_1 q_2 + q_3 q_1 = -q_3 q_2$$

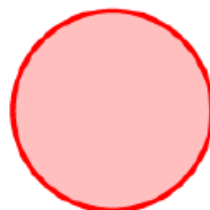
$$q_1 = -\frac{q_3 q_2}{(q_2 + q_3)}$$

Para cualquier valor de q_2 y q_3 obtenemos q_1 , la única restricción es que $q_2 + q_3 \neq 0$

5.-



Esfera de radio R_1 y carga eléctrica q



Esfera de radio R_2 y carga eléctrica q

a) Al ser esferas conductoras cargadas, toda la carga eléctrica está distribuida en la superficie, situación representada por la franja oscura.

$$V = k_e \frac{Q}{R}$$

Por lo tanto, el potencial de cada una de las esferas será:

$$V_1 = k_e \frac{Q}{R_1} = 22500[V] \quad \text{para la esfera 1 y} \quad V_2 = k_e \frac{Q}{R_2} = 11250[V] \quad \text{para la esfera 2.}$$

Notar que ambas esferas tienen la misma carga Q .

b) Cuando ambas esferas se unen, se inicia una transferencia de carga eléctrica la que se detiene una vez que alcanzan el mismo potencial V . En este punto, se cumple que:

$$V_1 = V_2$$

$$k_e \frac{Q_1}{R_1} = k_e \frac{Q_2}{R_2} \quad [1]$$

Donde Q_1 y Q_2 son las cargas que adquieren las esferas. Además, el principio de conservación de la carga eléctrica nos permite escribir

$$Q_1 + Q_2 = 2Q \quad [2]$$

Las ecuaciones [1] y [2] forman un sistema con dos incógnitas cuya solución es:

$$Q_1 = 33,3[nC] \text{ y } Q_2 = 66,7[nC]$$

c) El potencial al que se encuentran las esferas es: $V = V_1 = V_2$

$$V_1 = k_e \frac{Q_1}{R_1} = 15000[V]$$

6.-

El campo eléctrico en una región donde se conoce el potencial es:

$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}$$

$$\text{Donde } E_x = -\frac{\partial V(x,y)}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial V(x,y)}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial V(x,y)}{\partial z}$$

Considerando el potencial electrico del problema $V(x,y)=2,0[V/m^2] x^2 - 3,0[V/m^2] y^2$

$$E_x = 4,0[V/m^2]x$$

$$E_y = -6,0[V/m^2]y$$

$$E_z = 0$$

Finalmente, el campo eléctrico en el punto (3[m],2[m]) lo obtenemos reemplazando las coordenadas en nuestra expresión para $\vec{E}$

$$\vec{E}(x,y) = 4,0[V/m^2]x\hat{i} - 6,0[V/m^2]y\hat{j}$$

$$\vec{E}(3[m],2[m]) = 12[V/m]\hat{i} - 12[V/m]\hat{j}$$

7.-

a) A partir de la ley de Gauss, el campo eléctrico en la región entre la esfera y la superficie interna del cascaron es

$$\vec{E} = k_e \frac{Q_{esfera}}{s^2} \hat{r}$$

Donde $a < s < b$

b)

$$\Delta V = - \int_a^b k_e \frac{Q_{esfera}}{r^2} \hat{r} \cdot dr \hat{r}$$

$$\Delta V = -k_e Q_{esfera} \int_a^b \frac{dr}{r^2}$$

$$\Delta V = k_e Q_{esfera} \left[\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right]$$

8.-

Del gráfico, el campo eléctrico está dado por

$$\vec{E} = 200\hat{i} \text{ Para } 0 < x < 2$$

$$\text{Y } \vec{E} = (-200x + 600)\hat{i} \text{ para } 2 < x < 3$$

$$\Delta V = -\int_0^2 200 \, dx - \int_2^3 (-200x + 600) \, dx$$

$$\Delta V = -\int_0^2 200 \, dx - \int_2^3 (-200x + 600) \, dx$$

$$\Delta V = V(3 \, \text{m}) - V(0 \, \text{m}) = -500 \, \text{V}$$

$$\text{Como } V(0\text{m}) = 250 \, \text{V}$$

$$V(3\text{m}) = -250 \, \text{V}$$

13.-

El campo eléctrico que produce un plano infinito homogéneamente cargado es (en el sistema de coordenadas de la figura):

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{j}$$

$$\text{a) } \Delta V = -\vec{E} \cdot \Delta \vec{s} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{j} \cdot (-\Delta y \hat{j} + \Delta x \hat{i}) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\text{b) } \Delta U = Q \Delta V = Q \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$