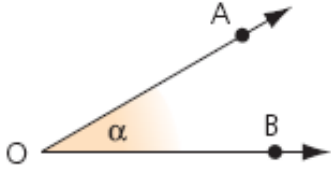


CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA

ÁNGULO: Es un conjunto de puntos formado por la unión de dos rayos (lados) de origen común (vértice). La siguiente figura, muestra un ángulo formado por la unión de dos rayos $\overrightarrow{OA}$ y $\overrightarrow{OB}$, cuyo origen común es el punto O, que es el vértice del ángulo.



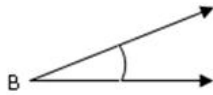
Se pueden denotar como $\sphericalangle \alpha$ o $\sphericalangle BOA$.

Los ángulos se miden en sentido contrario a las manecillas del reloj.

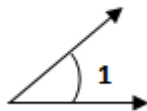
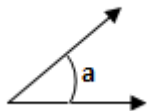
Las letras griegas se utilizan para simbolizar la medida de un ángulo.

Otras formas de nombrar un ángulo.

- Con la sola letra del vértice si hay únicamente un ángulo que tenga tal vértice. Por ejemplo $\sphericalangle B$



- Con una letra minúscula o un número que se coloca entre los lados del ángulo en las cercanías del vértice; por ejemplo, $\sphericalangle a$ o $\sphericalangle 1$.



SEGMENTO: Es un subconjunto de la recta limitado en ambos extremos. A todo segmento se le asocia una medida numérica, una vez que se ha elegido la unidad de medida. Se denota como $\overline{AB}$ (comienza en A y termina en B o viceversa)

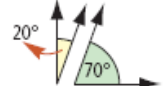
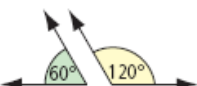


CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA

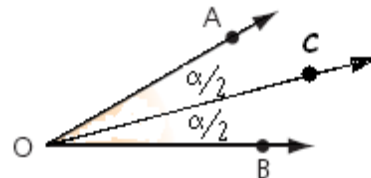
CLASIFICACIÓN DE UN ÁNGULO SEGÚN SUS MEDIDAS

Ángulo	Agudos	Recto	Obtuso	Extendido	Completo
Medida	$0^\circ < \alpha < 90^\circ$	$\alpha = 90^\circ$	$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	$\alpha = 180^\circ$	$\alpha = 360^\circ$
Representación gráfica					

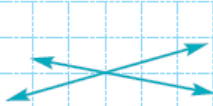
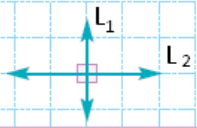
CLASIFICACIÓN DE ÁNGULOS SEGÚN LA SUMA DE SUS MEDIDAS

Ángulos	Complementarios	Suplementarios
Características	La suma de sus medidas es igual a 90° $\alpha + \beta = 90^\circ$	La suma de sus medidas es igual a 180° $\alpha + \beta = 180^\circ$
Ejemplo		

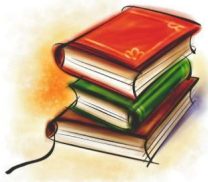
BISECTRIZ DE UN ÁNGULO: Se llama bisectriz al rayo $\overrightarrow{OC}$ que divide al ángulo en dos partes de igual medida, es decir, lo bisecta. Ejemplo: El $\angle BOA = \alpha$, por lo que los $\angle BOC$ y $\angle COA$ son respectivamente $\alpha/2$, como lo muestra la figura.



POSICIÓN DE RECTAS EN EL PLANO:

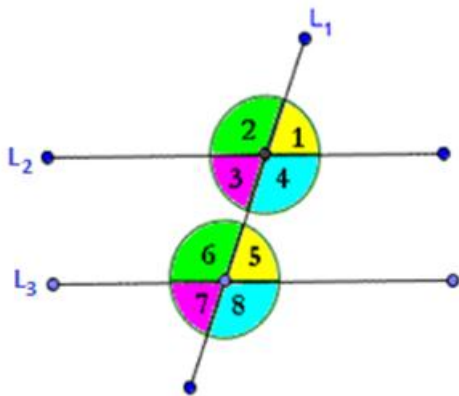
Rectas paralelas	Secantes	Perpendiculares
No se intersecan en ningún punto. $L_1 // L_2$	Se cortan en un único punto.	Secantes que al intersecarse forman cuatro ángulos rectos. $L_1 \perp L_2$
		

CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA



Postulado fundamental de la geometría euclidiana (quinto postulado de Euclides): Por un punto exterior a una recta pasa una y sólo una paralela a una recta dada.

ÁNGULOS FORMADOS POR UNA TRANSVERSAL QUE CORTA A DOS RECTAS PARALELAS.



Los ángulos que se forman reciben los siguientes nombres:

Ángulos correspondientes: Tienen igual medida y son las parejas de ángulos siguientes:

$$\angle 1 = \angle 5; \angle 2 = \angle 6; \angle 4 = \angle 8 \text{ y } \angle 3 = \angle 7$$

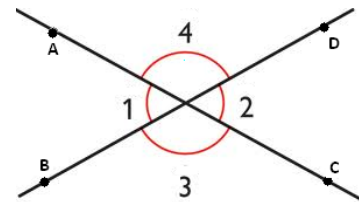
Ángulos alternos internos: tienen igual medida y son las parejas de ángulo $\angle 3 = \angle 5$ y $\angle 4 = \angle 6$

Ángulos alternos externos: Tienen igual medida y son las parejas de ángulos

Otros pares de ángulos.....

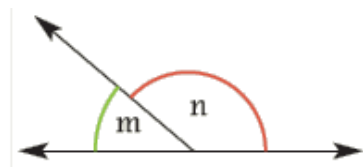
OPUESTOS POR EL VERTICE: Son aquellos ángulos tales que los lados de uno están formados por las prolongaciones de los lados del otro. Estos ángulos son de igual medida.

$$\angle 1 = \angle 2 \quad \text{y} \quad \angle 3 = \angle 4$$

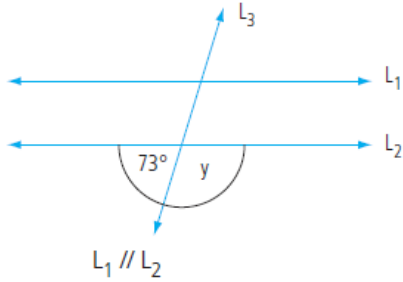


ÁNGULOS ADYACENTES: Si dos ángulos tienen un vértice y un lado en común y los otros lados forman una recta, entonces se llaman ángulos adyacentes.

$$\angle m + \angle n = 180^\circ$$



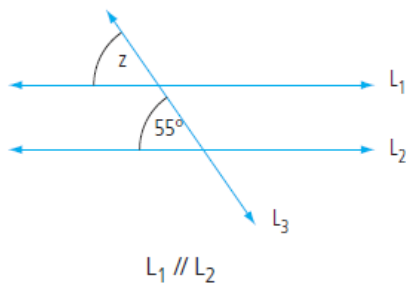
CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA



El ángulo y es adyacente con el ángulo de medida 73° , por lo que la suma entre ellos debe ser de 180° .

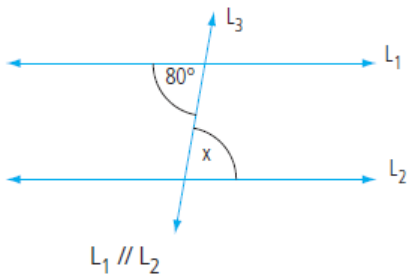
Entonces: $180^\circ - 73^\circ = 107^\circ$

Luego $y = 107^\circ$



El ángulo z es correspondiente con el ángulo de medida de 55° , por lo tanto:

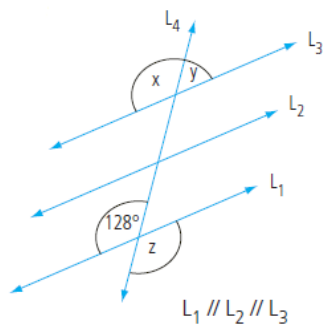
$z = 55^\circ$



El ángulo x es alterno interno con el ángulo de medida es 80° , entonces:

$x = 80^\circ$

puesto que los ángulos alternos internos tienen igual medida.



El ángulo x es correspondiente con el ángulo de medida de 128° , por lo tanto, son de igual medida.

$x = 128^\circ$

El ángulo z es opuesto con el vértice con el ángulo de medida 128° , por lo que también son de igual medida, entonces:

$z = 128^\circ$

Finalmente, el ángulo x es adyacente con el ángulo y , por lo que entre ellos suman 180° , luego:

CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA

$$\gamma = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$$

SISTEMAS DE MEDICIÓN DE ÁNGULOS

SISTEMA SEXAGESIMAL: La unidad de medida es 1 grado (1°) y éste se define como un 360^{avo} parte de un ángulo completo. Un grado contiene 60 minutos y un minuto contiene 60 segundos.

Un ángulo completo mide 360° . (360 grados sexagesimales)

En las calculadoras aparece como Deg.

SISTEMA CIRCULAR: La unidad de medida es 1 radian (1 rad) y se define como la parte del ángulo completo cuyo arco es igual al radio.

El ángulo completo se mide entonces en $2\pi \text{ rad}$.

En las calculadoras aparece como Rad

SISTEMA CENTESIMAL: La unidad de medida es 1 gon (1^g) y éste se define como una 400^{avo} partes de un ángulo completo; es decir, la circunferencia se encuentra dividida en 400 partes iguales, llamadas grados centesimales. Cada grado contiene 100 minutos centesimales y cada minuto tiene 100 segundos centesimales. (En las calculadoras aparece como Grad)

	Medidas angulares								
Grados sexagesimal ($^\circ$)	0	30	45	60	90	120	180	270	360
Grados circulares (rad)	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	π	$3\pi/2$	2π
Grados Centesimal (g)	0	100/3	50	200/3	100	400/3	200	300	400

CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA

EJEMPLOS

Transformar 126° del sistema sexagesimal a sistema circular (radianes)

Podemos señalar que 360° son equivalentes a 2π rad, por lo que podemos establecer una proporción como la que sigue:

$$\frac{360^\circ}{126^\circ} = \frac{2\pi \text{ rad}}{X}$$

Aplicando la propiedad fundamental

$$360^\circ \cdot x = 126^\circ \cdot 2\pi \text{ rad}$$

$$x = \frac{126^\circ \cdot 2\pi \text{ rad}}{360^\circ}$$

$$x = \frac{7}{10} \pi \text{ rad}$$

$$x = 2,198 \text{ rad}$$

Transformar 18° del sistema sexagesimal a sistema centesimal (gones)

Podemos señalar que 360° son equivalentes a 400 gones, por lo que podemos establecer una proporción como la que sigue...

$$\frac{360^\circ}{18^\circ} = \frac{400 \text{ gones}}{X}$$

Aplicando la propiedad fundamental.

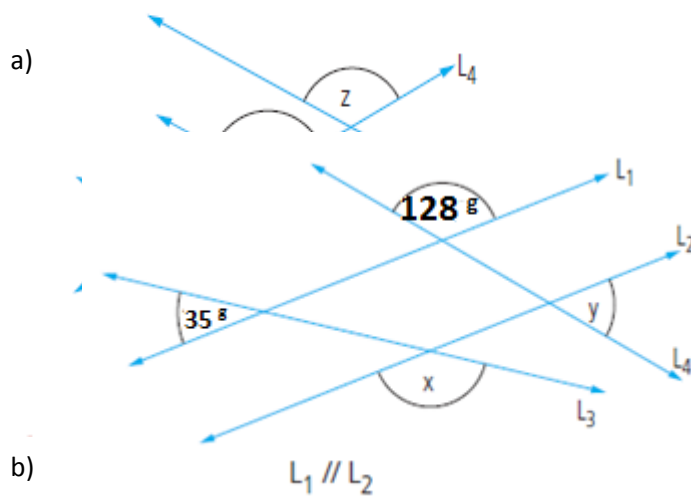
$$360^\circ \cdot x = 18^\circ \cdot 400 \text{ gones}$$

$$x = \frac{18^\circ \cdot 400 \text{ gones}}{360^\circ}$$

CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA

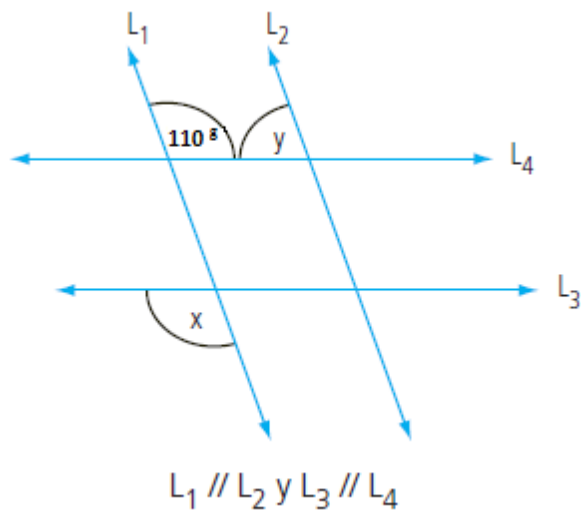
$$x = 20 \text{ gones}$$

1. Para cada una de las siguientes figuras, determine la medida de x , y o z según corresponda.

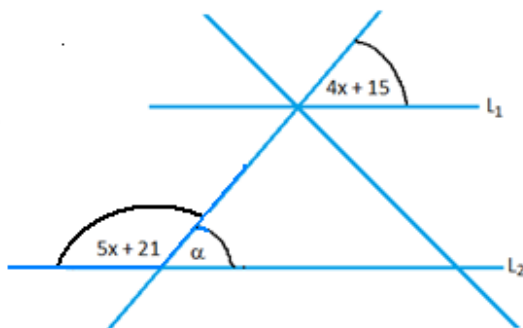


CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA

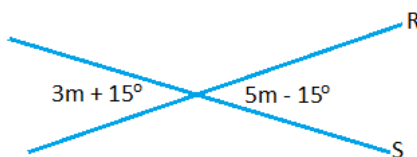
c.



2. En la figura $L_1 // L_2$, determine el valor de la medida de α .

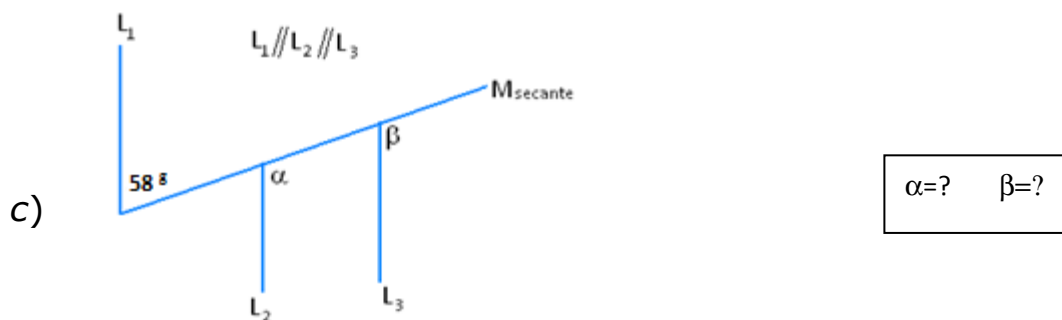
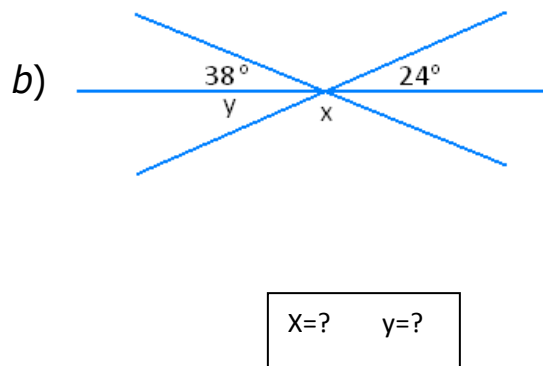
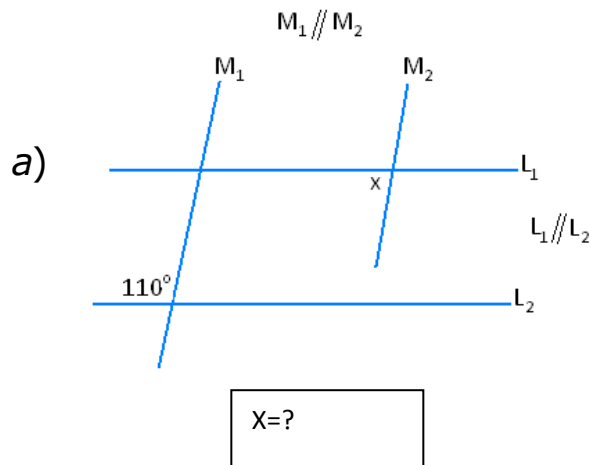


3. En la figura, las rectas R y S son secantes, determine el valor de m.



CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA

4. Determine la medida de cada ángulo solicitado en cada figura:



5. Complete la siguiente tabla, con las equivalencias respectivas.

Grados Sexagesimales	Radianes	Grados centesimales (gon)
36°		
	$\frac{2}{3}\pi$	
		350^g
	$\frac{1}{6}\pi$	
		150^g

CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA

6.

Transformar:

a. $35^{\circ} 25' 15''$ en grados y fracción de grados (aproximado a dos decimales)

b. $132^{\circ} 53'$ en grados y fracción de grados (aproximado a dos decimales)

c. Resolver: $14,124^{\circ} + 15^{\circ} 20' 30''$ y expresar el resultado en grados, minutos y segundos.

7. Hallar el complemento y el suplemento de:

a. $85^{\circ} 12' 6''$

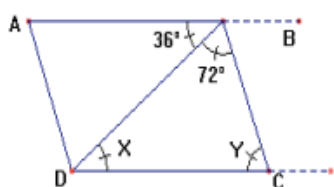
b. $32^{\circ} 25' 14''$

c. $\frac{\pi}{18}$

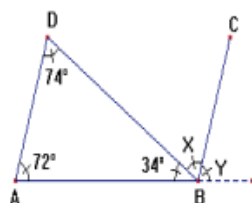
d. $\frac{9\pi}{10}$

Ejercicios: en las siguientes figuras hallar los valores de "X" y de "Y".

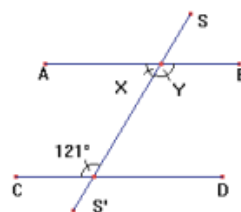
a)



b)

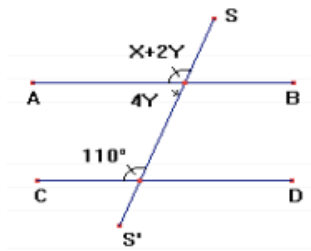


c)

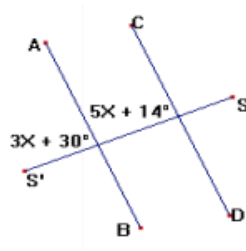


CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA

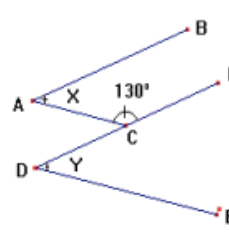
d)



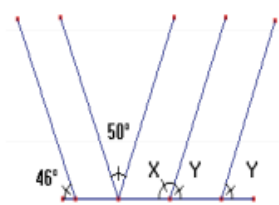
e)



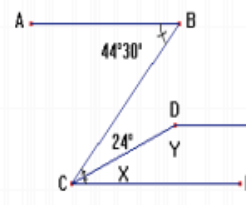
f)



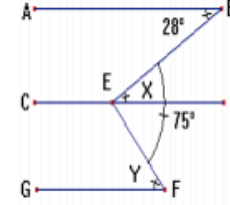
g)



h)



i)



En la siguiente figura, si $\angle f = 110^\circ$ y $\angle a = 53^\circ$ obtener los valores de los ángulos b, c, d, y e. También demostrar que $b + d + e = 180^\circ$

