

# ÁREA BAJO UNA CURVA Y ENTRE CURVAS

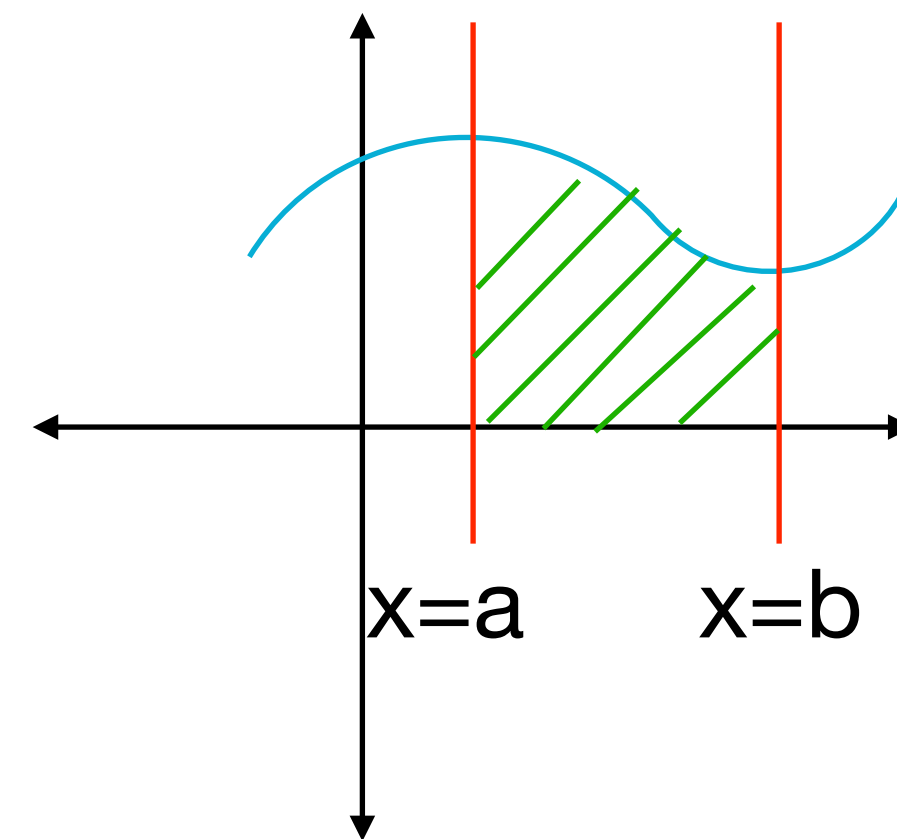
CATHERINE HARDY

# ÁREA BAJO UNA CURVA

Sea  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  una función continua donde  $f$  es positiva en  $[a, b]$ , es decir,

$f(x) \geq 0 \forall x \in [a, b]$ . Luego:

$$A = \int_a^b f(x) dx$$

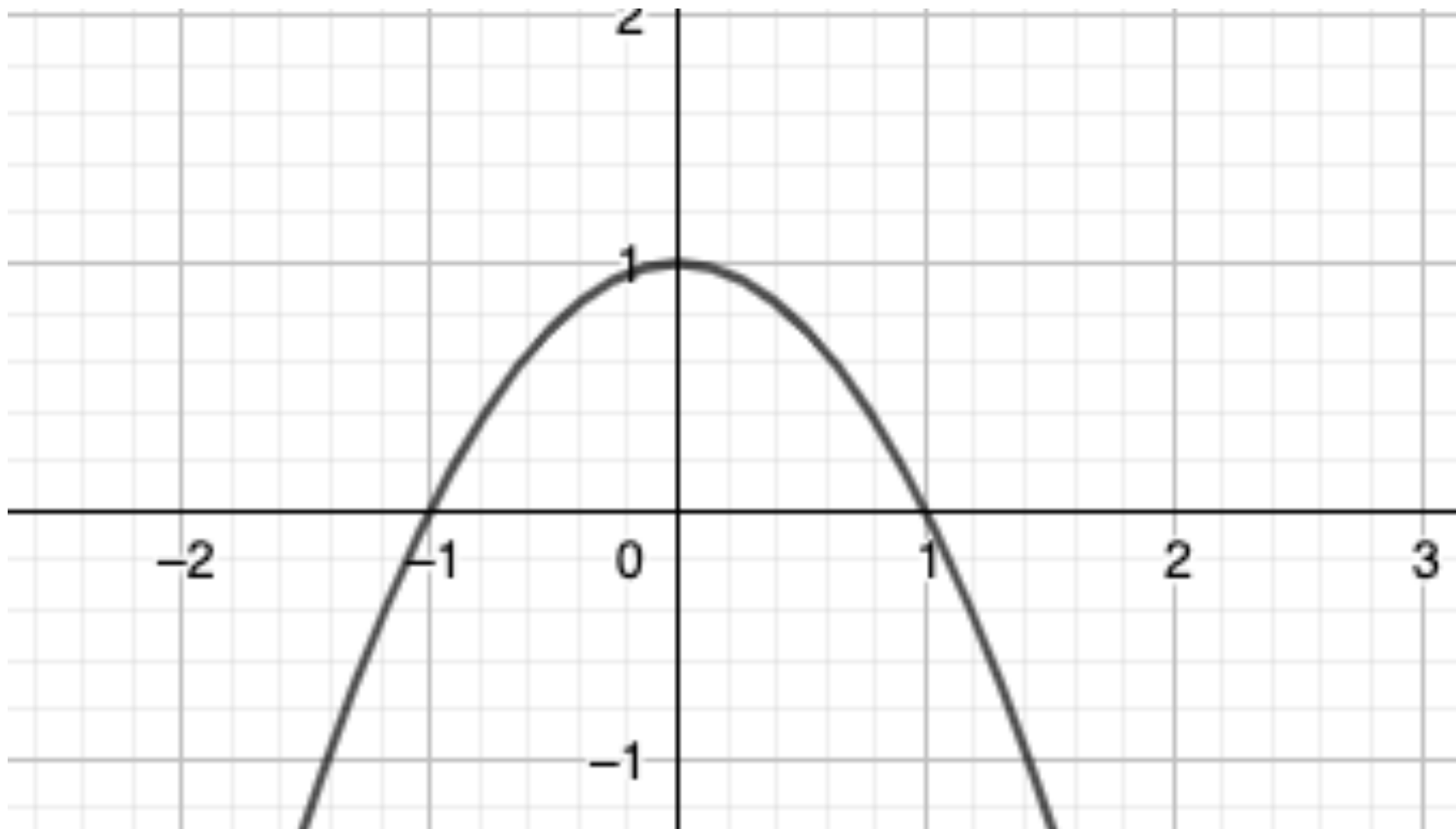


Corresponde al área que se encuentra BAJO la curva  $f$ , sobre el eje x, y entre las rectas  $x = a$  y  $x = b$

# Área bajo una curva

## Ejemplo

Determinar el área de la región:  $y = 1 - x^2$  sobre el eje x y entre las rectas  $x = -1$  y  $x = 1$



# ÁREA ENTRE CURVAS

# ÁREA ENTRE CURVAS

Sean  $f:[a,b]\rightarrow\mathbb{R}$  y  $g:[a,b]\rightarrow\mathbb{R}$  funciones continuas, donde  $f(x)\geq g(x) \quad \forall x\in[a,b]$ .

Luego, el área limitada por las curvas  $f$  y  $g$  entre las rectas  $x=a$  y  $x=b$  está dada por:

$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$

Notar que:

- Las funciones pueden o no ser positivas
- El área de una función negativa está dada por  $-\int_a^b f(x) dx$

**OBS:** hay casos en que los límites de integración no vienen dados por rectas verticales, si no que serán los puntos de intersección de las curvas.

**Ejemplo:** Calcular el área comprendida entre las curvas:

$$f(x) = 2x - x^2$$

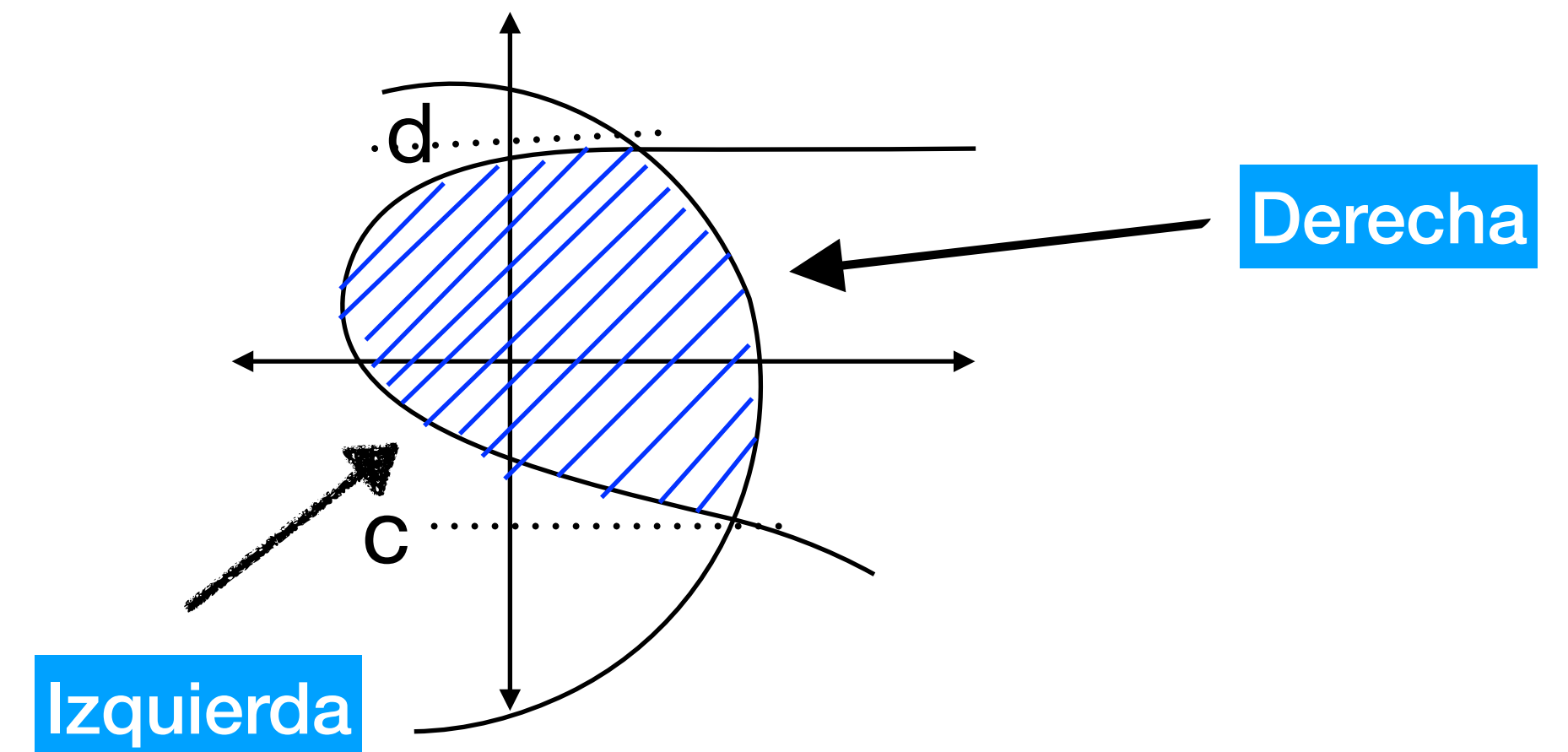
$$g(x) = x^2$$

**OBS:**

De igual forma se tiene que el área limitada por las curvas  $f(y)$  y  $g(y)$ , donde  $f(y) \geq g(y) \forall y \in [c, d]$  está dada por:

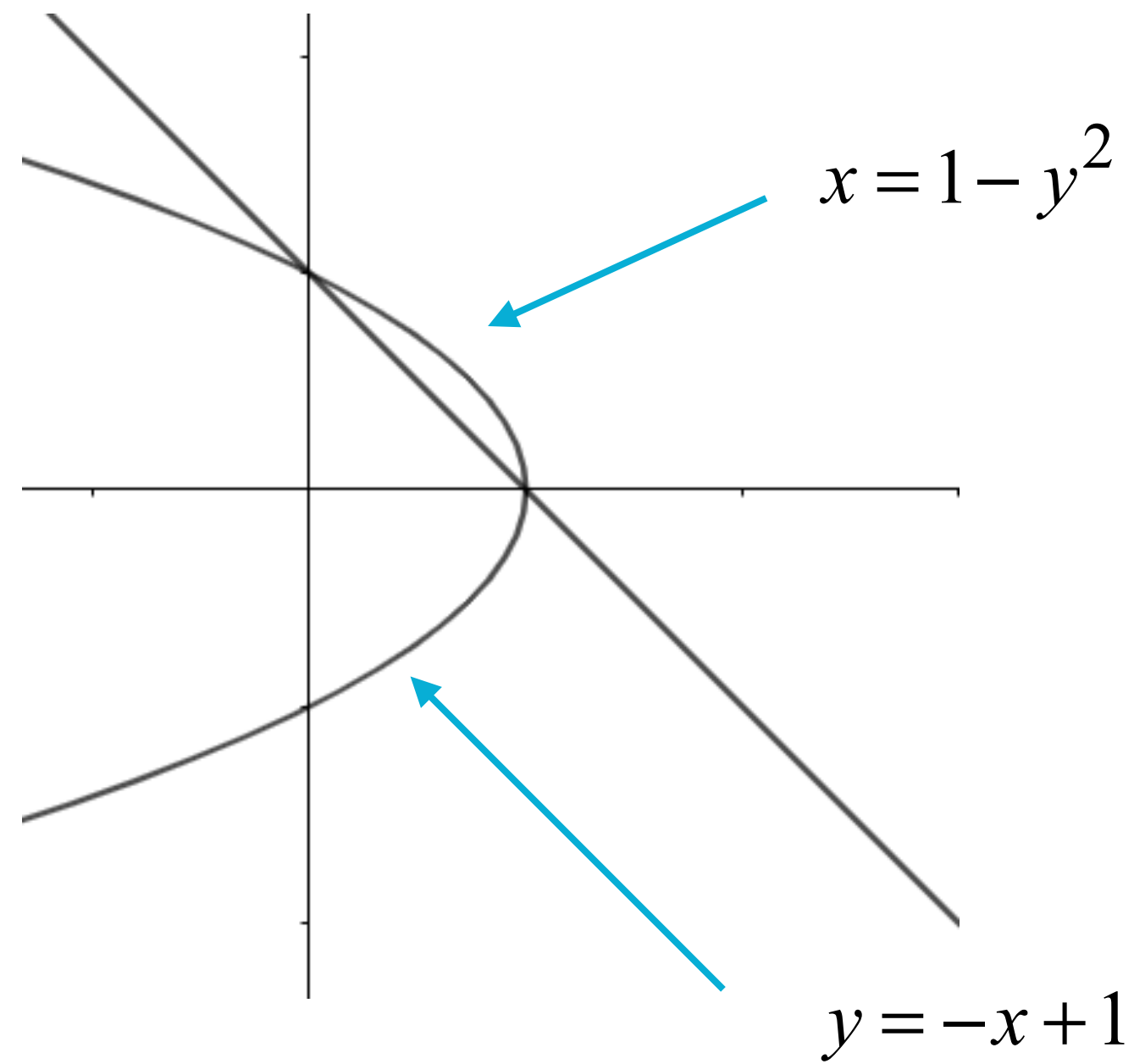
$$\int_c^d [f(y) - g(y)] dy$$

**Derecha** **Izquierda**



Ejemplo:

Determinar el área entre las curvas:



# Pasos para determinar área entre curvas:

- 1) Graficar la situación
- 2) Encontrar los puntos de intersección
- 3) Identificar rectángulo representativo
- 4) Escribir el área como integral:

$$A = \int_a^b \left[ \overset{\text{superior}}{f(x)} - \overset{\text{inferior}}{g(x)} \right] dx \quad \text{o}$$

$$A = \int_c^d \left[ \overset{\text{derecha}}{f(y)} - \overset{\text{izquierda}}{g(y)} \right] dy$$

- 5) Resolver y agregar  $\left[ u^2 \right]$  al resultado