

APLICACIONES DE EDO

18 de agosto de 2023

Ley de Enfriamiento

En un cuerpo que se está enfriando, la tasa de cambio de la temperatura $T(t)$ con respecto al tiempo t es proporcional a la diferencia entre la temperatura del cuerpo $T(t)$ y la temperatura T_A del medio que lo rodea. Esto es:

Ley de Enfriamiento

En un cuerpo que se está enfriando, la tasa de cambio de la temperatura $T(t)$ con respecto al tiempo t es proporcional a la diferencia entre la temperatura del cuerpo $T(t)$ y la temperatura T_A del medio que lo rodea. Esto es:

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_A)$$

donde k es una constante de proporcionalidad.

Ley de Enfriamiento

En un cuerpo que se está enfriando, la tasa de cambio de la temperatura $T(t)$ con respecto al tiempo t es proporcional a la diferencia entre la temperatura del cuerpo $T(t)$ y la temperatura T_A del medio que lo rodea. Esto es:

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_A)$$

donde k es una constante de proporcionalidad.

Ejemplo 1

Una barra metálica a una temperatura de $100^\circ F$ se almacena en un cuarto a una temperatura constante de $0^\circ F$. Después de 20 minutos la temperatura de la barra es de $50^\circ F$

- a) ¿Cuánto tiempo tardará la barra para llegar a una temperatura de $25^\circ F$?
- b) ¿Cuál será la temperatura de la barra después de 10 minutos?

Solución:

- a) 40 minutos
- b) $70,71^\circ$

Ejemplo 2

Un cuerpo a una temperatura desconocida se pone en un refrigerador a una temperatura constante de $1^{\circ}F$. Si después de 20 minutos la temperatura del cuerpo es de $40^{\circ}F$, después de 40 minutos es de $20^{\circ}F$, hallar la temperatura inicial del cuerpo

Ejemplo 2

Un cuerpo a una temperatura desconocida se pone en un refrigerador a una temperatura constante de $1^{\circ}F$. Si después de 20 minutos la temperatura del cuerpo es de $40^{\circ}F$, después de 40 minutos es de $20^{\circ}F$, hallar la temperatura inicial del cuerpo

Respuesta: $81,05^{\circ}$

Crecimiento de Poblaciones

Sea $x(t)$ el número de individuos en un tiempo t

Ley de Malthus

La razón de cambio de la población es proporcional a la cantidad de individuos.

$$\frac{dx}{dt} = k x(t) \quad k > 0$$

Ley Logística

Se agrega complejidad para considerar las relaciones entre poblaciones muy grandes o en períodos de tiempo prolongados

$$\frac{dx}{dt} = ax - bx^2 \quad a, b > 0$$

Ejemplo 3

En un cultivo de bacterias se tenían x número de familias . Después de 1 hora se observaron en el cultivo 1000 familias de la bacteria y después de de 4 horas, 3000 familias. Encontrar la expresión para el número de familias de la bacteria presentes en el cultivo al tiempo t y el número de bacterias que había originalmente en el cultivo.

Ejemplo 3

En un cultivo de bacterias se tenían x número de familias . Después de 1 hora se observaron en el cultivo 1000 familias de la bacteria y después de de 4 horas, 3000 familias. Encontrar la expresión para el número de familias de la bacteria presentes en el cultivo al tiempo t y el número de bacterias que había originalmente en el cultivo.

Solución:

$$x(t) = \frac{1000}{\sqrt[3]{3}} e^{\ln(\sqrt[3]{3})t} \approx 693,36 e^{0,366t}$$

$$x(0) \approx 693$$

Ejemplo 4

Se sabe que la tasa de crecimiento de una determinada población de bacterias es directamente proporcional al número de bacterias existentes. Se realiza un cultivo en laboratorio, introduciendo 2,3 millones de bacterias en un recipiente. Se observa después de 3 horas hay 5,4 millones de bacterias. (trabajar aproximando a 3 decimales)

- a) Encontrar la expresión para el número de bacterias en el tiempo t .
- b) Calcular la población existente al cabo de 12 horas.

Ejemplo 4

Se sabe que la tasa de crecimiento de una determinada población de bacterias es directamente proporcional al número de bacterias existentes. Se realiza un cultivo en laboratorio, introduciendo 2,3 millones de bacterias en un recipiente. Se observa después de 3 horas hay 5,4 millones de bacterias. (trabajar aproximando a 3 decimales)

- a) Encontrar la expresión para el número de bacterias en el tiempo t .
- b) Calcular la población existente al cabo de 12 horas.

Solución:

a) $x(t) = 2,3 \cdot 10^6 \cdot e^{\frac{1}{3} \ln(54/23)t}$

b) $x(12) = 69.886.217$