



PRUEBA N°6
MATEMÁTICAS III

NOMBRE: _____ CURSO: 3° EJ _____

1. **DOCENTE(S):** S. Baquedano, C. Hardy, A. Rauch.
2. **FECHA:** 11/11 /2024
3. **UNIDAD TEMÁTICA 3:** Aplicaciones.
4. **TIEMPO:** 80 min.
5. **PUNTAJE TOTAL - PUNTAJE PARA APROBAR:** 100 - 60
6. **MATERIALES:** de escritorio. Calculadora no algebraica.

- INDICACIONES:
- Lea cuidadosamente la prueba antes de comenzar a responder. La comprensión de los enunciados es parte de la prueba.

▪ Todo resultado debe estar argumentado o justificado a través de sus cálculos explícitos en sus respuestas.

▪ Escriba con tinta o pasta, en orden, con limpieza y claridad. Si desea anular parte de su trabajo, tórjelo con una línea horizontal encima del escrito, **no use corrector; no se corregirá lo escrito sobre corrector.**

▪ No utilice lápiz grafito para responder, **si utiliza grafito no podrá tener acceso a correcciones.**

7. RESULTADOS OBTENIDOS:

PREGUNTA	PUNTAJE ASIGNADO	PUNTAJE OBTENIDO
1	40	
2	30	
3	30	
TOTAL	100	
	NOTA	



PREGUNTA Nº 1 (40 puntos)

Capacidad Evaluada: Razonamiento lógico. Resolver problemas.

Objetivo: Formular un plan de trabajo al resolver problemas que involucren aplicaciones de funciones y derivadas.

Contenido: Problemas de aplicación de funciones y derivadas.

Carabineros ha estado registrando la velocidad del tránsito en la salida de la Ruta 68. Los datos muestran que entre las **3:00 y las 8:00 p.m.** de un día viernes, la velocidad del tránsito de salida es aproximadamente de:

$$v(t) = 2t^3 - 21t^2 + 60t + 40$$

Kilómetros por hora, donde t es el número de horas desde las 2:00 pm.

t	h
0	2
1	3
2	4
3	5
4	6
5	7
6	8

- ¿Cuál es la velocidad a las 5:00 pm?
- Determinar intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función velocidad.
- ¿En qué momento entre la 3:00 y las 8:00 pm el tránsito es más rápido?
- ¿Cuál es la velocidad máxima?
- ¿En qué momento entre la 3:00 y las 8:00 p.m. el tránsito es más lento?
- ¿Cuál es la velocidad mínima?

a) $V(3) = 2 \cdot 3^3 - 21 \cdot 3^2 + 60 \cdot 3 + 40 = 85 \text{ km/h}$

b)
$$v'(t) = 6t^2 - 42t + 60$$

$$= 6(t^2 - 7t + 10)$$

$$= 6(t - 5)(t - 2)$$

	1	2	5	6
$t-5$	-	-	•	+
$t-2$	-	•	+	+
$v'(t)$	+	-	+	

$\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$

crece en $[1, 2]$ y $[5, 6]$
 es decre, entre las 3 y 4 P.M.
 y 7 y 8 P.M.

c) En $t=2$, a las 4:00 P.M y en $t=6$, a las 8 P.M.

d) $V(2) = 92 \text{ km/h}$
 $V(6) = 76 \text{ km/h}$ $\therefore$ la velocidad máxima es de 92 km/h

e) En $t=5$, a las 7:00 P.M.

f) $V(5) = 65 \text{ km/h}$



PREGUNTA Nº 2 (30 puntos).

Capacidad Evaluada: Razonamiento lógico. Resolver problemas.

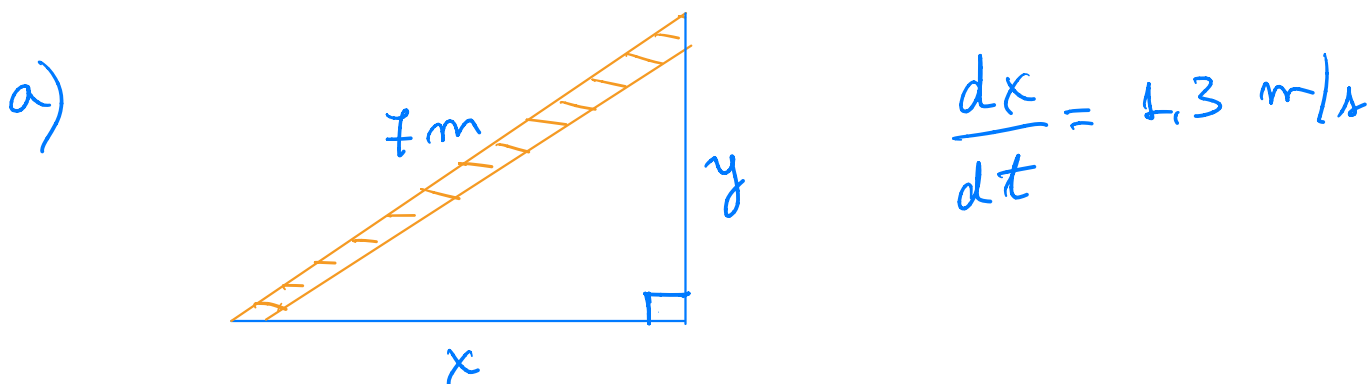
Objetivo: Formular un plan de trabajo al resolver problemas que involucren aplicaciones de la derivada.

Contenido: Problemas de aplicación de derivadas, razón de cambio.

Una escalera de 7 m de longitud descansa contra un muro que está sobre el nivel del suelo. Si el extremo inferior de la escalera se está resbalando a razón de 1,3 m/s .

a) Realice un bosquejo de la situación.

b) ¿A qué velocidad desciende el extremo superior cuando esta está a 2 m del suelo?



b) $\frac{dy}{dt} = ? \quad \Big|_{x=2 \text{ m}}$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 7^2 \\ 4 + y^2 &= 49 \\ y^2 &= 45 \\ y &= \sqrt{45} \text{ m} \\ y &\approx 3,7 \text{ m} \end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 = 7^2 \quad \Big| \frac{d}{dt}$$

$$2x \cdot \frac{dx}{dt} + 2y \cdot \frac{dy}{dt} = 0$$

$$2 \cdot 2 \cdot 1,3 + 2 \cdot \sqrt{45} \cdot \frac{dy}{dt} = 0$$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{5,2}{2\sqrt{45}} \text{ m/s} = -0,39 \text{ m/s}$$

R: El extremo superior desciende a razón de 0,39 m/s cuando el extremo superior está a 2 m del suelo.



PREGUNTA N° 3 (30 puntos).

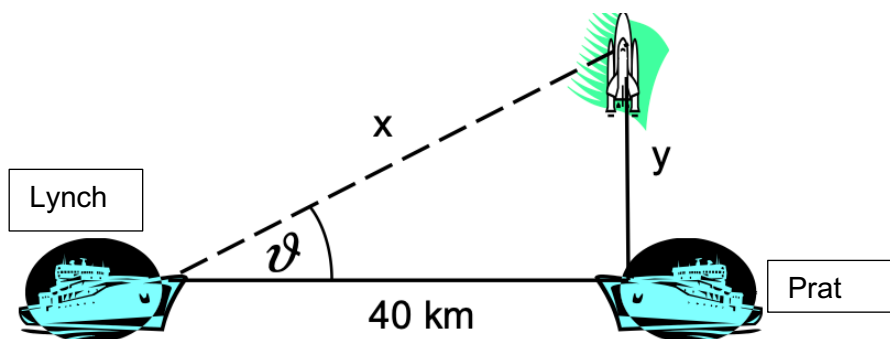
Capacidad Evaluada: Razonamiento lógico. Resolver problemas.

Objetivo: Formular un plan de trabajo al resolver problemas que involucren aplicaciones de la derivada.

Contenido: Problemas de aplicación de derivadas, razón de cambio.

Desde la cubierta de la Fragata FFG 11 "Capitán Prat" se lanza un misil Standard (trayectoria vertical) con una rapidez constante de 300 km/h .

A 40 km al oeste de la "Fragata Prat" se encuentra la Fragata FF-07 "Almirante Lynch". Si un observador que está sobre la "Fragata Lynch" sigue la trayectoria del misil, determinar el ritmo de cambio del ángulo de elevación, cuando el misil está a una altura de 30 km .



$$\frac{dy}{dt} = 300 \text{ km/h}$$

$$\left. \frac{d\theta}{dt} \right|_{y=30}$$

$$\tan(\theta) = \frac{y}{40} \quad \bigg/ \quad \frac{d}{dt}$$

$$\sec^2(\theta) \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{40} \cdot \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{40} \cdot \frac{300}{\sec^2(\theta)} = \frac{300}{40} \cdot \cos^2(\theta)$$

$$= \frac{15}{2} \cos^2(36,7^\circ)$$

$$= 4,02$$

$$\text{cuando } y = 30$$

$$\tan(\theta) = \frac{30}{40}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$$

$$\theta = 36,7^\circ$$

$$\theta = 0,64 \text{ rad}$$

R: El θ de elevación varía a razón de $4,02 \text{ rad/h}$