



PRUEBA N°3
MATEMATICAS II IM

NOMBRE: _____ N° CAD. _____ CURSO: 2°IM

1. **DOCENTE(S):** S. Yansen
2. **FECHA:** 13 / 08 / 2020
3. **UNIDAD(ES) TEMÁTICA(S):** 2. Funciones
3. Límite y continuidad
4. **TIEMPO:** 85 minutos
5. **PUNTAJE TOTAL - PUNTAJE PARA APROBAR:** 100 - 60
6. **MATERIALES:** de escritorio. Calculadora no algebraica.

7. INDICACIONES:

- Lea cuidadosamente la prueba antes de comenzar a responder. La comprensión de los enunciados es parte de la prueba.
- Todo resultado debe estar argumentado o justificado a través de sus cálculos explícitos en sus respuestas.
- Escriba con tinta o pasta, en orden, con limpieza y claridad. Si desea anular parte de su trabajo, tárjelo con una línea horizontal encima del escrito, no use corrector; no se corregirá lo escrito sobre corrector.
- No utilice lápiz grafito para responder, si utiliza grafito no podrá tener acceso a correcciones.

8. RESULTADOS OBTENIDOS:

PREGUNTAS	PUNTAJE ASIGNADO	PUNTAJE OBTENIDO
1	25	
2	25	
3	25	
4	25	
Puntaje total	100	
	NOTA	

FIRMA RECONOCIMIENTO CADETE:



PREGUNTA N° 1 (25 Puntos: 10 - 15)

Capacidad: Razonamiento lógico. Aplicar. Analizar

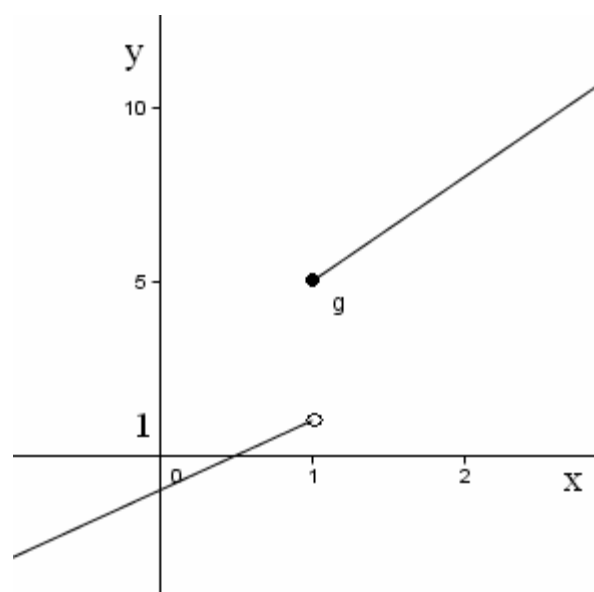
Objetivo: **Aplicar** definiciones, propiedades y teoremas para determinar si las funciones dadas son: funciones inyectivas, biyectivas; en forma gráfica y algebraica. Aplicar las restricciones necesarias en el dominio para que existan dichas funciones

Contenido: Funciones

Considere la función $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow B \subseteq \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{si } x < 1 \\ 3x + 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

a) Trace el gráfico de f



5p por cada tramo



- b) Determine los conjuntos maximales A y B de modo que f sea biyectiva.

f es inyectiva en $\mathbb{R}$ pues toda recta horizontal corta al gráfico de ésta en a lo más un punto.

Luego, $A = \mathbb{R}$ 5P

El recorrido de f es $] -\infty, 1[\cup [5, +\infty[$, 5p

luego $B =] -\infty, 1[\cup [5, +\infty[$

Por lo tanto, si

$A = \mathbb{R}$ y $B =] -\infty, 1[\cup [5, +\infty[$ f es biyectiva 5p



PREGUNTA N° 2 (25 Puntos: 15 - 10)

Capacidad: Razonamiento lógico. Aplicar. Analizar

Objetivo: Analizar funciones realizando las restricciones necesarias para que exista la inversa de una función, mediante propiedades de contención de conjuntos, intersección de conjuntos y despeje de variables.

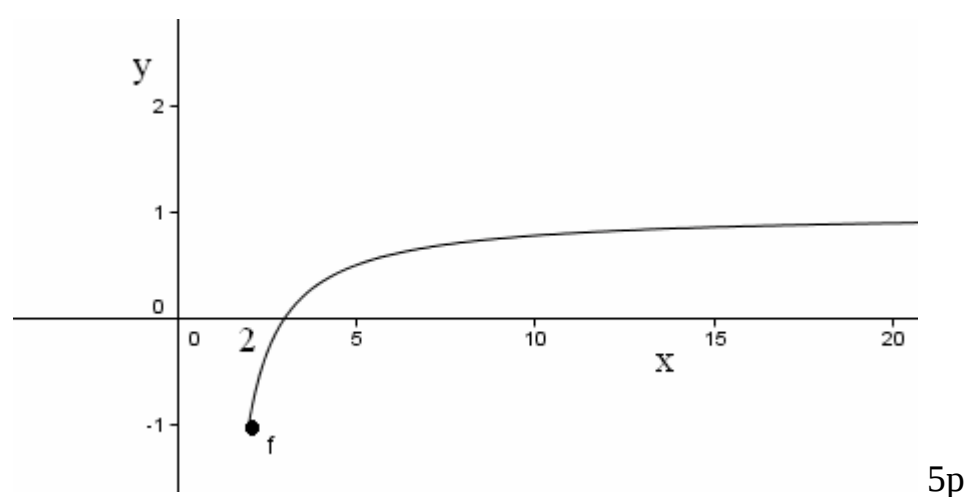
Contenido: Funciones

Considere la función $f : [2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{x-3}{x-1}$

- a) Determine si existe f^{-1} . En caso de no existir, determine restricciones necesarias para la existencia de la inversa de f .

$$f(x) = \frac{x-3}{x-1} = \frac{x-1-2}{x-1} = 1 - \frac{2}{x-1}$$

Mediante las técnicas para graficar, se obtiene el gráfico de f



f es inyectiva en su dominio pues toda recta horizontal corta al gráfico de ésta en a lo más un punto.

El recorrido de f es $[-1, 1[$ que es distinto de $\text{Codom} = \mathbb{R}$, por ende f no es epiyectiva.

f no es biyectiva

Restringiendo el codominio a $[-1, 1[$ se obtiene una función epiyectiva.

5p



Sea g una función biyectiva obtenida a partir de f

$$g : [2, +\infty[\rightarrow [-1, 1[\text{ definida por } g(x) = \frac{x-3}{x-1}$$

es biyectiva, por ende tiene inversa.

5p

b) Obtenga explícitamente la inversa de la función obtenida en a).

$$\text{Sea } y = \frac{x-3}{x-1}$$

$$yx - y = x - 3$$

$$yx - x = y - 3$$

$$x(y-1) = y-3$$

$$x = \frac{y-3}{y-1}$$

5p

$$g^{-1} : [-1, 1[\rightarrow [2, +\infty[\text{ definida por } g^{-1}(x) = \frac{x-3}{x-1}$$

5p



PREGUNTA Nº 3 (25 puntos)

Capacidad: Razonamiento lógico. Aplicar. Analizar
Objetivo: Analizar funciones realizando las restricciones necesarias para que exista la composición de una función, mediante propiedades de contención de conjuntos, intersección de conjuntos y despeje de variables.
Contenido: Funciones

Considere las funciones:

$f : [-4, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^2 + x$

$g : [2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ tal que $g(x) = \sqrt{3x+1}$

Determine explícitamente $g \circ f$.

$Dom(g \circ f) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \in Domf \wedge f(x) \in Domg\}$

$x \in [-4, +\infty[\wedge x^2 + x \in [2, +\infty[$ 5p

$x \geq -4 \wedge x^2 + x \geq 2$

$x \geq -4 \wedge x^2 + x - 2 \geq 0$

$x \geq -4 \wedge (x+2)(x-1) \geq 0$

$x \geq -4 \wedge x \in]-\infty, -2] \cup [1, +\infty[$ 5p

$Dom(g \circ f) = [-4, -2] \cup [1, +\infty[$ 5p

$(g \circ f)(x) = \sqrt{3(x^2 + x) + 1} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$ 5p

$g \circ f : [-4, -2] \cup [1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ tal que $(g \circ f)(x) = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$ 5p



PREGUNTA N° 4 (25 Puntos: 15 - 10)

Capacidad: Razonamiento lógico
Objetivo: Aplicar operatoria, propiedades y teoremas de polinomios.
Contenido: Polinomios

Considere el polinomio $p(x) = x^5 - 6x^3 + 6x^2 - 7x + k$

a) Determine el valor de $k \in \mathbb{R}$ tal que $x^2 + 1$ sea un factor de $p(x)$.

Al hacer la división de polinomios, se obtiene resto igual a $k - 6$ y
cuociente $x^3 - 7x + 6$

10p

Como $x^2 + 1$ es factor de $p(x)$, entonces el resto es cero

$k - 6 = 0$

Luego, $k = 6$

5p



b) Determine todas las raíces reales de $p(x)$ sabiendo que es divisible por $x - 2$.

$p(x) = (x^3 - 7x + 6)(x^2 + 1)$

Dividiendo $x^3 - 7x + 6$ por $x - 2$

	1	0	-7	6
2		2	4	-6
	1	2	-3	0

$p(x) = (x - 2)(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 1)$

5p

$p(x) = (x - 2)(x + 3)(x - 1)(x^2 + 1)$

$x^2 + 1$ no tiene raíces reales

Las raíces reales de $p(x)$ son -3 , 2 y 1.

5p