

SUMATORIAS

CATHERINE HARDY

SUMATORIA:

Es un símbolo que se utiliza para escribir de forma abreviada los términos de una sucesión

$$\sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

Donde

k : límite inferior

n: límite superior

Ejemplos

$$1) \quad 1 + 3 + 5 + 7 = \sum_{k=1}^4 (2k - 1)$$

$$2) \quad \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{20}{21} =$$

$$3) \quad \sum_{k=1}^3 \frac{k^2}{k+1} =$$

$$4) \quad \sum_{k=1}^5 (k^2 + 1) =$$

Propiedades de las sumatorias

$$1) \quad \sum_{k=1}^n c \cdot a_k = c \sum_{k=1}^n a_k \quad , \ c \text{ cte.}$$

$$2) \quad \sum_{k=m}^n c = (n - m + 1) \cdot c \quad , \ c \text{ cte.}$$

$$3) \quad \sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n b_k$$

$$4) \quad \sum_{k=m}^n a_k = \sum_{k=1}^n a_k - \sum_{k=1}^{m-1} a_k$$

Propiedades de las sumatorias

PROPIEDAD TELESCÓPICA:

$$\sum_{k=m}^n (a_k - a_{k+1}) = a_m - a_{n+1}$$

$$\sum_{k=m}^n (a_{k+1} - a_k) = a_{n+1} - a_m$$

SUMA TELESCÓPICA

EJEMPLOS:

$$\sum_{k=5}^9 \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k} \right) = \frac{1}{9+1} - \frac{1}{5} = -\frac{1}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{40} \left(\sqrt{2k-1} - \sqrt{2k+1} \right) = \sqrt{2 \cdot 1 - 1} - \sqrt{2 \cdot 40 + 1} = -8$$

$$\sum_{k=5}^{20} \frac{1}{(4k+1)(4k-3)} =$$

Algunas fórmulas

$$1) \quad \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

suma de los primero n números naturales

$$2) \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

suma de los primero n números al cuadrado

$$3) \quad \sum_{k=1}^n k^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

suma de los primero n números al cubo

Algunas fórmulas

$$4) \sum_{k=m}^n c^k = \frac{c^m \cdot (1 - c^{n-m+1})}{1 - c}$$

Geométrica

Ejemplos:

$$\sum_{k=1}^5 2^k =$$

$$\sum_{4}^{10} 2^{-2k} =$$

Suma de una Progresión Aritmética

Una P.A. es una sucesión de términos donde cada uno de ellos (salvo el primero) se obtiene sumando una cantidad constante al anterior (la llamaremos “d”)

Ejemplo:

$$a_n = 7, 10, 13, 15$$

$$d = 3$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

Ejemplo: Sumar los primeros 100 términos de la P.A. 5, 10, 15, 20, ...

Suma de una Progresión Geométrica

Es una sucesión de términos donde cada término (salvo el primero) se obtiene multiplicando el anterior por una razón (la llamaremos R)

Ejemplo:

$$a_n = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$$

$$R = \frac{1}{2}$$

$$a_n = a_1 \cdot R^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a_1 (1 - R^n)}{1 - R}$$

Ejemplo: Sumar los primeros 20 términos de la P.G. 1, -2, 4, -8, 16, ...