



Parte I: Energía potencial eléctrica

Escuela Naval Arturo Prat
2025

Objetivos

Calcular el trabajo realizado por una fuerza eléctrica.

Establecer la relación entre trabajo eléctrico y energía potencial eléctrica.

Aplicar el principio de conservación de la energía para resolver problemas que involucran cargas puntuales y algunas distribuciones continuas de carga eléctrica.

Energía

La energía cinética de un sistema es la suma de las energías cinéticas de todas las partículas que componen el sistema.

$$K_{total} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m v_i^2$$

La energía potencial de un sistema, ΔU , es la energía de interacción del sistema.

El cambio en la energía potencial es -1 veces el trabajo hecho por las fuerzas de interacción, al moverse desde una posición inicial "i" a una final "f".

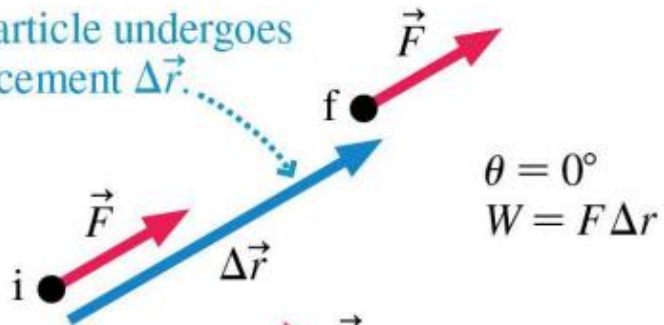
$$\Delta U = -W_{fuerza\ de\ interacción}(i \rightarrow f)$$

Si todas las fuerzas involucradas son conservativas, entonces la energía total ($E=K+U$) se conserva.

$$\Delta K = -\Delta U$$

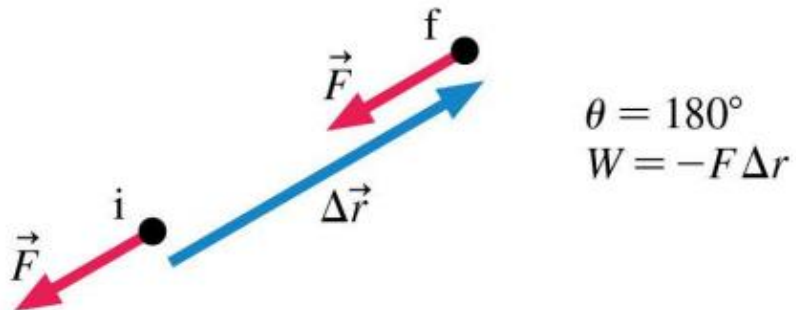
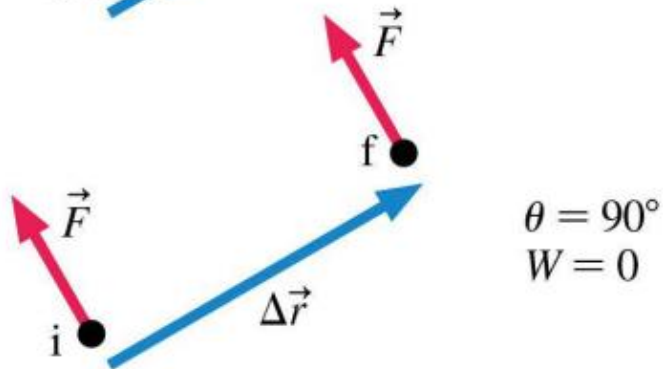
Trabajo hecho por una fuerza constante

The particle undergoes displacement $\Delta\vec{r}$

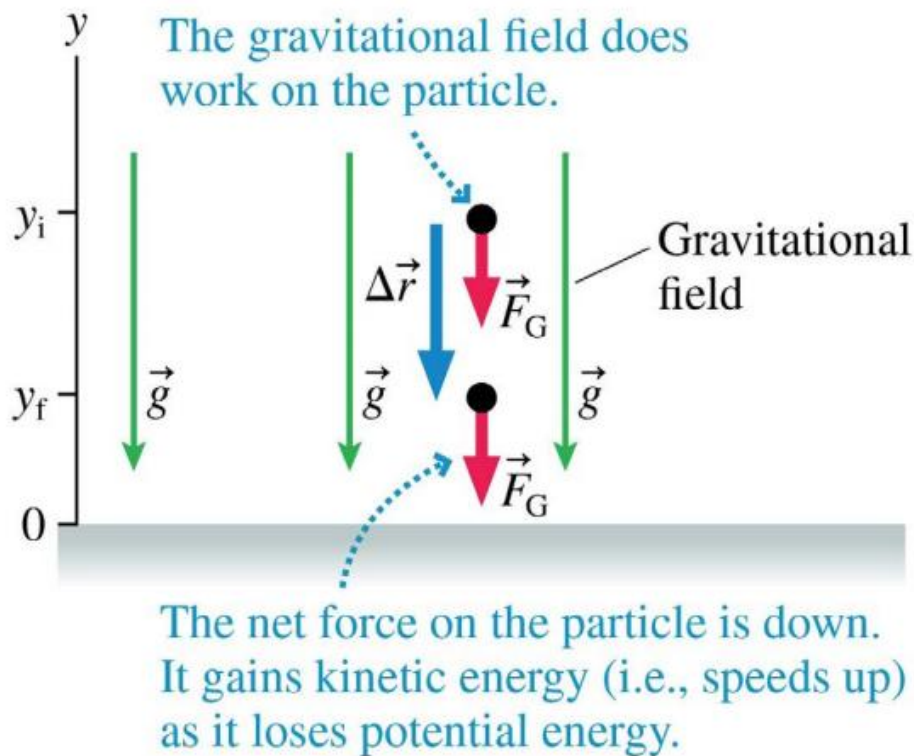


$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$

$$W = F\Delta r \cos(\theta)$$



Trabajo hecho por el campo gravitacional terrestre: Una partícula de masa "m" se mueve en línea recta desde la posición y_i hasta la posición y_f



$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$

$$W = m\vec{g} \cdot \Delta\vec{r}$$

$$W = -mg\hat{j} \cdot -(y_f - y_i)\hat{j}$$

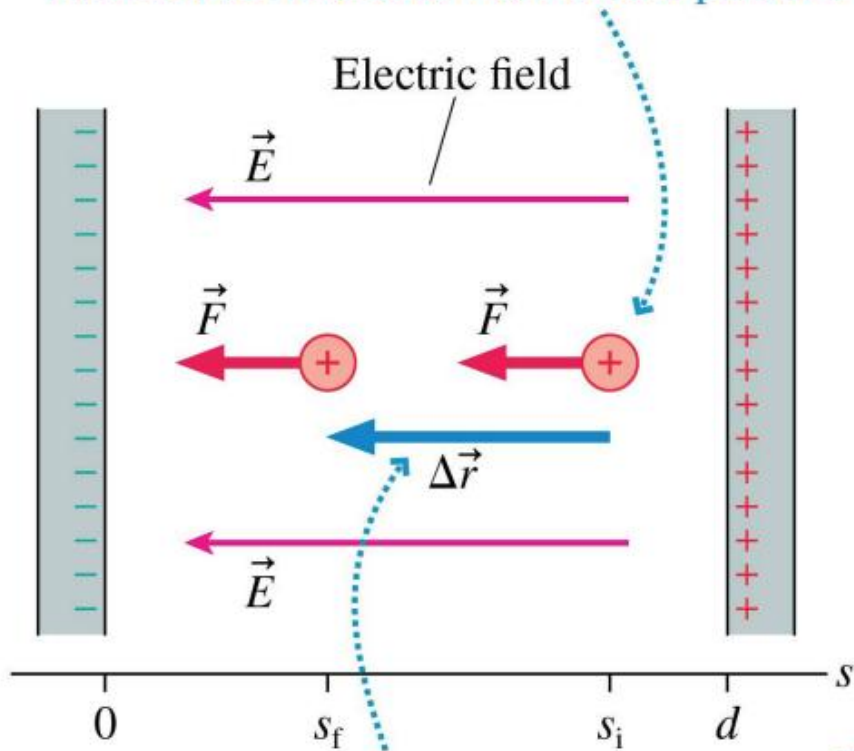
$$W = mg(y_f - y_i)$$

$$\Delta U_{grav} = -mg(y_f - y_i)$$

$$U_{grav} = mgy$$

Trabajo hecho por un campo eléctrico homogéneo: Una partícula cargada “ q_0 ”, positiva, se mueve en línea recta desde la posición s_i hasta la posición s_f

The electric field does work on the particle.



The particle is “falling” in the direction of $\vec{E}$.

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$

$$W = q_0 \vec{E} \cdot \Delta\vec{r}$$

$$W = q_0 E (-\hat{i}) \cdot (s_f - s_i)(-\hat{i})$$

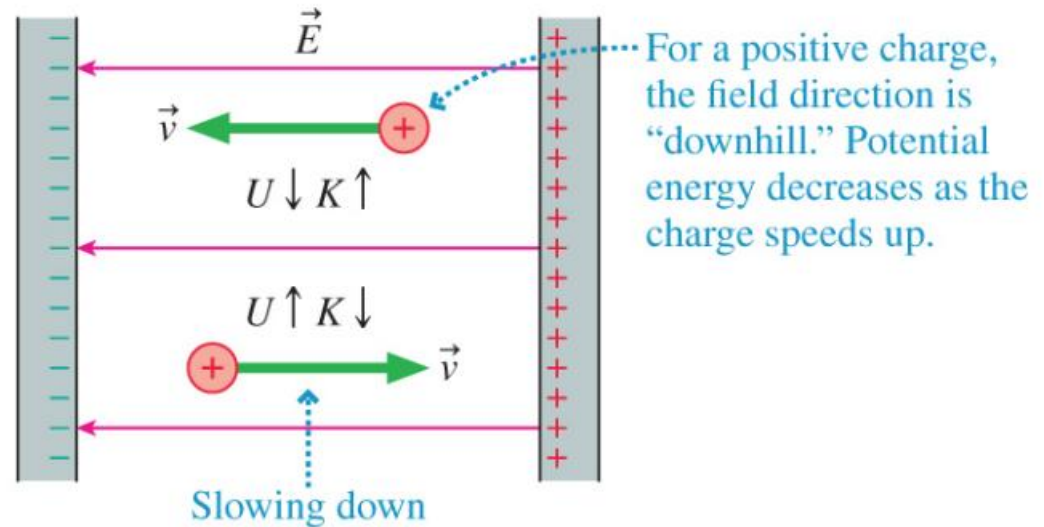
$$W = q_0 E (s_f - s_i)$$

$$\Delta U_{elec} = -W = -q_0 E (s_f - s_i)$$

$$U_{elec} = q_0 E s$$

Carga positiva moviéndose en un campo eléctrico uniforme

Si una carga positiva se mueve en la dirección del campo eléctrico, su energía potencial disminuye mientras que su energía cinética aumenta

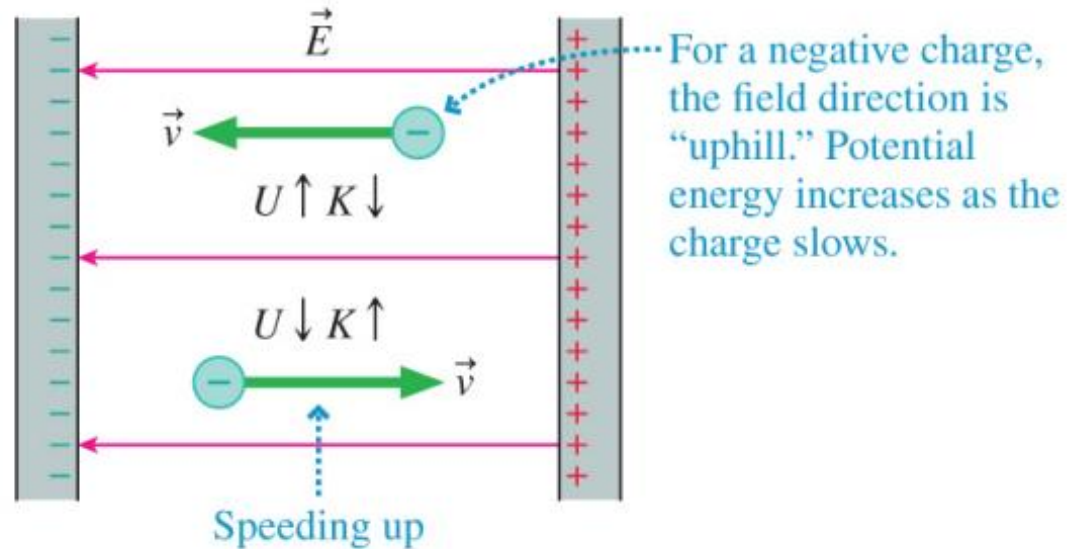


Por el contrario si se mueve en contra del campo eléctrico, su energía potencial aumenta y su energía cinética disminuye

Carga negativa moviéndose en un campo eléctrico uniforme

Una carga negativa tiene energía potencial eléctrica negativa.

Si la carga negativa se mueve en la dirección del campo eléctrico, el campo hace un trabajo negativo sobre la carga: **La energía potencial eléctrica se incrementa (se hace menos negativa)**

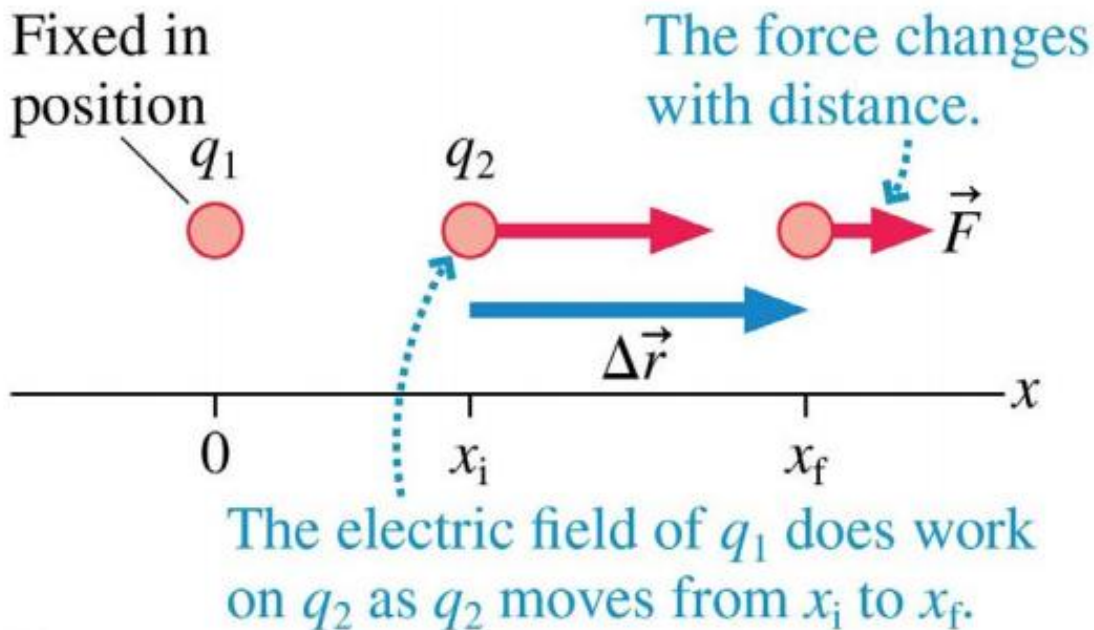


Si la carga negativa se mueve en la dirección contraria del campo eléctrico, el campo hace un trabajo positivo sobre la carga: **La energía potencial eléctrica disminuye.**

Energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales

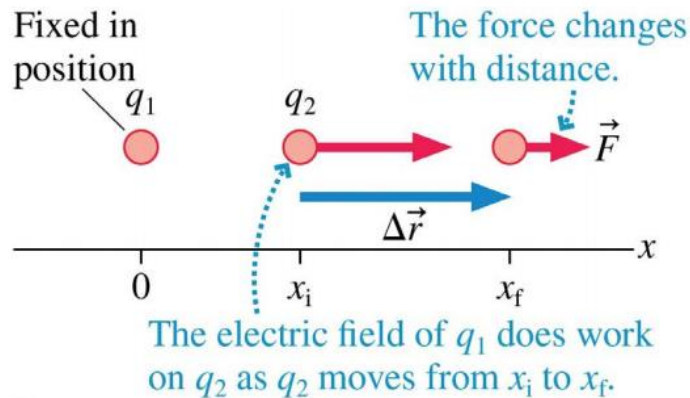
Considere dos cargas eléctricas puntuales q_1 y q_2

El campo eléctrico de q_1 mueve la carga q_2 desde la posición x_i hasta la posición x_f



El campo eléctrico no es uniforme

Energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales



$$W = -\frac{K_e q_1 q_2}{x_f} + \frac{K_e q_1 q_2}{x_i}$$

Y la variación en la energía potencial eléctrica es

$$\Delta U_{elec} = -W$$

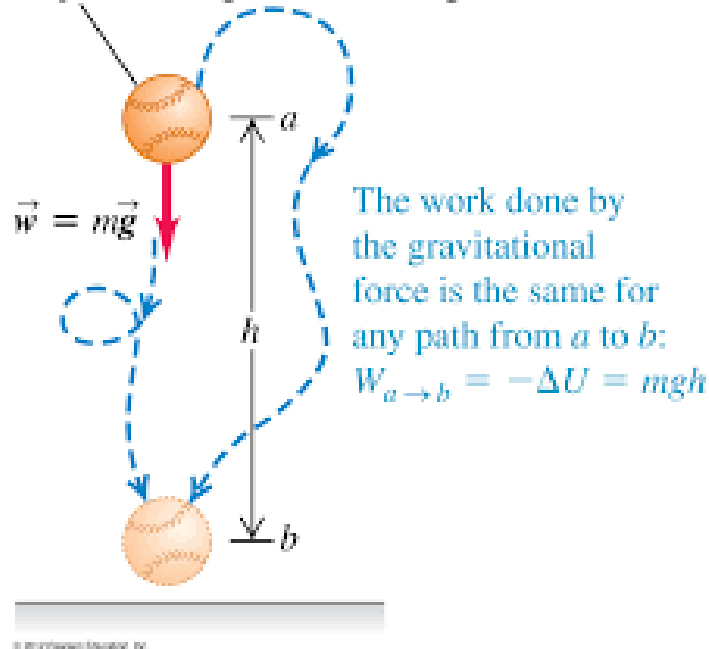
Si,

$$U_{elec} = \frac{K_e q_1 q_2}{x}$$

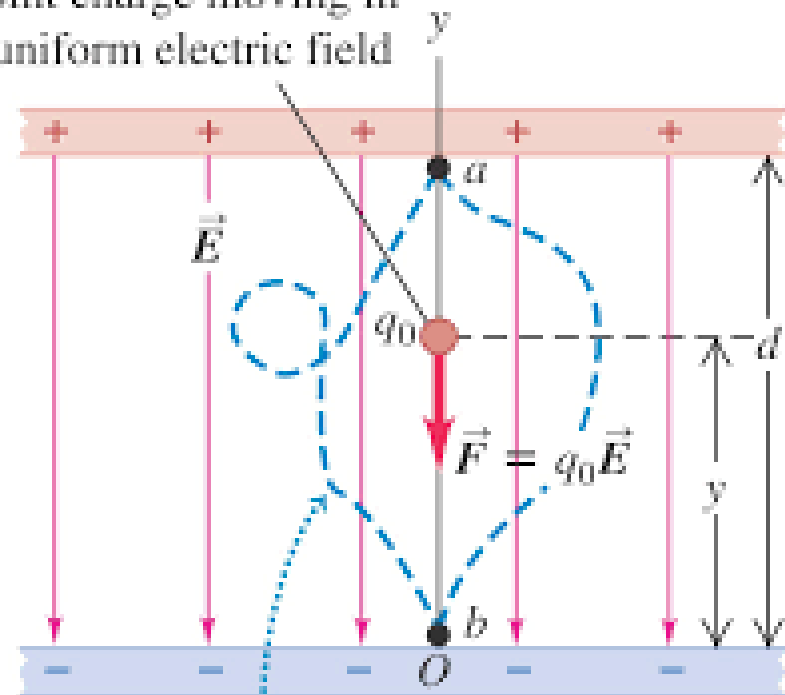
Energía del sistema compuesto por q_1 y q_2 separados una distancia x

La fuerza eléctrica es una fuerza conservativa

Object moving in a uniform gravitational field



Point charge moving in a uniform electric field



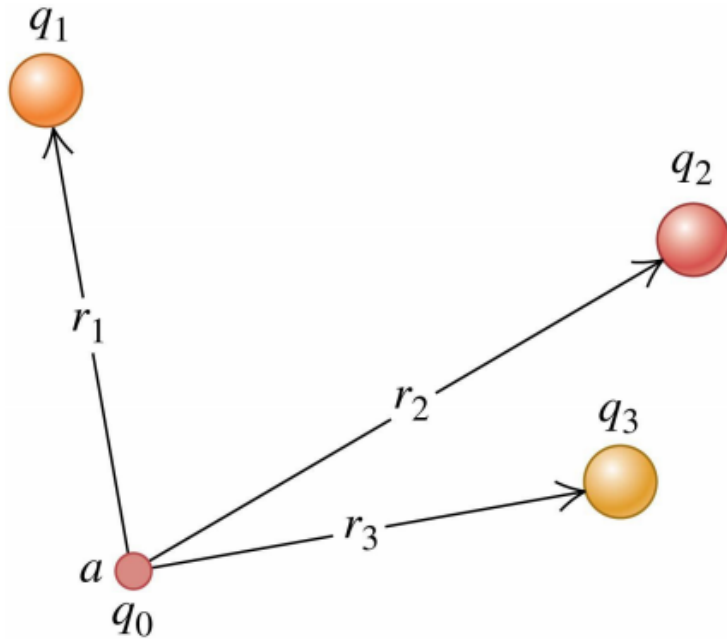
The work done by the electric force is the same for any path from a to b :

$$W_{a \rightarrow b} = -\Delta U = q_0Ed$$

Energía potencial eléctrica para más de dos cargas puntuales

Considere más de dos cargas puntuales. La energía potencial eléctrica asociada a la carga q_0 es:

$$U_{elec,q_0} = K_e q_0 \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right)$$



Ejemplo:

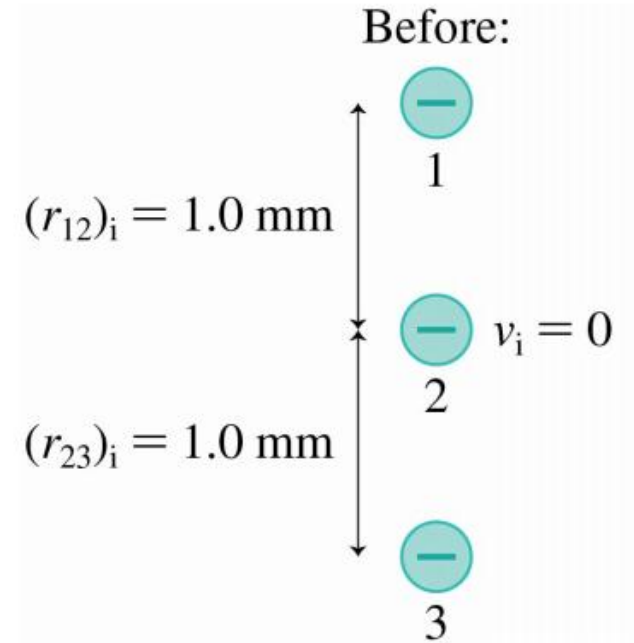
Un protón es disparado desde muy lejos hacia una esfera de vidrio de diámetro 1mm que tiene una carga de 100 nC. ¿Cuál debe ser la velocidad inicial del protón para que se detenga justo en la superficie de la esfera?



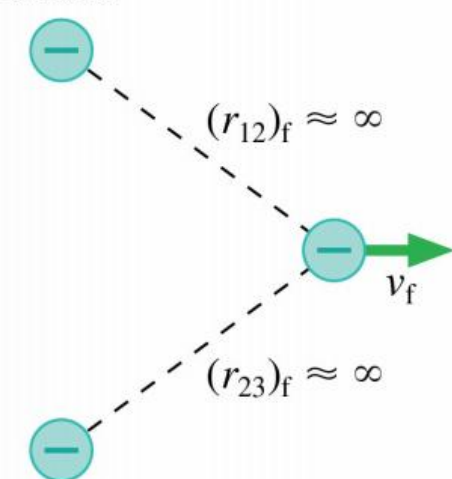
Ejemplo:

Tres electrones están inicialmente alineados y separados 1 mm a lo largo de una línea vertical. Los electrones en los extremos están fijos.

- El electrón central está en equilibrio estable o inestable?
- Si el electrón central es levemente desplazado en la dirección horizontal ¿Cuál es su velocidad cuando está muy lejos?

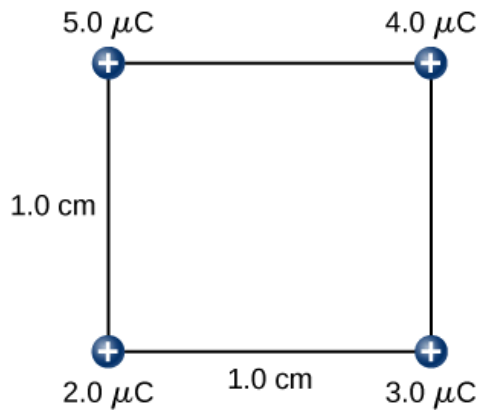


After:



Ejemplo:

Determine la cantidad de trabajo que debe hacer un agente externo al ensamblar cuatro cargas $+2,0 \mu\text{C}$, $+3,0 \mu\text{C}$, $+4,0 \mu\text{C}$ y $+5,0 \mu\text{C}$ en los vértices de un cuadrado de lado 1 cm , comenzando cada carga desde el infinito





Parte II: Potencial eléctrico

2022

Objetivos

Definir el potencial eléctrico.

Establecer la relación entre potencial eléctrico y campo eléctrico en algunas distribuciones de carga eléctrica.

Calcular el campo eléctrico a partir de un potencial eléctrico conocido.

Potencial eléctrico

El potencial eléctrico es energía potencial eléctrica por unidad de carga eléctrica

$$V = \frac{U_{elec,q}}{q}$$

Su unidad en el SI es el [J/C] que se define como volt [V]

$$1 \text{ volt} = 1V = 1J/C$$

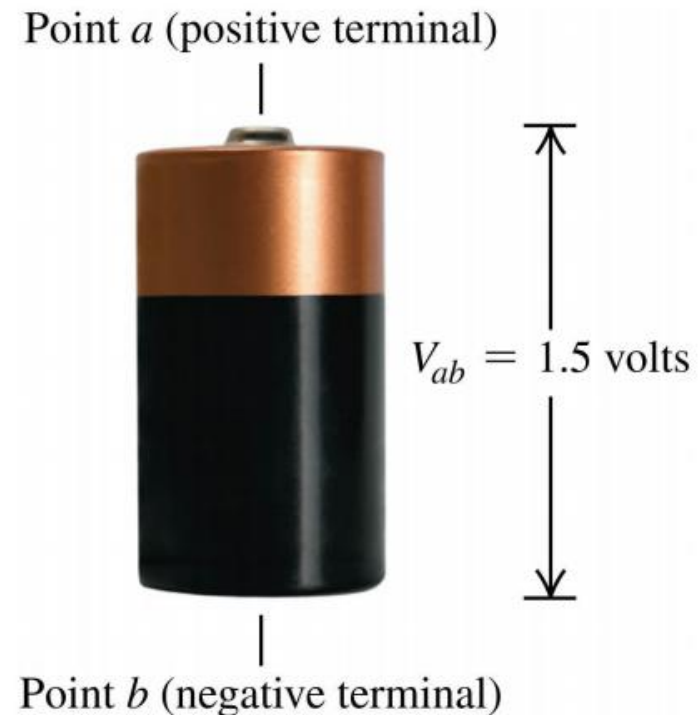
Diferencia de potencial

En física el cambio en el valor del potencial eléctrico tiene real significado, no su valor en cada punto.

Definimos la **diferencia de potencial eléctrico** entre los puntos a y b como:

$$V_{ab} = V_a - V_b \quad \text{Potencial eléctrico de a respecto de b}$$

Es igual al trabajo realizado por la fuerza eléctrica cuando se mueve una unidad de carga eléctrica desde a hasta b.



Cómo usamos el potencial eléctrico?

$$V = \frac{U_{elec,q}}{q} \longrightarrow U_{elec,q} = qV$$

Una partícula cargada “q” moviéndose a través de un campo eléctrico, puede experimentar cambios en su energía potencial eléctrica, mas su energía total se conserva:

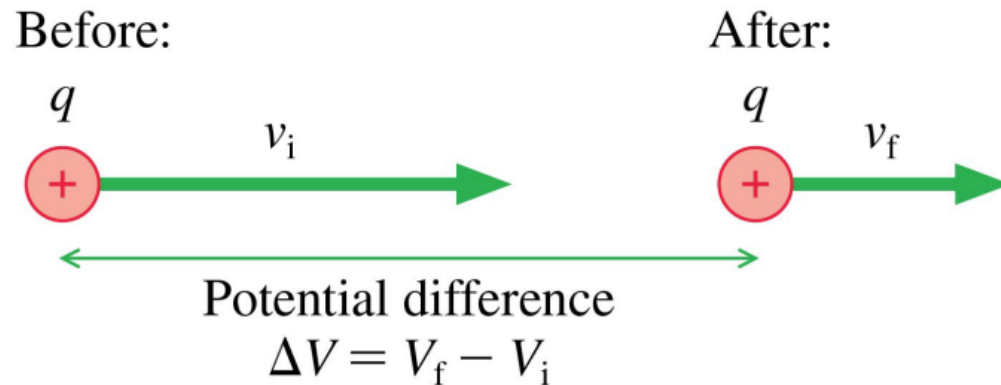
$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

$$K_f + qV_f = K_i + qV_i$$

Ejemplo:

Un protón con velocidad $2 \times 10^5 \text{ m/s}$ ingresa a una región del espacio donde el potencial eléctrico varía de 0 a 100 V.

- a) ¿Cuál es la velocidad del protón cuando su potencial es 100V?
- b) ¿Cuál es la velocidad final si el protón se reemplaza por un electrón?
- c) ¿Cómo cambian sus respuestas anteriores si el potencial eléctrico varía de 200V a 300 V ?



Cálculo del potencial eléctrico a partir del campo eléctrico

Para un desplazamiento finito desde un punto a al punto b, la variación del potencial será

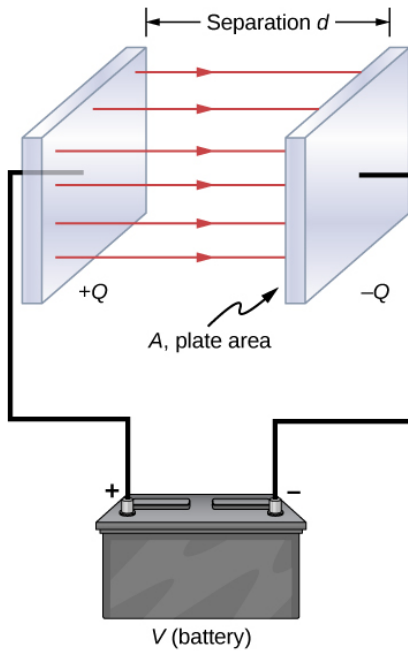
$$V_{ab} = \frac{\Delta U_{elec}}{q} = V_a - V_b$$

$$V_a - V_b = -\vec{E} \cdot \vec{d}$$

La unidad de campo eléctrico es **N/C** y de la ecuación anterior obtenemos la siguiente equivalencia

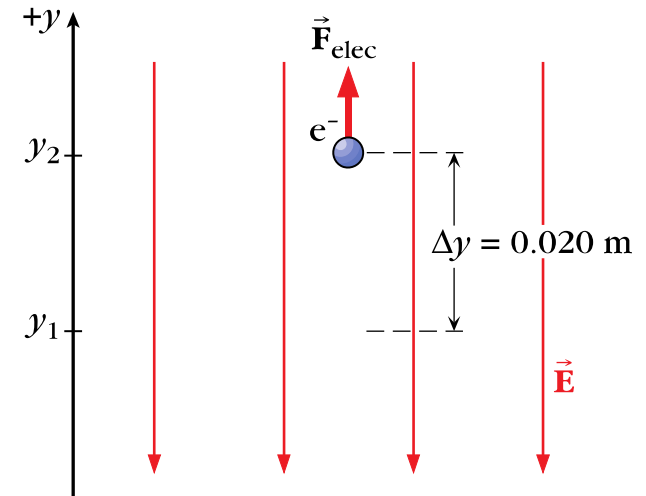
$$1 \text{ N/C} = 1\text{V/m}$$

Ejemplo: Diferencia de potencial entre dos placas paralelas con carga eléctrica opuesta



Variación en el potencial eléctrico experimentado por un electrón moviéndose en un campo eléctrico uniforme

Un electrón se libera desde el reposo en un punto donde el potencial eléctrico es de 3,0 J/C. Los punto se encuentra en una región de campo eléctrico uniforme de magnitud 75 N/C. Puesto en marcha por el campo, el electrón alcanza un punto a 0,020 m de su punto de inicio. ¿Cuál es el potencial en este punto?



Ejemplo

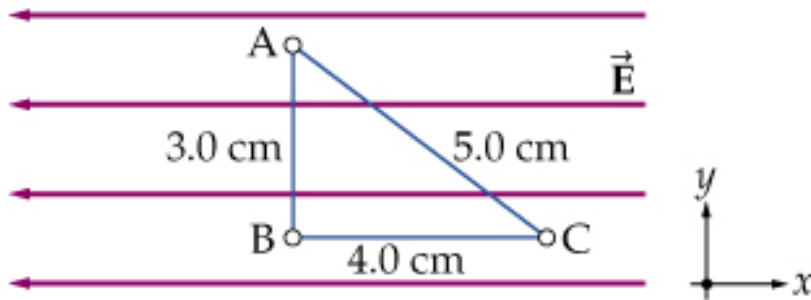
Un campo eléctrico uniforme de magnitud 1200 N/C apunta en la dirección $-x$.
Determine la diferencia de potencial entre los puntos

a) A y B $V_{AB} = V_B - V_A$

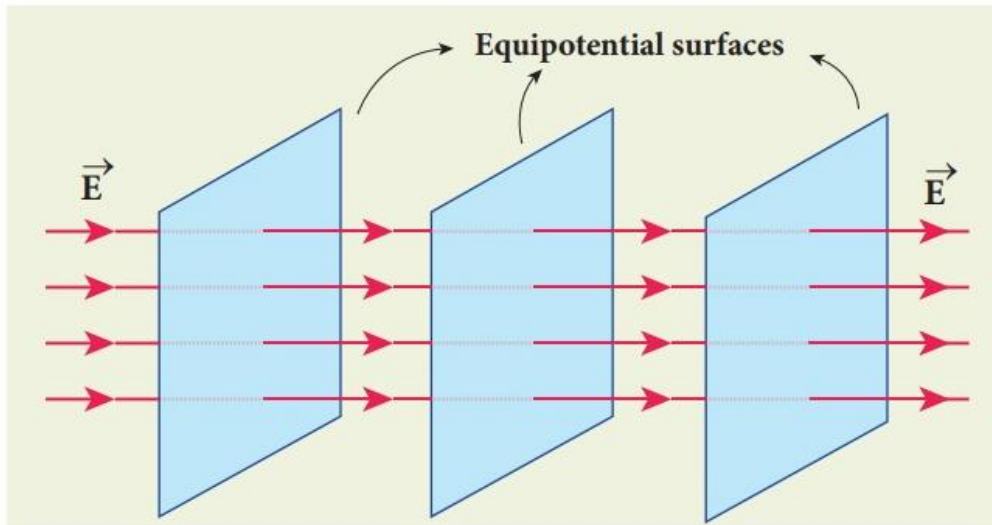
b) B y C $V_{BC} = V_C - V_B$

c) C y A $V_{CA} = V_A - V_C$

Con la información entregada en el problema ¿es posible determinar el potencial eléctrico en el punto A?



Del ejemplo anterior, podemos concluir que todos los puntos en un plano perpendicular al campo eléctrico uniforme tienen el mismo potencial

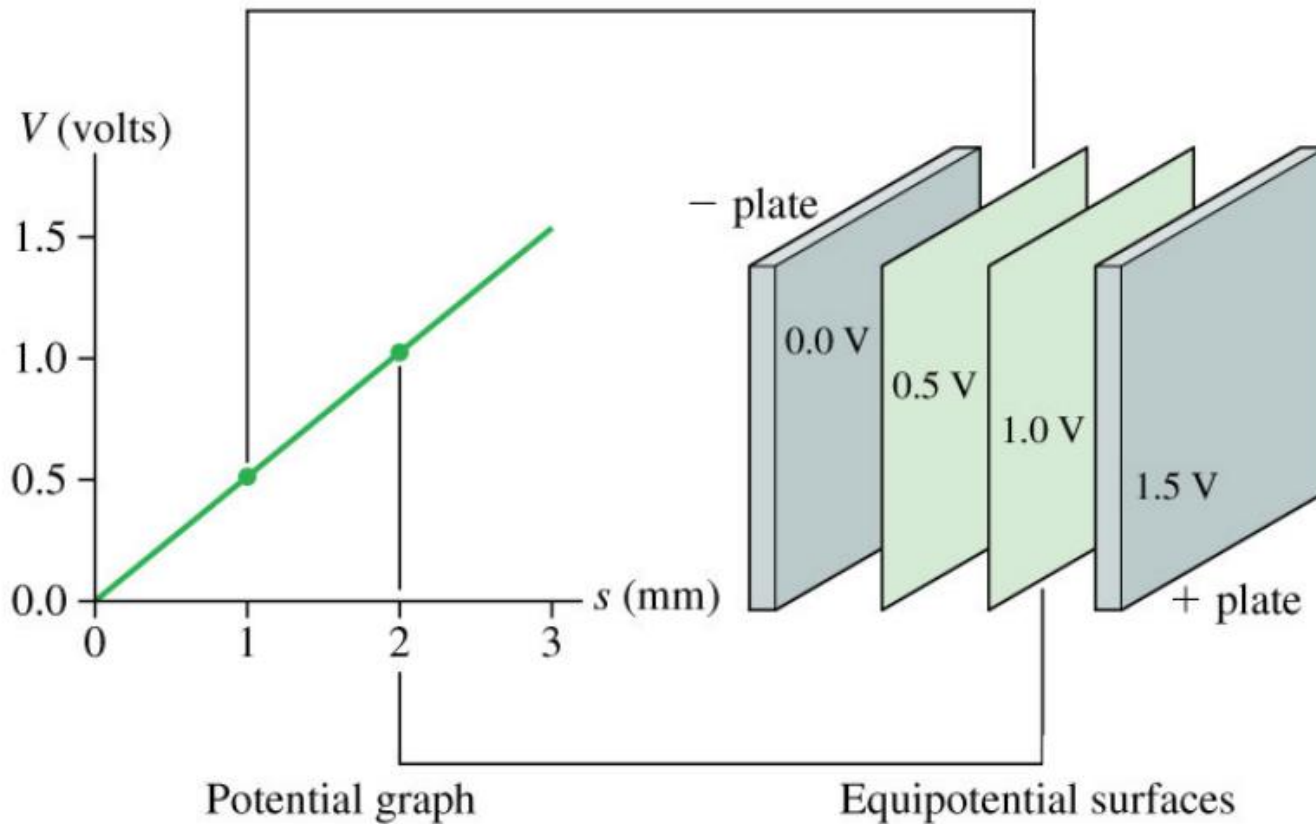


Las superficies equipotenciales asociadas a un campo eléctrico uniforme son una familia de planos , todas perpendiculares al campo.

A esta superficie se le denomina **SUPERFICIE EQUIPOTENCIAL**

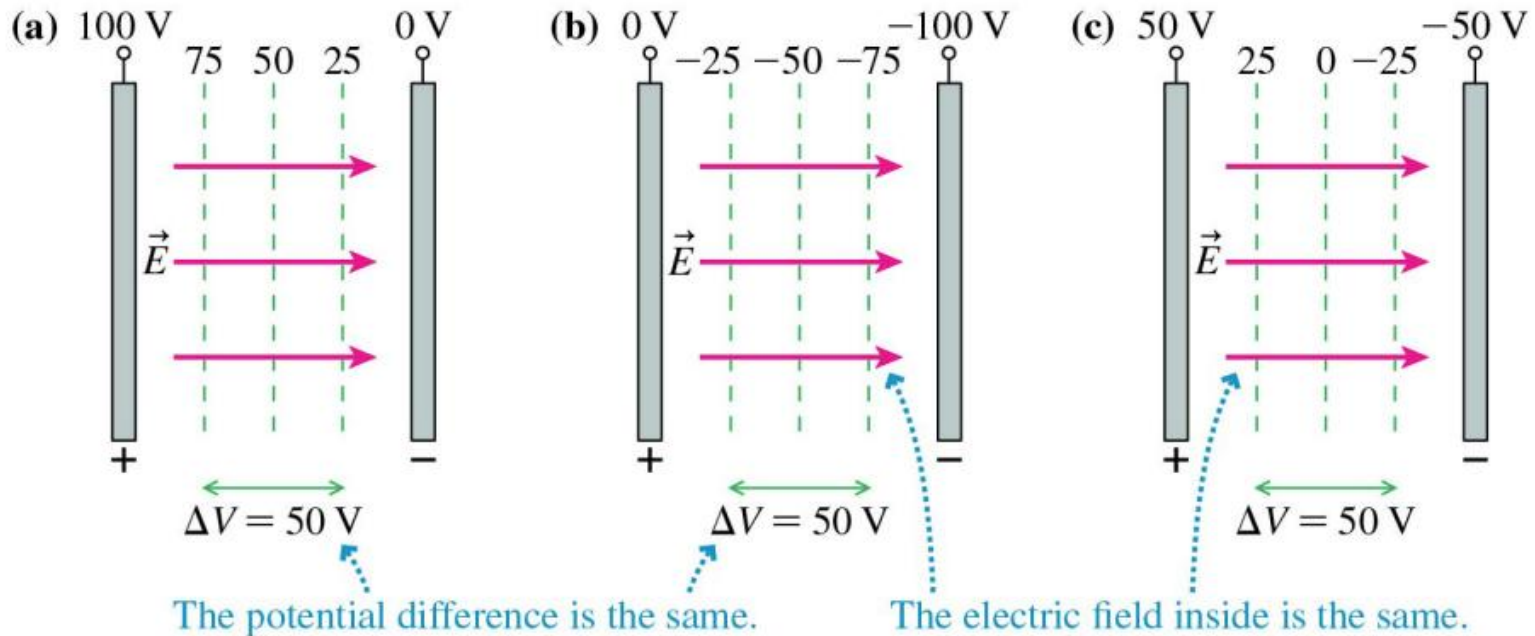
- Una superficie equipotencial, es siempre perpendicular al campo eléctrico
- Si una partícula cargada se mueve sobre una superficie equipotencial, el campo eléctrico no realiza trabajo

Superficies equipotenciales para el campo eléctrico entre dos placas paralelas



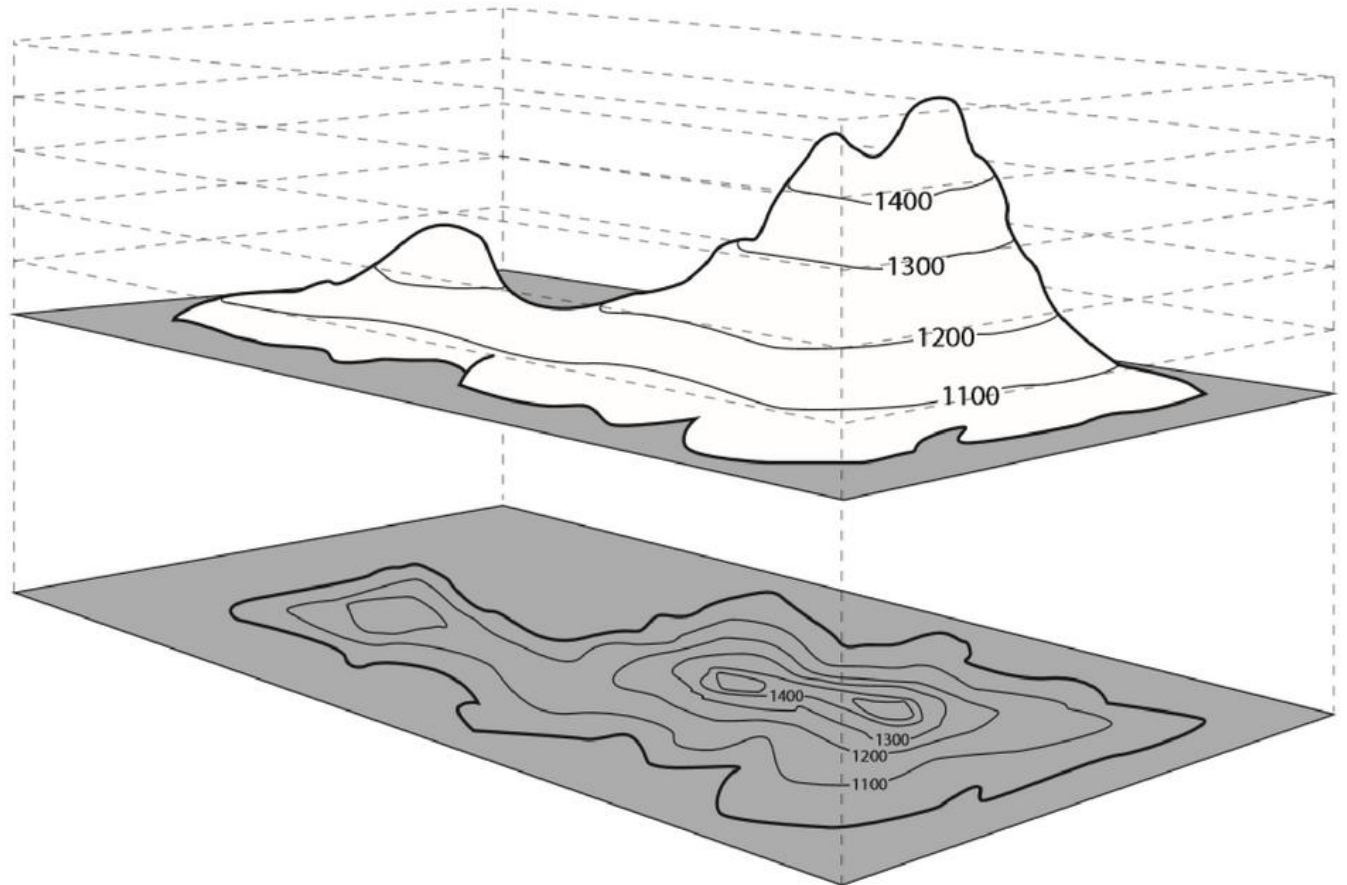
Elección del potencial eléctrico igual a cero

La elección de $V=0$ es totalmente arbitraria, en todos los casos la diferencia de potencial es la misma

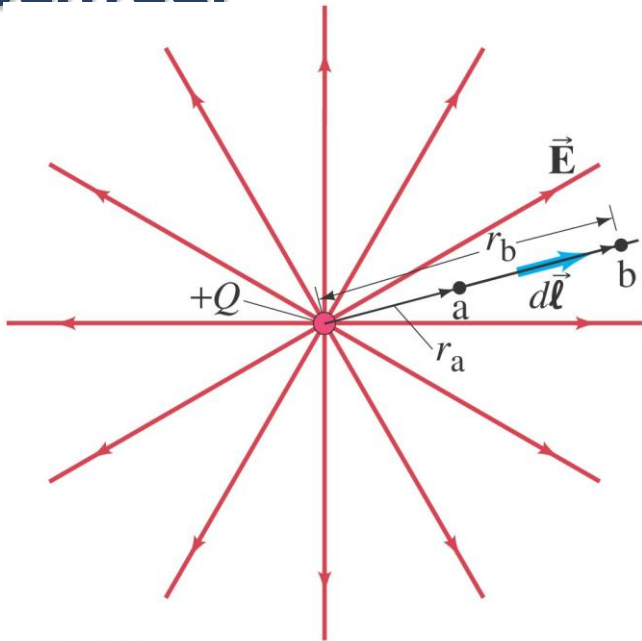


Analogía entre un gráfico de contorno y líneas equipotenciales

Las líneas de contorno en un mapa topográfico son curvas de elevación constante y por lo tanto de energía potencial gravitacional constante



Ejemplo: Potencial eléctrico de una carga puntual



$$V_b - V_a = K_e Q \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right)$$

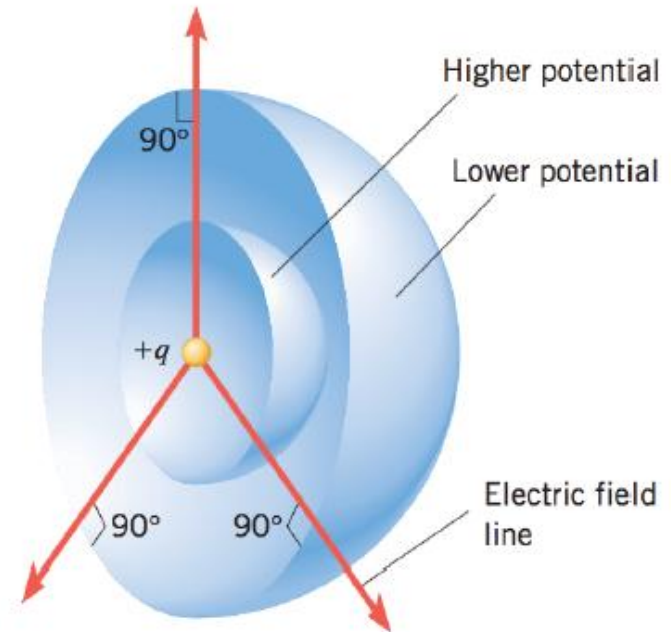
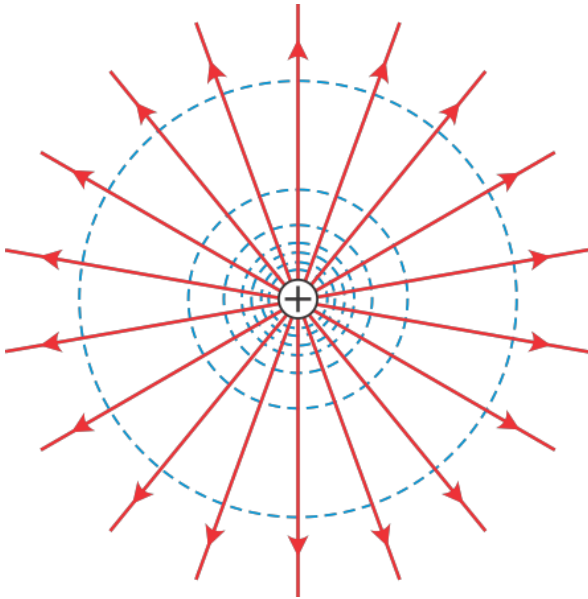
Si hacemos que r_b este muy alejado ($r_b \rightarrow \infty$) podemos hacer la elección $V_b = 0 \text{ V}$, entonces:

$$V_a = \frac{K_e Q}{r_a}$$

Superficies equipotenciales para una carga puntual

$$V = \frac{K_e Q}{r}$$

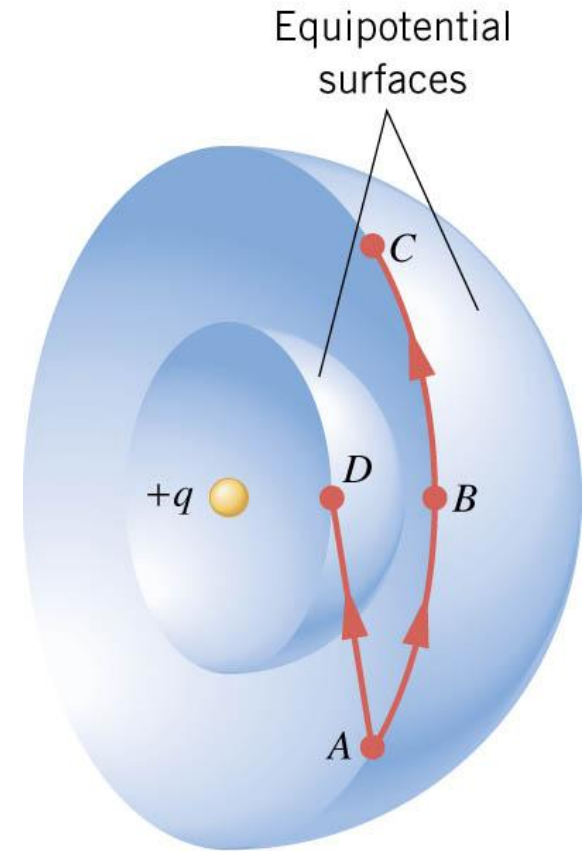
Visión 3D: familia de cascarones esféricos concéntricos



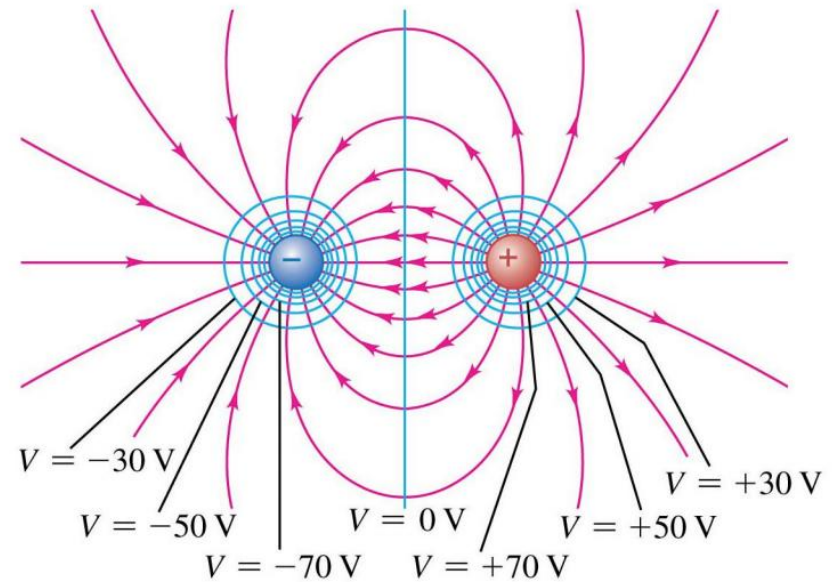
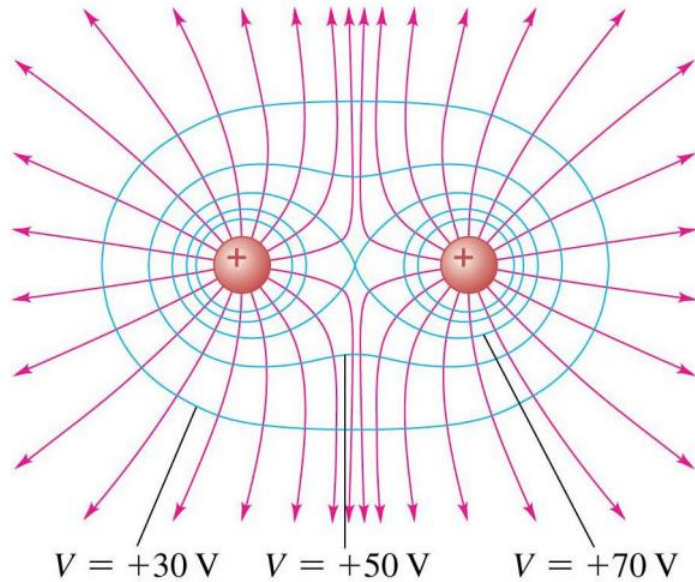
Una superficie equipotencial es una superficie donde el potencial eléctrico es constante.

Para una carga puntual, esta sería una superficie esférica

La diferencia potencial está relacionada con el trabajo realizado para mover una carga de prueba en un campo eléctrico. La fuerza eléctrica neta no hace trabajo sobre una carga de prueba si esta carga se movió a lo largo de una superficie equipotencial.



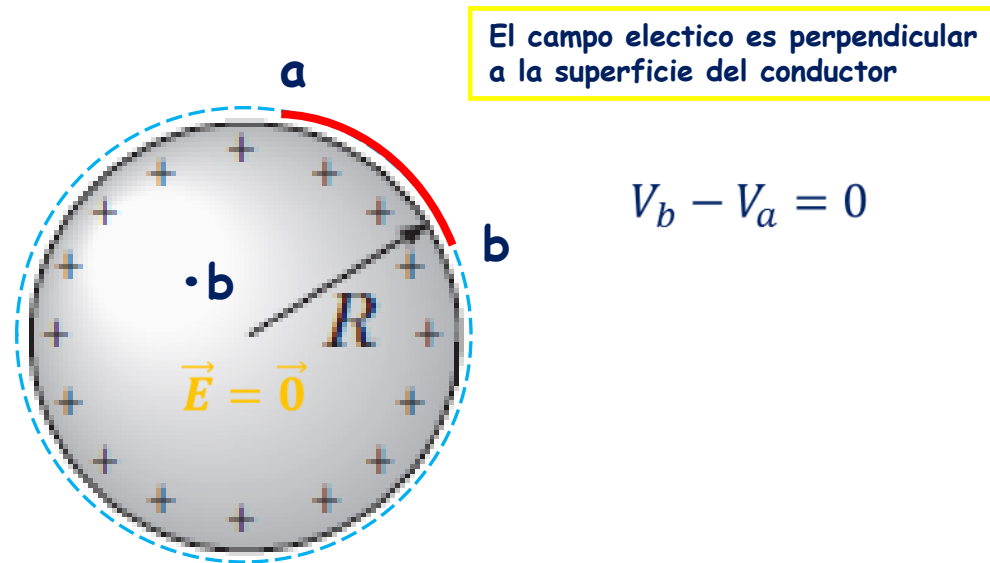
Otros ejemplos de superficies (líneas) equipotenciales



Ejemplo: potencial eléctrico de un conductor cargado

La superficie de todo conductor cargado y en equilibrio electrostático, es una superficie equipotencial.

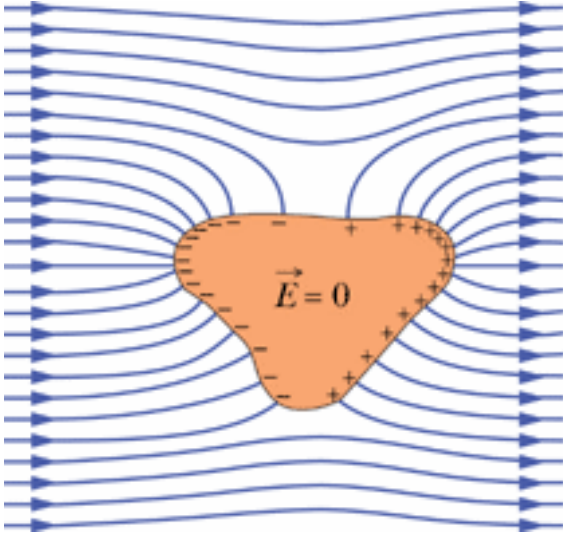
Dado que el campo eléctrico es cero en el interior del conductor, el potencial es constante en el interior del conductor e igual al valor en la superficie.



El potencial eléctrico en el interior de conductor es constante e igual al potencial en la superficie

$$V_b = V_{\text{en la superficie del conductor}}$$

Un conductor en un campo eléctrico externo



Al situar un conductor descargado (neutro) en un campo eléctrico externo. Los electrones de conducción se redistribuyen sobre la superficie, lo que reduce a cero el campo eléctrico en el interior del conductor

Lejos del conductor las superficies equipotenciales son planas

Cerca del conductor las superficies equipotenciales se curvan tomando la forma del conductor, que como sabemos, es una superficie equipotencial.

Cálculo del campo eléctrico a partir del potencial

Tanto campo eléctrico como potencial eléctrico son descripciones equivalentes de la electrostática.

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Diferencia de potencial entre dos puntos a una distancia ds

Si en alguna región $\vec{E}$ solo tiene componente E_x entonces

$$dV = -E_x dx$$

$$E_x = -\frac{dV}{dx}$$

En general, el potencial es una función de las tres coordenadas espaciales. Si $V(r)$ está dado en coordenadas cartesianas entonces:

$$\vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}$$

$$E_x = -\frac{dV}{dx}$$

$$E_y = -\frac{dV}{dy}$$

$$E_z = -\frac{dV}{dz}$$

Ejemplo

El potencial eléctrico en un punto P sobre el eje de un anillo delgado, a una altura x está dado por:

$$V(x, y, z) = -k_e \frac{Q}{(x^2 + R^2)^{1/2}}$$

Donde Q es la carga del anillo, uniformemente distribuida. R es el radio del anillo

Encuentre una expresión para la magnitud del campo eléctrico en el punto P

Sol: Dada la simetría del problema, V solo es función de x. Luego

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = -k_e Q \frac{d}{dx} \frac{1}{(x^2 + R^2)^{1/2}}$$

$$E_x = k_e \frac{Q x}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

Ejemplo

El potencial que produce un dipolo eléctrico en un punto R muy alejado esta dado por la expresión.

$$V(x, y, z) = -k_e P \frac{z}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

Donde P es el momento dipolar eléctrico del dipolo y (x,z) son las coordenadas del punto R

Encuentre una expresión para la magnitud del campo eléctrico en el punto R

Sol: Como vemos V es función de x y z

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = -k_e P \frac{dz}{dx} \frac{z}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$E_y = -\frac{dV}{dy} = -k_e P \frac{dz}{dy} \frac{z}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$E_z = -\frac{dV}{dz} = -k_e P \frac{dz}{dz} \frac{z}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$E_x = k_e 3P \frac{xz}{(x^2 + z^2)^{5/2}}$$

$$E_y = 0$$

$$E_z = -k_e P \frac{x^2 - 2z^2}{(x^2 + z^2)^{5/2}}$$

Problema : Diferencia de potencial

Considere dos esferas metálicas uniformemente cargadas.

- a) Determine la diferencia de potencial entre los puntos a y b
- b) Si las esferas se unen mediante un alambre muy delgado ¿Cuál sera, ahora, la diferencia de potencial entre los puntos a y b?
- c) Después de conectarse, ¿se mantiene o cambia la carga en las esferas?

