



TEMA : LOGICA Y CONJUNTOS

Capacidad: Razonamiento lógico

Analizar problemas de lógica proposicional y teoría de conjuntos.
Aplicar definiciones de lógica y conjuntos.

1) Identificar cuáles de las siguientes oraciones son proposiciones :

- | | |
|--------------------------|---------------------------------|
| a) 25 es divisible por 2 | b) ¿ me alcanzas ese libro?. |
| c) ¿Cómo estás ? | d) 9 es un número primo |
| e) $2 + 2$ | f) Tomar asiento. |
| g) ¡ Dios no lo permita! | h) árbol lleva acento en la "a" |

2) Anotar en lenguaje simbólico y establecer el valor de verdad de las siguientes proposiciones compuestas.

- a) $2 + 3 \neq 5$ y $4 + 4 = 8$
 b) No es verdad que : 5 es múltiplo de 10 y $2 + (-3) = (-1)$
 c) -4 es un número natural y no es el caso que 21 es divisible por 3.
 d) 3 es factor de 15 o 20.
 e) $-3 < -5$, supuesto que $5 < 3$.
 f) 2 mas (-7) es (-5) , siempre que 2 sea un número impar .
 g) No es verdad que : $2 + 2 = 4$, entonces $3 + 3 = 5$ o $1 + 1 = 2$.
 h) Si $5 + 3 \neq 8$, entonces no es verdad que : $3 - 4 = 7$ si y sólo si $1 + (-1) = 0$.

3) Dadas las siguientes proposiciones compuestas , establecer mediante tablas de verdad si son Tautologías, Contingencias o Contradicciones.

- | | |
|--|--|
| a) $(p \Rightarrow q) \vee \bar{q}$ | b) $p \wedge (\bar{p} \wedge q)$ |
| c) $p \Rightarrow (q \vee \bar{p})$ | d) $(p \wedge \bar{q}) \Rightarrow (\bar{p} \vee q)$ |
| e) $\bar{p} \Rightarrow [p \Leftrightarrow (q \vee p)]$ | f) $[(\bar{p} \wedge (q \Rightarrow p)) \Rightarrow \bar{p}] \wedge q$ |
| g) $[\bar{p} \wedge (\bar{p} \vee q)] \Rightarrow \bar{q}$ | h) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow [(p \vee q) \Rightarrow q]$ |
| i) $(\bar{p} \wedge \bar{q} \vee q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ | |

4) Dadas las siguientes proposiciones, indicar su valor de verdad sabiendo que **p** es verdadero , **q** es falso y **r** es verdadero.

- | | |
|---|--|
| a) $p \wedge \bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ | b) $(p \vee q) \wedge \bar{p}$ |
| c) $p \Rightarrow (q \vee \bar{p})$ | d) $(p \wedge \bar{q}) \Rightarrow (\bar{p} \vee q)$ |
| e) $\bar{p} \Rightarrow [p \Leftrightarrow (q \vee p)]$ | f) $[(\bar{p} \wedge (q \Rightarrow p)) \Rightarrow \bar{p}] \wedge q$ |
| g) $(p \wedge \bar{r}) \Rightarrow (q \vee \bar{r})$ | h) $(p \vee \mathbf{V}) \wedge \bar{p} \Rightarrow \mathbf{F}$ |
| i) $r \wedge (q \Rightarrow \bar{p} \wedge \bar{q})$ | j) $p \Rightarrow [q \vee (p \wedge \bar{q})]$ |
| k) $(r \Leftrightarrow q) \Rightarrow \mathbf{V}$ | |



ESCUELA NAVAL "ARTURO PRAT"
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

5) Si $(p \wedge q)$ es una proposición verdadera, determine el valor de verdad de la siguiente proposición.

a) $(p \vee \bar{p}) \wedge (\bar{p} \Rightarrow \bar{q}) \Leftrightarrow [\bar{q} \Rightarrow (\bar{p} \wedge q)]$

b) $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)] \Leftrightarrow (\bar{p} \vee \bar{q})$

6) Si $(p \Rightarrow q)$ es una proposición falsa, determine el valor de verdad de la siguiente proposición.

a) $\bar{p} \Rightarrow [p \Leftrightarrow (q \vee p)]$

b) $[(\bar{p} \wedge (q \Rightarrow p)) \Rightarrow \bar{p}] \wedge q$

7) Si $(p \vee q) \Rightarrow q$ es una proposición falsa, determine el valor de verdad de la siguiente proposición.

a) $(p \wedge \bar{q} \Rightarrow \bar{p}) \wedge p$

b) $((p \wedge \bar{q}) \Rightarrow (\bar{p} \vee q)) \Leftrightarrow (q \vee p)$

8) Si $(p \vee (q \Rightarrow r))$ es una proposición falsa, determine el valor de verdad de la siguiente proposición.

a) $(\bar{p} \wedge \bar{r}) \Rightarrow (q \vee \bar{r})$

b) $\overline{((p \wedge \bar{r}) \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow \bar{p} \wedge \bar{q})}$

8) Escriba por extensión o comprensión, según corresponda, los siguientes conjuntos :

$$A = \{-2, -1, 1, 2\}$$

$$B = \{\text{divisores naturales de } 10\}$$

$$C = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge -4 < x < 4\}$$

$$D = \{a/a \in \mathbb{N} \wedge a \text{ es par} \wedge a < 11\}$$

$$E = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots\}$$

$$F = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge x < 1\}$$

$$G = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge x^2 - 4 = 0\}$$

$$H = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge 2x = 1\}$$

9) Dado el conjunto $D = \{0; 4; \{5\}; 7\}$. Indicar si las siguientes proposiciones son Verdaderas o Falsas:

a) $4 \in D$ b) $4 \subseteq D$ c) $0 \in D$ d) $\emptyset \in D$ e) $\emptyset \subseteq D$ f) $\{\emptyset\} \subseteq D$

g) $\{0; 4; 7\} \subseteq D$ h) $\{4; 2\} \in D$ i) $\{5\} \in D$ j) $\{\{5\}; 4\} \subseteq D$

k) $\{\{5\}\} \subseteq D$ l)

10) Dados : $U = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge -6 < x \leq 6\}$; $A = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge x < 3\}$;
 $C = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge (x-3)(x-2) = 0\}$; $B = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge x^2 + 4 = 20\}$;
 $D = \{x/x \in \mathbb{N}_0 \wedge x \text{ es divisor de } 6\}$

Effectuar las operaciones que se indican :

a) $A^c \cup (B - C)$

e) $(A \cup B) \cup (C \cap D)$

b) $(A \cap B)^c$

f) $(A \cup B)^c \cap (A \cup B)$

c) $C^c \cap (D - B)$

g) $(A - U) \cup D$

d) $(C - A) \cap (D - A)$

h) $D \cap (A \cup C)$



ESCUELA NAVAL "ARTURO PRAT"
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

11) Dados $A = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge -2 < x < 1\}$; $B = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge x < 0\}$

- a) Grafique y escriba usando notación de intervalo cada conjunto.
- b) Calcular $(A \cup B)$; $(A \cap B)$ y exprese este resultado en notación de intervalos.

12) Dados: $A = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge -2 < x < 3\}$; $B = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge x \leq 2\}$;
 $C = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge x > -3\}$

- a) Escriba cada conjunto en forma de intervalos y grafique.
- b) Determine en notación de intervalo, las siguientes expresiones y grafique :

i) $(A \cup C) \cap B$ ii) $(A \cup B)^c$ iii) $(A \cup C) - B$

13) Dados : $A = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge -3 \leq x < 2\}$; $B = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge x < -1\}$
 $C = \{x/x \in \mathbb{R} \wedge x \geq 0\}$

- a) Escriba cada conjunto en forma de intervalos y grafique.
- b) Determine en notación de intervalo, las siguientes expresiones y grafique :

i) $A \cap C$ ii) $(A \cap B) \cap C$ iii) $(B \cup C) \cap A$
iv) $(A \cup B \cup C) - (A \cap C)$ v) $A - (B \cup C)$

14) Determine el valor de verdad de:

- | | |
|--|--|
| a) $(\forall x \in \mathbb{N}) (2x > 10)$ | j) $(\forall x \in \mathbb{R}) (\frac{x}{x} = 1)$ |
| b) $(\forall x \in \mathbb{Z}) (x^2 - 16 = 0)$ | k) $(\exists x \in \mathbb{R}) (\frac{5}{x-x} \in \mathbb{R})$ |
| c) $(\exists x \in \mathbb{N}) (\frac{1}{x} = \frac{1}{3})$ | l) $(\exists x \in \mathbb{Z}) (3x + 4 = -3)$ |
| d) $(\exists x \in \mathbb{N}) (\frac{1}{x} = 3)$ | m) $(\forall x \in \mathbb{R}) (x^2 > 0 \vee x + 2 = 2)$ |
| e) $(\forall x \in \mathbb{N}) (\frac{1}{x} \in \mathbb{Q})$ | n) $(\exists x \in \mathbb{R}) (x^3 = -1)$ |
| f) $(\forall x \in \mathbb{Z}) (\frac{1}{x} \in \mathbb{R})$ | ñ) $(\forall x \in \mathbb{R}) (\frac{0}{x} = 0)$ |
| g) $(\forall x \in \mathbb{R}) (x - 1 \in \mathbb{R})$ | o) $\sqrt{-4} \in \mathbb{R}$ |
| h) $(\forall x \in \mathbb{R}) (\sqrt{x} \in \mathbb{R})$ | p) $-2 \in \mathbb{Q}$ |
| i) $(\forall x \in \mathbb{R}^+) (\sqrt{x^2} = x)$ | q) $\sqrt[3]{-8} \in \mathbb{R}$ |