

FUNCIONES DIVERSAS

FUNCIÓN RAÍZ CUADRADA

Se llama función raíz cuadrada a la función de la forma:

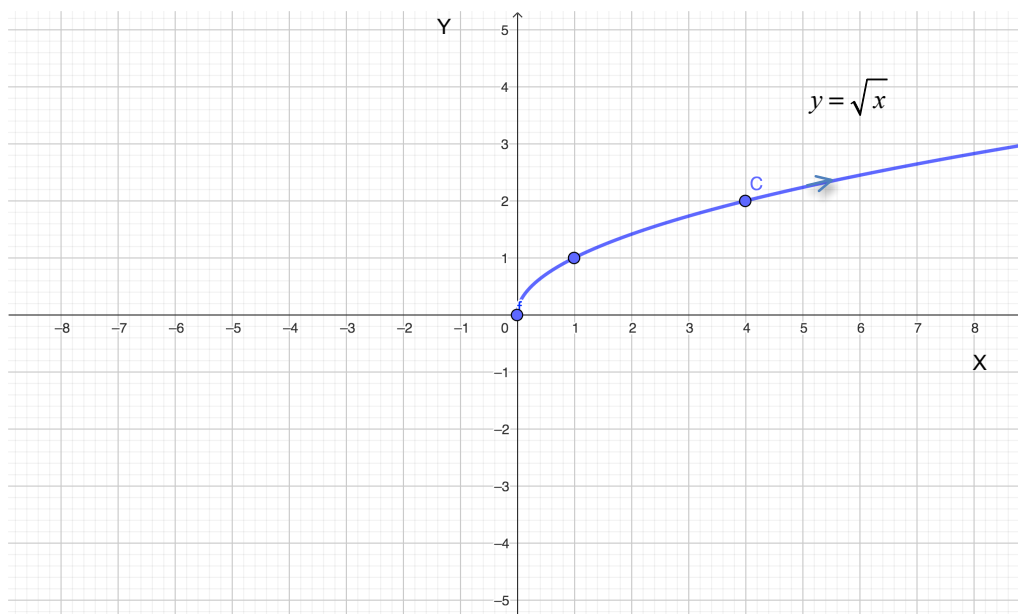
$$y = \sqrt{x} \text{ , donde } x \geq 0 \text{ .}$$

Para graficarla se necesitan al menos 3 puntos.

X	Y
0	0
1	1
4	2

$$Dom(f) = [0, \infty[$$

$$Rec(f) = [0, \infty[$$



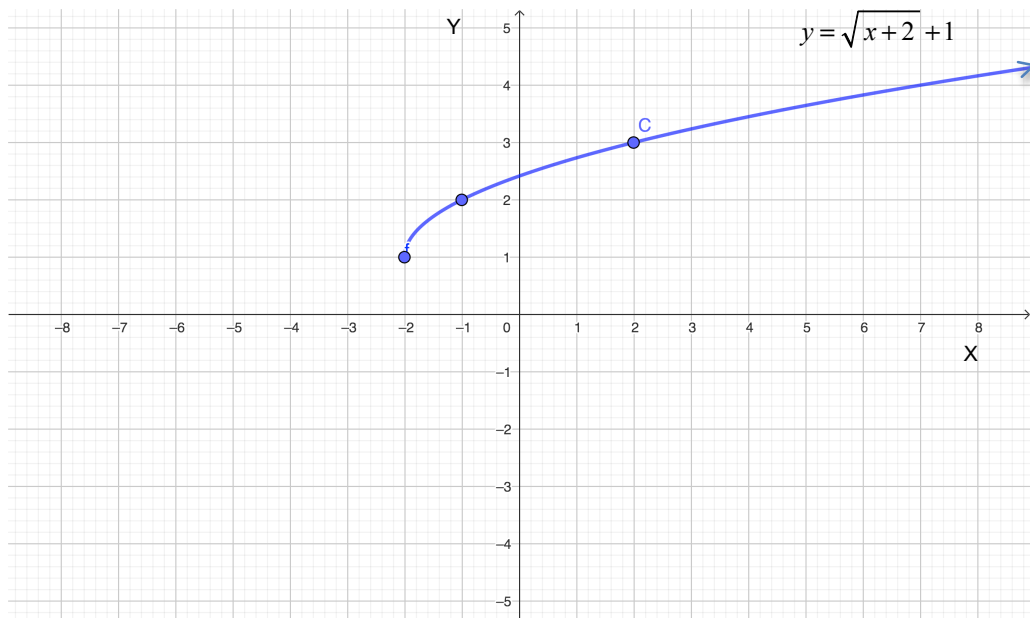
EJEMPLO: Graficar $y = \sqrt{x+2} + 1$

$y = \sqrt{x+2} + 1$, donde

$$x+2 \geq 0$$

$$x \geq -2$$

Para graficarla 3 puntos pertenecientes al intervalo $Dom(f) = [-2; \infty[$



$$Dom(f) = [-2; \infty[$$

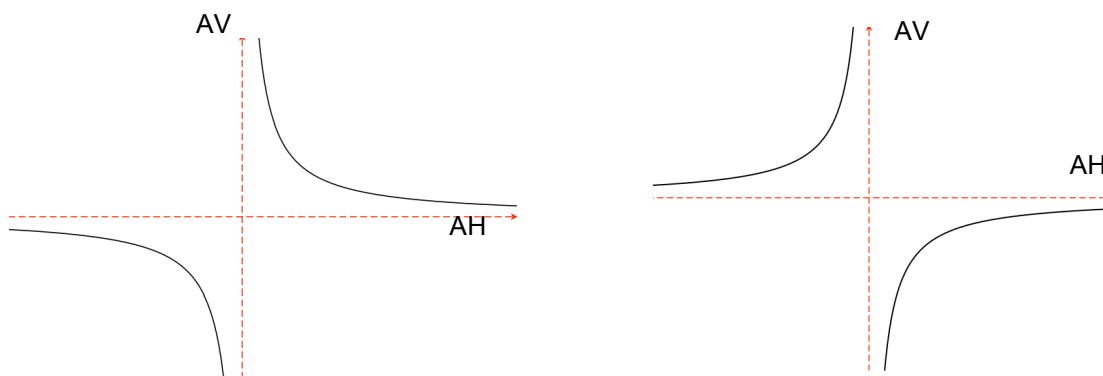
$$Rec(f) = [1; \infty[$$

FUNCIÓN HIPÉRBOLA EQUILÁTERA

Su ecuación es de la forma $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ó $y = \frac{b}{cx+d}$

Tiene dos asíntotas: asíntota vertical (AV) y asíntota horizontal (AH)

y su gráfica es de la forma:



Cada curva se acerca infinitamente a las asíntotas , pero jamás las intersecta. Para graficar la curva se necesitan las ecuaciones de las asíntotas y al menos 4 puntos, 2 a cada lado de la asíntota vertical.

$$\mathbf{AV:} \quad x = \frac{-d}{c} \quad ; \quad \mathbf{AH:} \quad y = \frac{a}{c}$$

Dem :

$$y = \frac{ax+b}{cx+d}$$

$$AV : cx + d = 0$$

$$x = -\frac{d}{c}$$

Dem :

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \quad / \text{despejar } x$$

$$cxy + dy = ax + b$$

$$cxy - ax = b - dy$$

$$x(cy - a) = b - dy$$

$$x = \frac{b - dy}{cy - a}$$

$$AH. : cy - a = 0$$

$$y = \frac{a}{c}$$

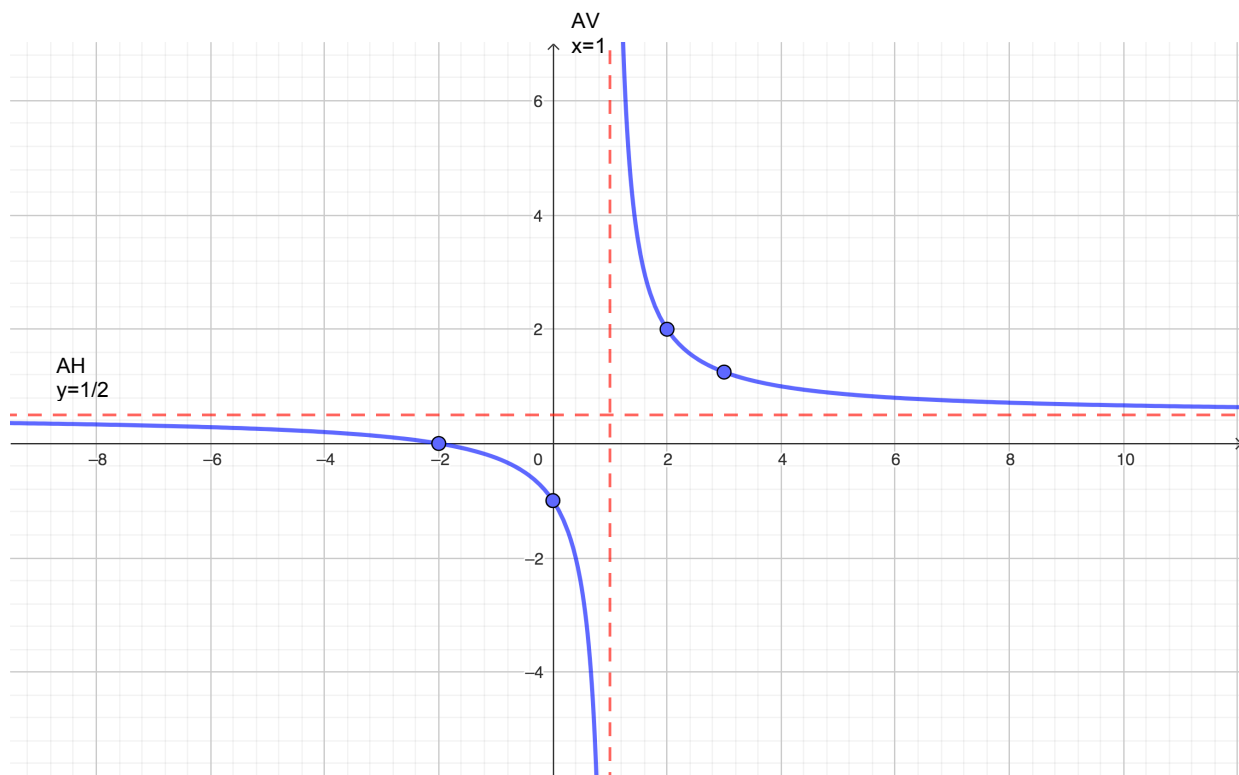
EJEMPLO: Graficar $y = \frac{x+2}{2x-2}$

$$y = \frac{x+2}{2x-2} \quad ; \quad a=1 \quad ; \quad b=2 \quad ; \quad c=2 \quad ; \quad d=-2$$

$$\mathbf{AV:} \quad x = \frac{-d}{c} = \frac{2}{2} \Rightarrow x=1 \quad ; \quad \mathbf{AH:} \quad y = \frac{a}{c} = \frac{1}{2}$$

Para la tabla de valores se escogen dos puntos cualesquiera menores que $x=1$ y dos puntos mayores que $x=1$, en este caso

X	Y
0	-1
-2	0
2	2
3	5/4



$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$\text{Rec}(f) = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO

Su ecuación es de la forma $y = |x|$, para graficarla se necesitan al menos 3 puntos: el vértice y dos puntos arbitrarios, uno a cada lado de x_v .

OBS:

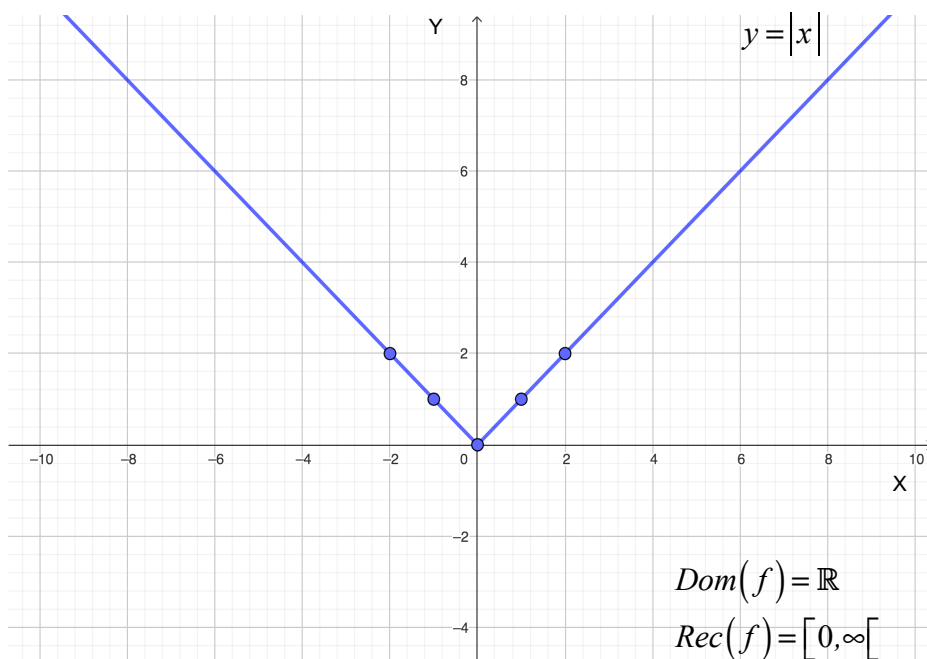
Su forma general es $y = |x + a| + b$

x_v : se encuentra en $x + a = 0$, es decir en $x = -a$

$$y_v = f(x_v)$$

Graficar $y = |x|$

X	Y
0	0
1	1
-1	1
-2	2



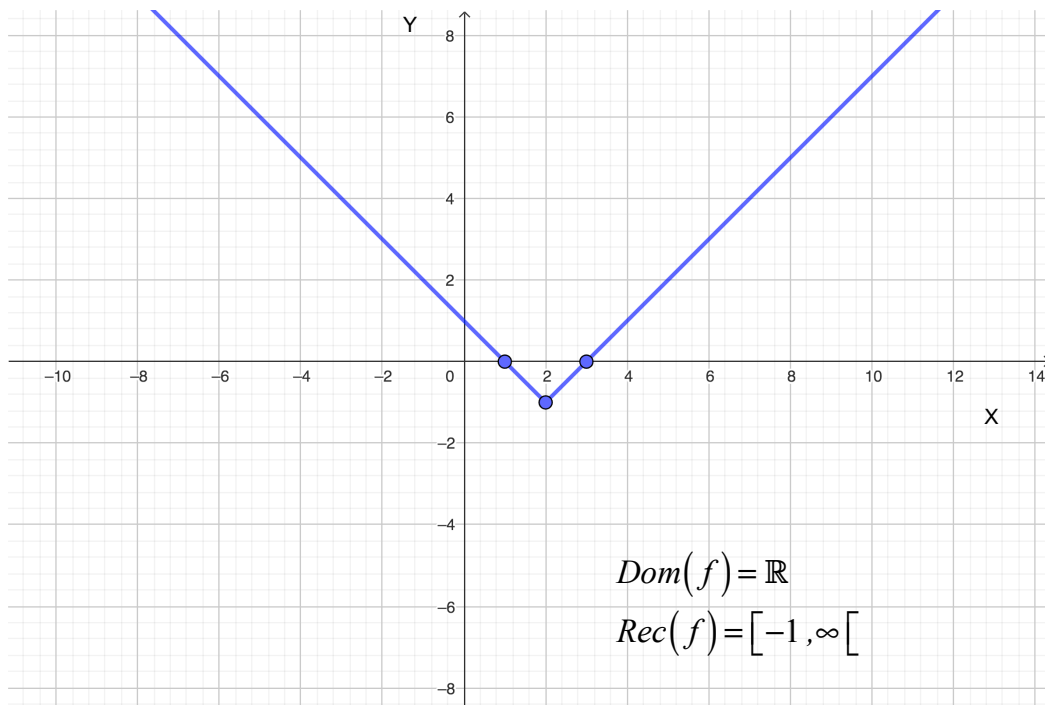
Ejemplo:

Graficar $y = |x - 2| - 1$

$$x_v \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$y_v = f(x_v) = f(2) = -1$$

X	Y
2	-1
1	0
3	0



FUNCIÓN PARTE ENTERA

Se define como el mayor de los enteros menores o iguales a x , y se anota:

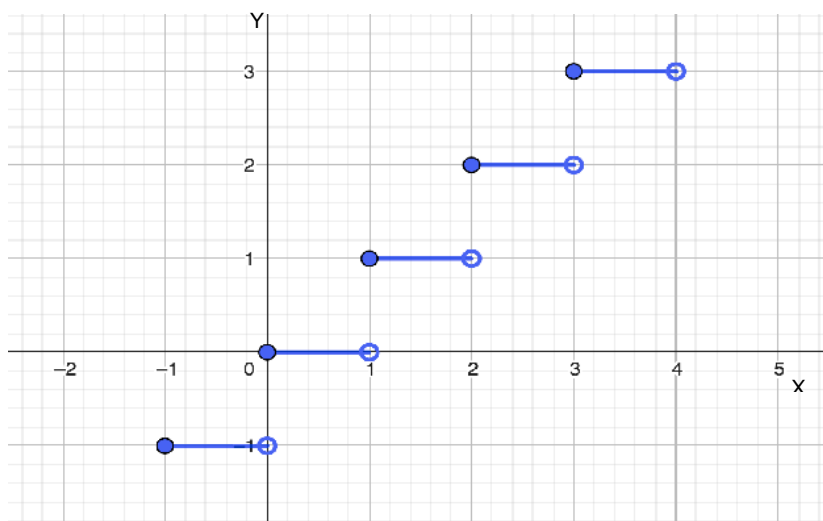
$$y = \llbracket x \rrbracket$$

Para graficarla se necesitan al menos tres intervalos:

X	Y
$[-2, -1[$	-2
$[-1, 0[$	-1
$[0, 1[$	0
$[1, 2[$	1

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$\text{Rec}(f) = \mathbb{Z}$$



Ejemplo:

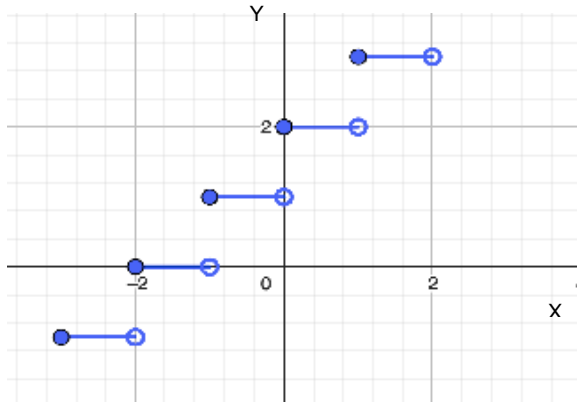
Graficar $y = \llbracket x \rrbracket + 2$

Para graficarla se necesitan al menos tres intervalos:

X	$\llbracket x \rrbracket$	Y
$[-2, -1[$	-2	0
$[-1, 0[$	-1	1
$[0, 1[$	0	2
$[1, 2[$	1	3

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$\text{Rec}(f) = \mathbb{Z}$$



FUNCIÓN EXPONENCIAL

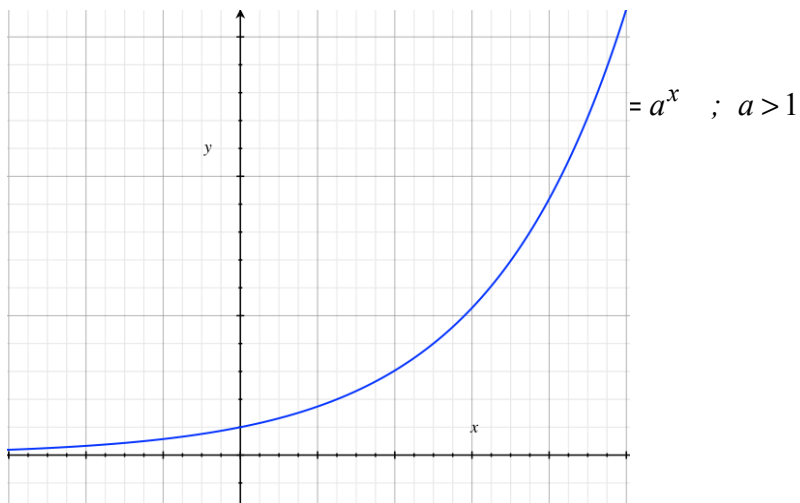
Se llama función exponencial de base a a la función de la forma:

$$y = a^x \quad ; \quad a \neq 1 \quad , \quad a > 0 \quad , \quad \text{asíntota horizontal } y = 0$$

OBS: En general la ecuación de la función exponencial es:

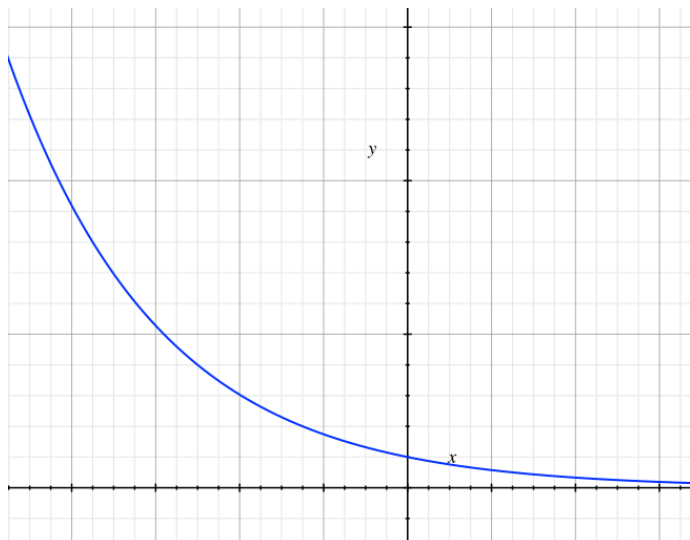
$y = a^{x+b} + d$, donde d indica la asíntota horizontal. Para graficarla se necesitan al menos 3 puntos.

a) Si $a > 1$, la función exponencial es creciente, y su gráfica es:



b) Si $0 < a < 1$, la función exponencial es decreciente, y su gráfica es:

$$y = a^x \quad ; \quad 0 < a < 1$$

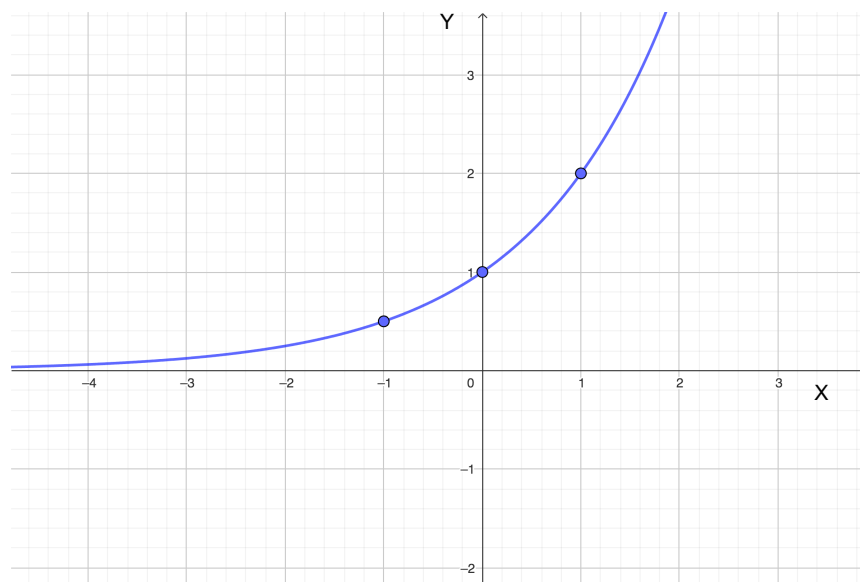


Graficar $y = 2^x$

X	Y
-1	1/2
0	1
1	2
2	4

$$Dom(f) = \mathbb{R}$$

$$Rec(f) = [0, \infty[$$



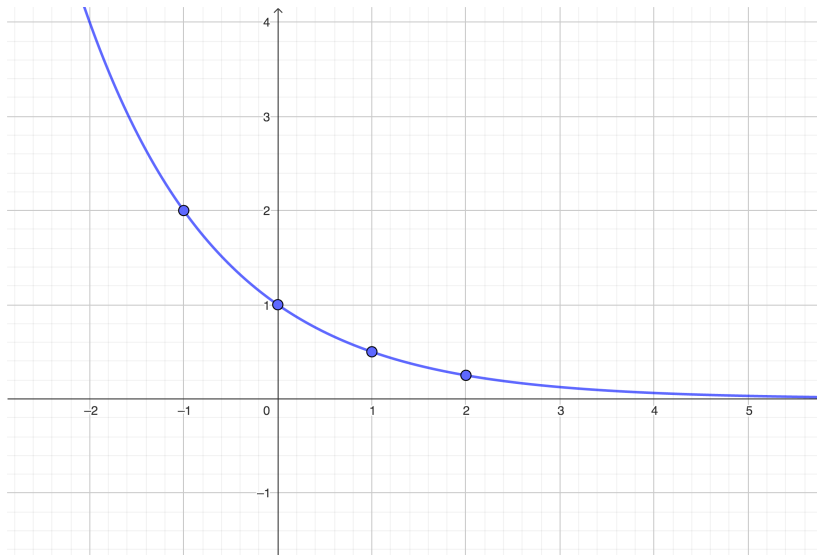
Ejemplo:

Graficar $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

X	Y
1	1/2
0	1
-1	2
-2	4

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$\text{Rec}(f) = [0, \infty[$$

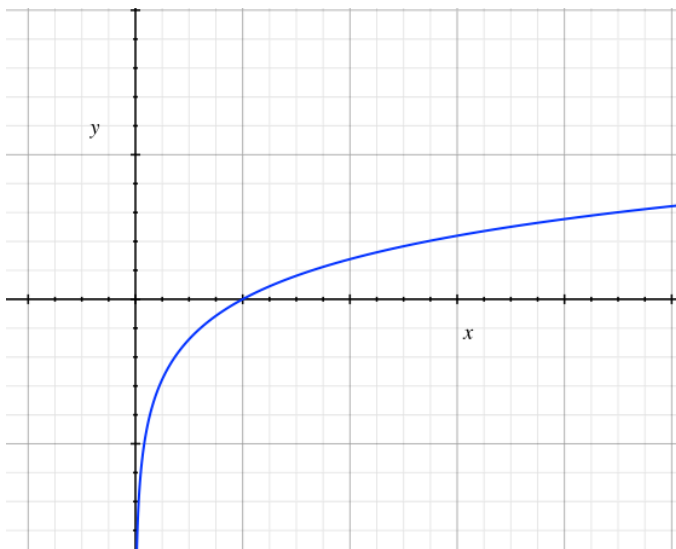


FUNCIÓN LOGARÍTMICA

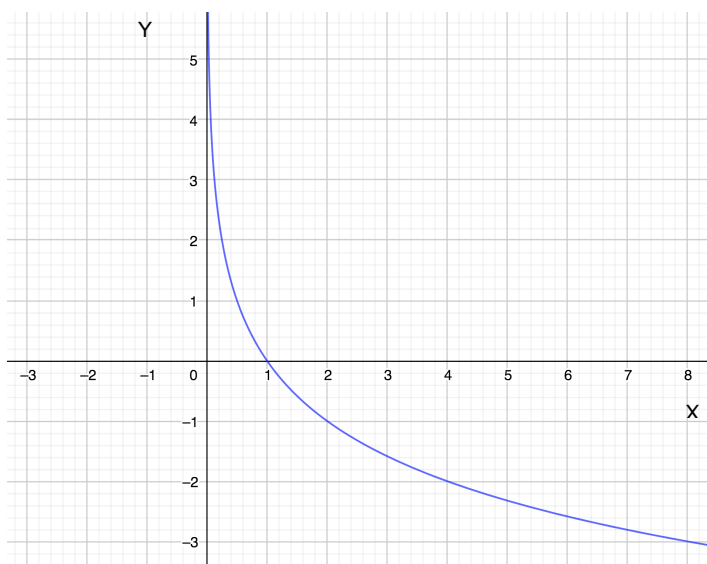
Se llama función logarítmica de base a a la función de la forma:

$$y = \log_a(x) \quad ; \quad a > 0 \wedge a \neq 1, \quad x > 0, \quad \text{asíntota vertical} \quad x = 0$$

a) Si $a > 1$, la función logarítmica es creciente, y su gráfica es:



b) Si $0 < a < 1$, la función logarítmica es decreciente, y su gráfica



OBS: Si $a > 0$; $a \neq 1$; $x > 0$

a) $\log_a(x) = y \Leftrightarrow a^y = x$

b) $\log_a(xz) = \log_a(x) + \log_a(z)$

c) $\log_a\left(\frac{x}{z}\right) = \log_a(x) - \log_a(z)$; $z \neq 0$

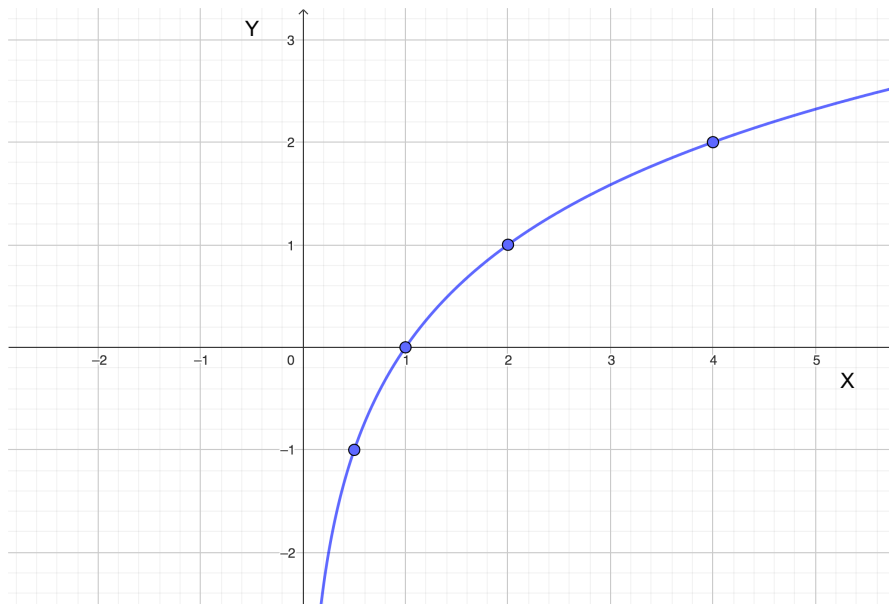
Ejemplo:

Graficar $y = \log_2(x)$

X	Y
1	0
2	1
4	2
1/2	-1

$$\text{Dom}(f) =]0; \infty[$$

$$\text{Rec}(f) = \mathbb{R}$$



FUNCIÓN DEFINIDA POR LLAVE

Es la función formada por dos o más funciones definidas en un intervalo, cada función componente debe tener su propia tabla de valores, pero las gráficas deben ser dibujadas en un plano XY.

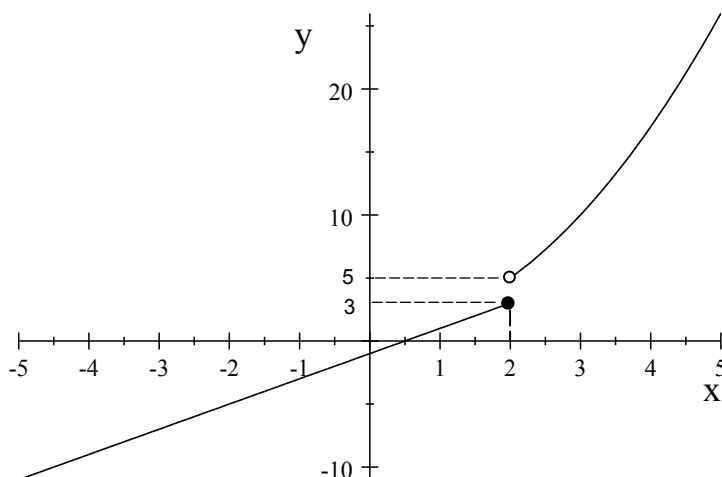
Ejemplo: $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & ; x \leq 2 \\ x^2+1 & ; x > 2 \end{cases}$

a) $y = 2x - 1 \quad x \in]-\infty, 2]$

X	Y
0	-1
2	3

b) $y = x^2 + 1 \quad x \in]2, \infty[$

X	Y
2	5
3	10
4	17



$$\text{Dom}(f) =]-\infty, 2] \cup]2, \infty[= \mathbb{R}$$

$$\text{Rec}(f) =]-\infty, 3] \cup]5, \infty[$$

EJERCICIOS: Identifique cada función, grafique (tabla de valores, escala) y determine el dominio y recorrido (en forma gráfica).

$$1) f(x) = \sqrt{3+x}$$

$$2) f(x) = |x-2|$$

$$3) f(x) = \frac{3x+1}{2-x}$$

$$4) f(x) = \llbracket x \rrbracket - 2$$

$$5) f(x) = \begin{cases} x+2 & ; -3 \leq x \leq -1 \\ |x|+1 & ; -1 < x < 1 \\ 2-x & ; 1 < x < 3 \end{cases}$$

$$6) f(x) = \begin{cases} 2-x & ; -3 \leq x \leq 1 \\ \llbracket x \rrbracket & ; 1 < x < 5 \\ -2 & ; 5 \leq x < 7 \end{cases}$$

$$7) f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+6} + 2 & ; -6 \leq x < -2 \\ 5-3x & ; -2 \leq x < 1 \\ -x^2 & ; 2 < x \leq 4 \end{cases}$$

$$8) f(x) = \begin{cases} -4 & ; x \leq -3 \\ 2x^2+1 & ; -3 < x < 0 \\ \sqrt{x} & ; x \geq 0 \end{cases}$$