

Guía de Ejercicios: Circunferencia

Geometría analítica

Instrucciones: Resuelva cada ejercicio desarrollando ordenadamente los procedimientos y utilizando notación matemática adecuada.

Ejercicios

1. Determine la ecuación principal de la circunferencia con centro $C(2, -3)$ y radio $r = 5$.
2. Determine la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y que pasa por el punto $P(6, -8)$.
3. Determine la ecuación de la circunferencia cuyo diámetro tiene extremos

$$A(-4, 1), \quad B(2, 7).$$

4. Determine la ecuación de la circunferencia con centro $C(-3, 5)$ y tangente al eje X .
5. Determine la ecuación principal de la circunferencia con centro $C(1, -2)$ y que pasa por el punto $P(4, 2)$.
6. Obtenga el centro y el radio de la circunferencia:

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 49.$$

7. Obtenga el centro y el radio de la circunferencia:

$$x^2 + y^2 - 6x + 8y - 11 = 0.$$

8. Escriba en forma principal la circunferencia:

$$x^2 + y^2 + 10x - 2y + 17 = 0.$$

9. Obtenga centro y radio de la circunferencia:

$$4x^2 + 4y^2 - 16x + 24y - 12 = 0.$$

10. Escriba en forma general la circunferencia:

$$(x - 1)^2 + (y + 6)^2 = 25.$$

11. Determine si el punto $P(7, -1)$ pertenece a la circunferencia:

$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 17.$$

12. Determine el valor de k para que la circunferencia

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + k = 0$$

tenga radio $r = 5$.

13. Determine el valor de D para que la circunferencia

$$x^2 + y^2 + Dx - 6y + 5 = 0$$

tenga centro con coordenada $x = -4$.

14. La intersección de las rectas

$$L_1 : x + y = 4, \quad L_2 : x - y = 2$$

es el centro de una circunferencia tangente a la recta

$$y = -2.$$

Determine la ecuación principal de la circunferencia.

15. Determine la ecuación de la circunferencia con centro $C(-1, 2)$ y tangente a la recta:

$$3x - 4y + 10 = 0.$$

16. Halle la ecuación de la recta tangente a la circunferencia

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 25$$

en el punto $P(6, 5)$.

17. Determine la ecuación de la circunferencia cuyo centro está sobre el eje Y y que pasa por los puntos:

$$A(3, 4), \quad B(5, 0).$$

18. Determine la ecuación general de la circunferencia que pasa por los puntos:

$$A(0, 0), \quad B(4, 0), \quad C(0, 6).$$

19. Un radar naval está ubicado en el punto $C(2, -1)$ y tiene un alcance de 10 millas náuticas. Determine la ecuación de la circunferencia que representa su zona de cobertura y verifique si una boya ubicada en $B(-5, 6)$ está dentro del alcance.

20. **Zona de cobertura de un radar costero.** Un radar naval ubicado en una estación costera tiene coordenadas

$$C(-4, 3)$$

en un plano cartesiano medido en millas náuticas. Su alcance máximo es de $r = 12$ millas náuticas. Determine la ecuación principal de la circunferencia que representa la zona de cobertura del radar.

21. **Boya de seguridad en zona circular.** Una boya de seguridad marca el centro de una zona restringida para navegación. La boya se encuentra en el punto

$$C(5, -2)$$

y el límite de seguridad pasa por el punto

$$P(13, 4).$$

Determine la ecuación de la circunferencia que representa el límite de la zona restringida.

22. **Trayectoria circular de patrullaje.** Una lancha de patrullaje realiza una trayectoria circular alrededor de una embarcación ubicada en el punto

$$C(1, 6).$$

La lancha pasa por el punto

$$P(-2, 2).$$

Determine:

- a) El radio de la trayectoria circular.
- b) La ecuación principal de la circunferencia que modela la trayectoria de patrullaje.

Solucionario

1. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$.
2. $x^2 + y^2 = 100$.
3. $C(-1, 4)$, $r = 3\sqrt{2}$; por lo tanto: $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 18$.
4. $(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 25$.
5. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 25$.
6. $C(-2, 3)$, $r = 7$.
7. $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 36$; por lo tanto: $C(3, -4)$, $r = 6$.
8. $(x + 5)^2 + (y - 1)^2 = 9$.
9. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$; por lo tanto: $C(2, -3)$, $r = 4$.
10. $x^2 + y^2 - 2x + 12y + 12 = 0$.
11. Sí pertenece, porque $(7 - 3)^2 + (-1 + 2)^2 = 16 + 1 = 17$.
12. $k = -20$.
13. $D = 8$.
14. $C(3, 1)$, $r = 3$; por lo tanto: $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 9$.
15. $r = \frac{1}{5}$; por lo tanto: $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = \frac{1}{25}$.
16. $4x + 3y - 39 = 0$.
17. $C(0, 0)$, $r = 5$; por lo tanto: $x^2 + y^2 = 25$.
18. $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 0$.
19. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 100$. Además,

$$(-5 - 2)^2 + (6 + 1)^2 = 49 + 49 = 98 < 100,$$

por lo tanto, la boya está dentro del alcance del radar.

20. $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 144$.

21. Primero,

$$r = \sqrt{(13 - 5)^2 + (4 - (-2))^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10.$$

Por lo tanto:

$$(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 100.$$

22. a) $r = \sqrt{(-2-1)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{9+16} = 5.$

b) $(x-1)^2 + (y-6)^2 = 25.$