

LA DERIVADA

Definición de Derivadas:

La derivada de la función $f(x)$ con respecto a x es la función $f'(x)$ dada por:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Gráficamente, la derivada en el punto $x = a$ representa la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función f en dicho punto. Y se representa $f'(a)$.

Notación:

Sea $y = f(x)$, entonces la derivada de la función se puede denotar por:

$$f'(x) = y' = \frac{dy}{dx}$$

Tipo de Función	Expresión Algebraicas	Derivada
Constante	$f(x) = c$ donde $c \in \mathbb{R}$	$f'(x) = 0$
Potencia	$f(x) = x^n$ donde $n \in \mathbb{R}$	$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
	$f(x) = x$ donde $n = 1$	$f'(x) = 1$
Exponencial	$f(x) = a^x$ donde $a > 0$	$f'(x) = a^x \cdot \ln(a)$
	$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$
Logarítmica	$f(x) = \log_a(x)$	$f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln(a)}$

$f(x) = \ln(x)$	$f'(x) = \frac{1}{x}$
-----------------	-----------------------

Recordar: $\frac{1}{x} = x^{-1}$ $\sqrt[n]{x^y} = x^{y/n}$

1. Complete el siguiente cuadro

Función	Derivada
a) $f(x) = x^3$	$\frac{df}{dx} =$
b) $f(x) = 5$	$\frac{df}{dx} =$
c) $f(x) = 5^x$	$f'(x) =$
d) $g(x) = \log_5(x)$	$g'(x) =$
e) $y = e^x$	$y' =$
f) $f(x) = \log(x)$	$f' =$
g) $g(x) = \left(\frac{5}{3}\right)^x$	$\frac{dg}{dx} =$
h) $g(x) = x^{-5}$	$g'(x) =$
i) $h(x) = \frac{1}{x}$	$h'(x) =$
j) $h(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$h'(x) =$

k) $f(x) = -4$	$\frac{df}{dx} =$
l) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{df}{dx} =$
m) $f(t) = \sqrt[3]{t}$	$f'(t) =$
n) $f(t) = t^{\frac{3}{4}}$	$f'(t) =$
o) $f(x) = 2^x$	$\frac{df}{dx} =$
p) $h(x) = \log_e(x)$	$h'(x) =$
q) $f(x) = \sqrt[5]{x^2}$	$\frac{df}{dx} =$
r) $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$	$f'(x) =$
s) $f(x) = \frac{5}{2}$	$f'(x) =$

2. A continuación calcule su derivada.

a) $f(x) = x^{12}$

b) $f(x) = x^{-11}$

c) $f(x) = \sqrt[3]{x^5}$

d) $f(x) = x$

e) $m(x) = \sqrt{x}$

f) $h(x) = 9^x$

g) $g(x) = \log_3(x)$

h) $g(x) = \frac{4}{5}$

i) $g(x) = \ln(x)$

III Álgebra de derivadas.

Operación de Funciones Elementales	Derivada	
Multiplicación por una constante	$h(x) = c \cdot f(x)$	$h'(x) = c \cdot f'$
suma o resta	$h(x) = f(x) \pm g(x)$	$h'(x) = f' \pm g'$
multiplicación de dos funciones	$h(x) = f(x) \cdot g(x)$	$h'(x) = f' \cdot g + f \cdot g'$
división de dos funciones	$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad g(x) \neq 0$	$h'(x) = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{(g)^2}$

3. Complete el siguiente cuadro:

	Funciones	Operación	Derivada
a)	$f(x) = 5$ $g(x) = x^6$	$h(x) = f \cdot g$ $h(x) =$	$h'(x) =$
b)	$f(x) = x$ $g(x) = x^2$	$h(x) = f + g$ $h(x) =$	$h'(x) =$
c)	$f(x) = x^5$ $g(x) = e^x$	$h(x) = f - g$ $h(x) =$	$h'(x) =$
d)	$f(x) = x$ $g(x) = e^x$	$h(x) = f \cdot g$ $h(x) =$	$h'(x) =$
e)	$f(x) = x^2$ $g(x) = 2^x$	$h(x) = f \cdot g$ $h(x) =$	$h'(x) =$
f)	$f(x) = x^4$ $g(x) = e^x$	$h(x) = \frac{f}{g}$ $h(x) =$	$h'(x) =$
g)	$f(x) = x^2 + 1$ $g(x) = x$	$h(x) = \frac{f}{g}$ $h(x) =$	$h'(x) =$

4. Derive las siguientes funciones:

a) $h(x) = 7 \cdot \ln(x)$

b) $g(x) = 2 \cdot \sqrt{x}$

c) $f(x) = 140x + 28x^2 - 7$

d) $f(x) = x^2 \cdot \ln(x)$

e) $g(x) = (x^2 + 5)e^x$

f) $Q(p) = e^p + 5\ln(p) - 19$

g) $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$

h) $f(x) = \frac{e^x}{\ln(x)}$

i) $h(t) = 9t - 0,9t^2 - \frac{10}{t}$

5. Determina la derivada de las siguientes funciones

a) $g(x) = 2x^3 - 53x^2 + 160x + 3.500$

b) $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{e^x}$

c) $f(x) = e^x \cdot \ln(x)$

d) $f(x) = \frac{\ln(x)}{x^2}$

e) $d(t) = \frac{2}{3}t^3 - \frac{3}{4}t^2 + 12t - \frac{20}{t^2}$

f) $f(x) = \ln(x) \cdot (2x + 3)$