

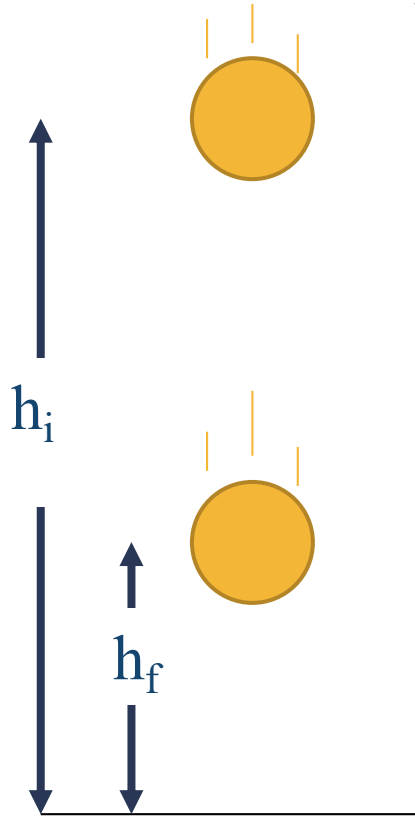


Energía potencial

Unidad Temática: Trabajo y energía
2º año ejecutivo

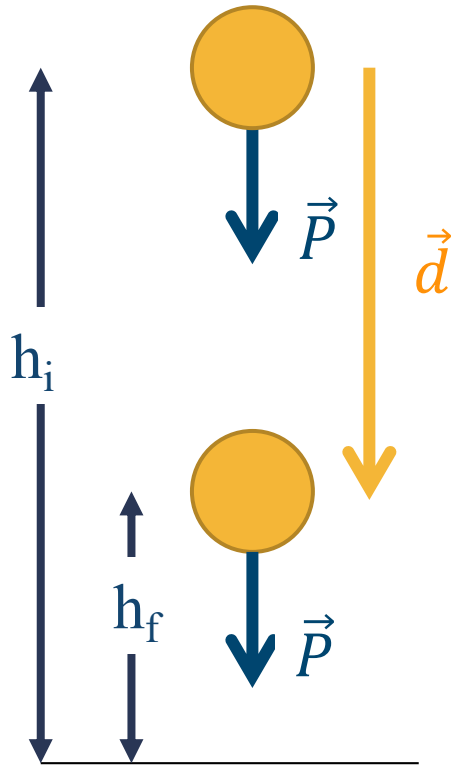
Trabajo realizado por la fuerza peso

Consideremos un objeto de masa m en caída libre



Trabajo realizado por la fuerza peso

Consideremos un objeto de masa m en caída libre



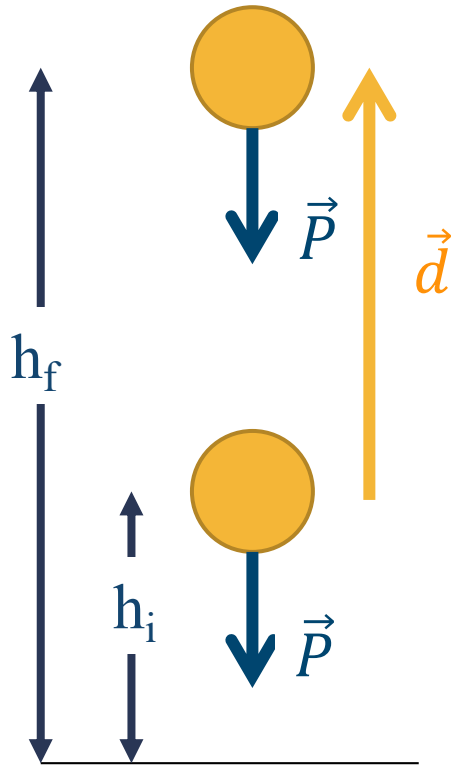
El trabajo realizado por la fuerza peso sobre m será:

$$\begin{aligned}W_P &= \vec{P} \cdot \vec{d} \\W_P &= mg \cdot d \cdot \cos\theta \\W_P &= mg \cdot (h_i - h_f) \cdot \cos 0^\circ\end{aligned}$$

$$W_P = mgh_i - mgh_f$$

Trabajo realizado por la fuerza peso

Si el objeto estuviera subiendo, debido a un lanzamiento



El trabajo realizado por la fuerza peso sobre m será:

$$W_P = \vec{P} \cdot \vec{d}$$

$$W_P = mg \cdot d \cdot \cos\theta$$

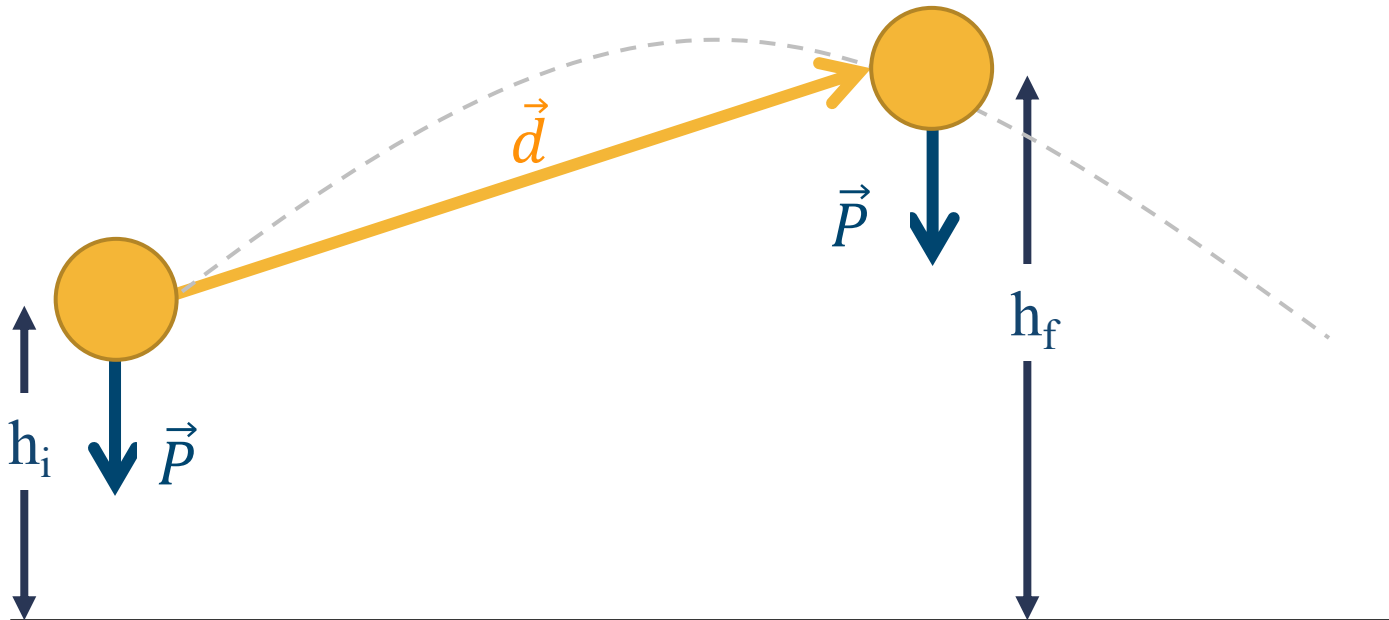
$$W_P = mg \cdot (h_f - h_i) \cdot \cos 180^\circ$$

$$W_P = mg \cdot (h_f - h_i) \cdot -1$$

$$W_P = mgh_i - mgh_f$$

Trabajo realizado por la fuerza peso

Si esta vez el objeto subiera por un plano inclinado o fuese lanzado como proyectil...

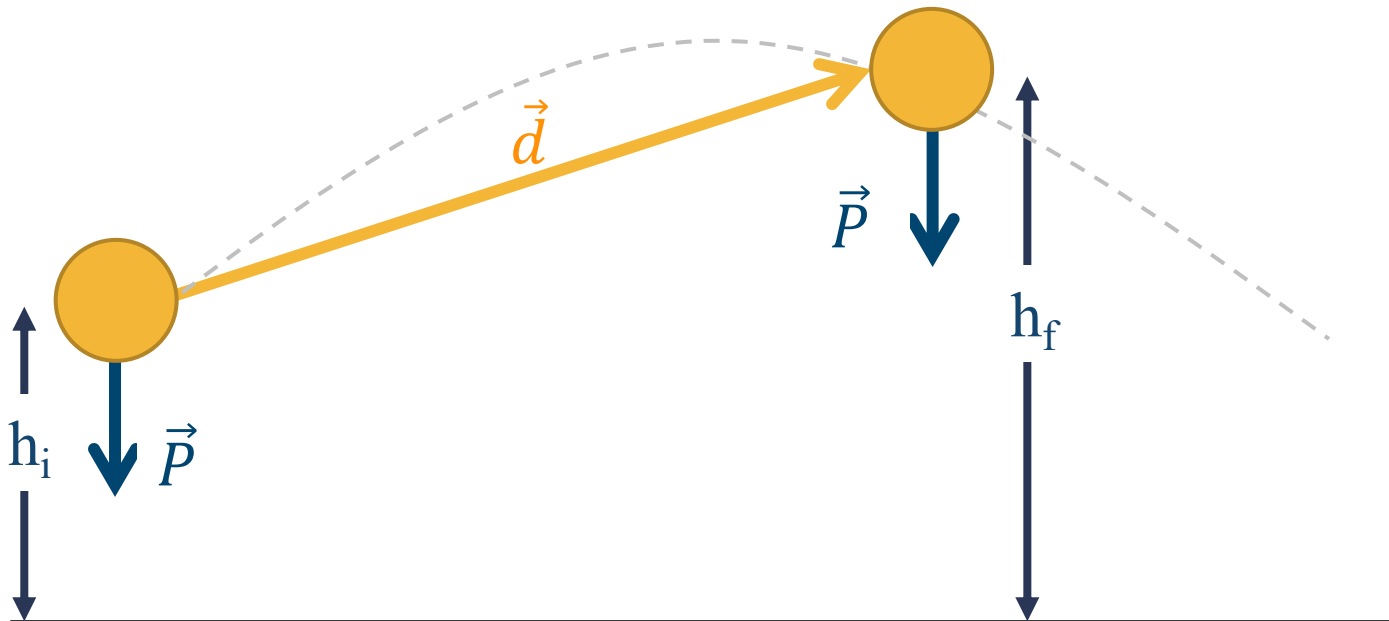


Trabajo realizado por la fuerza peso

Si esta vez el objeto subiera por un plano inclinado o fuese lanzado como proyectil...

El trabajo realizado por la fuerza peso sobre m seguirá siendo:

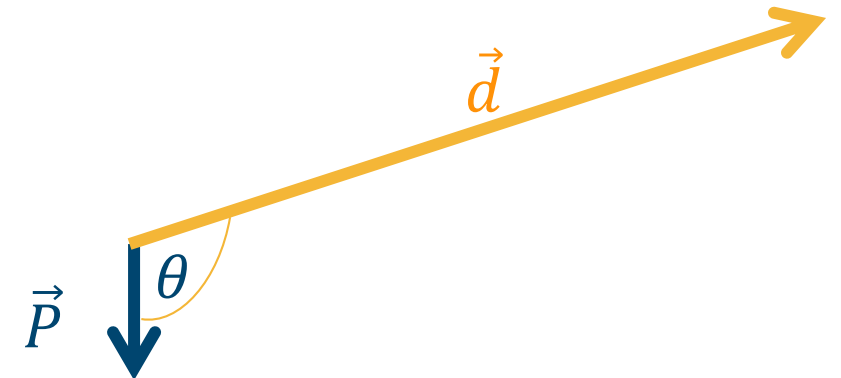
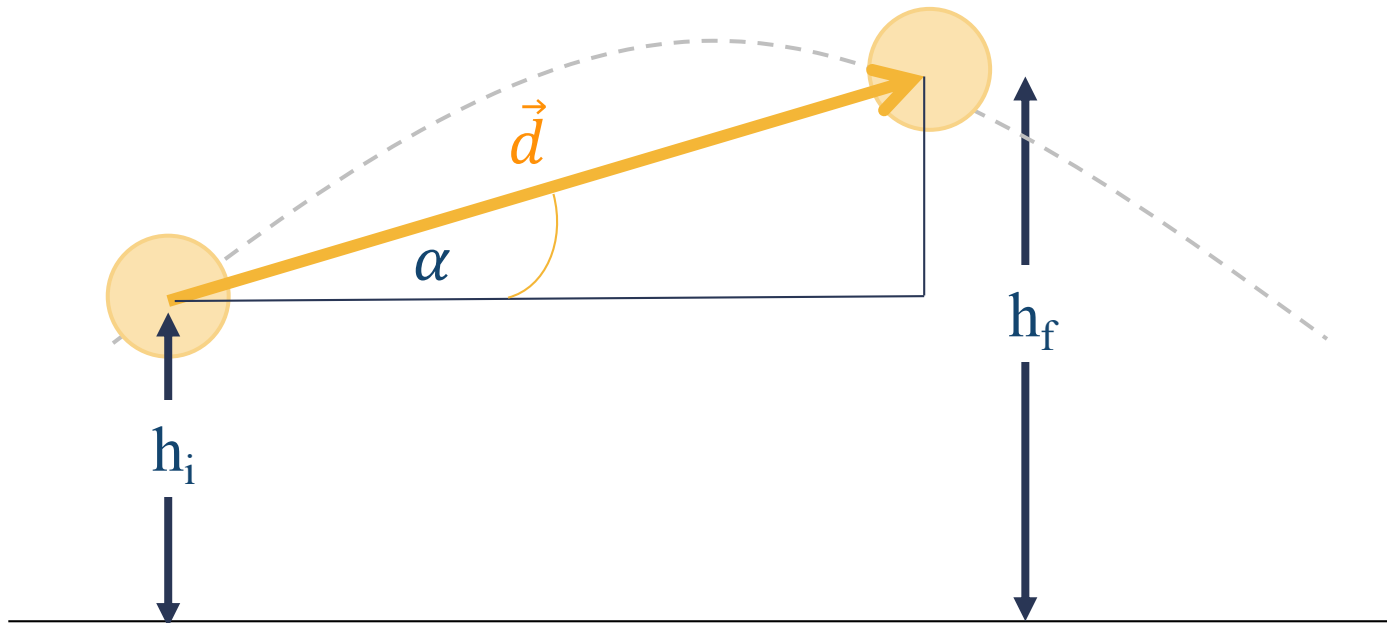
$$W_P = \vec{P} \cdot \vec{d}$$



Trabajo realizado por la fuerza peso

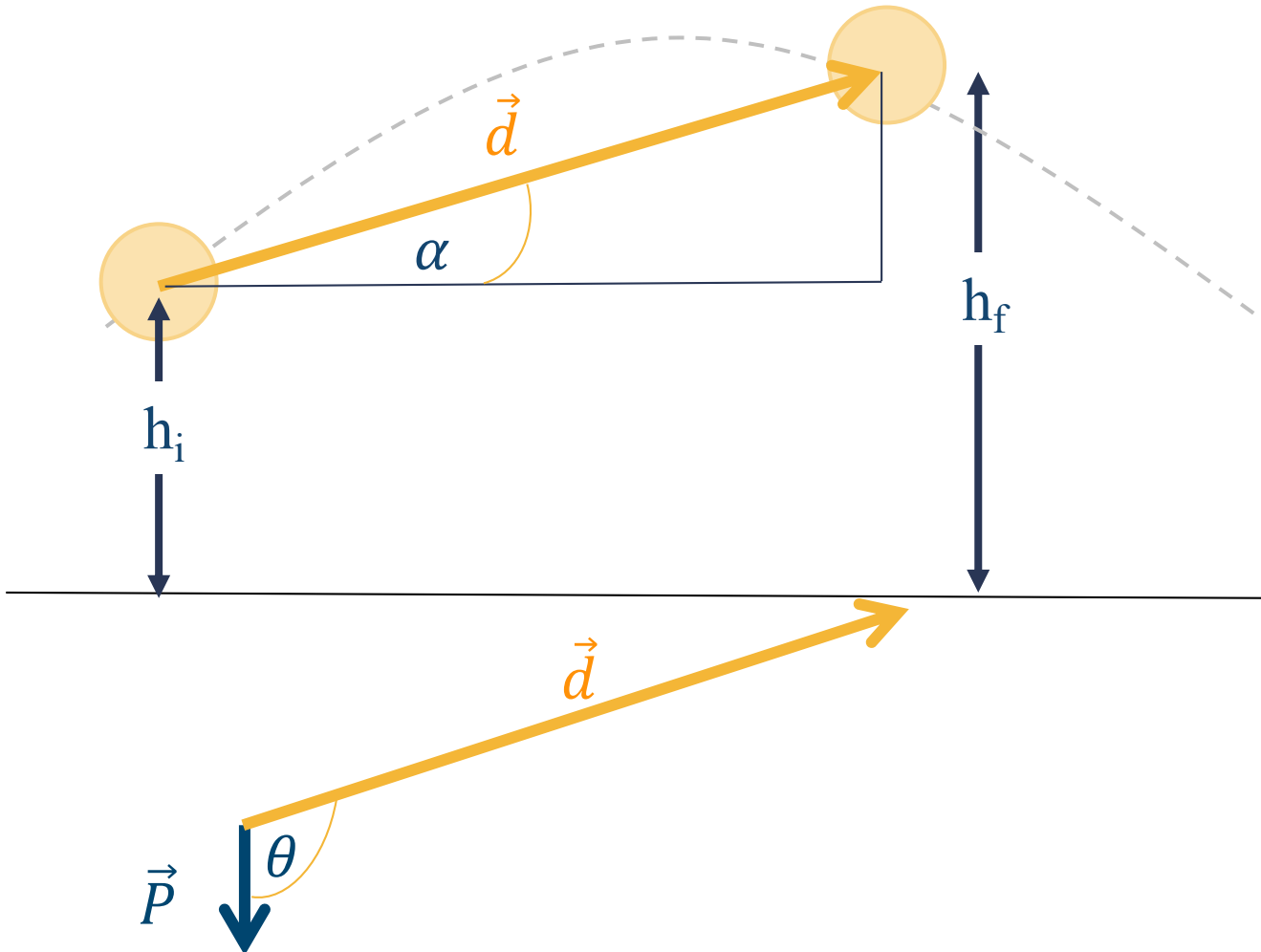
Si esta vez el objeto subiera por un plano inclinado o fuese lanzado como proyectil...

El trabajo realizado por la fuerza peso sobre m seguirá siendo:



$$W_P = \vec{P} \cdot \vec{d}$$
$$W_P = mg \cdot d \cdot \cos\theta$$

Trabajo realizado por la fuerza peso



Donde $d = \frac{(h_f - h_i)}{\text{sen}(\alpha)}$

y $\cos(\theta) = -\text{sen}(\alpha)$

Entonces,

$$W_P = mg \cdot d \cdot \cos\theta$$

$$W_P = mg \cdot \frac{(h_f - h_i)}{\text{sen}(\alpha)} \cdot -\text{sen}(\alpha)$$

$$W_P = mg \cdot \frac{(h_f - h_i)}{\text{sen}(\alpha)} \cdot -\text{sen}(\alpha)$$

$$W_P = mgh_i - mgh_f$$

Energía potencial gravitacional

Podemos notar que en las situaciones anteriores, el trabajo realizado por la fuerza peso es independiente de la trayectoria del cuerpo, y que en todos los casos se cumple que:

$$W_P = mgh_i - mgh_f$$

A la expresión “ mgh ” se le denomina “**Energía potencial gravitacional**”, U_g

Es decir,

$$U_g = mgh$$

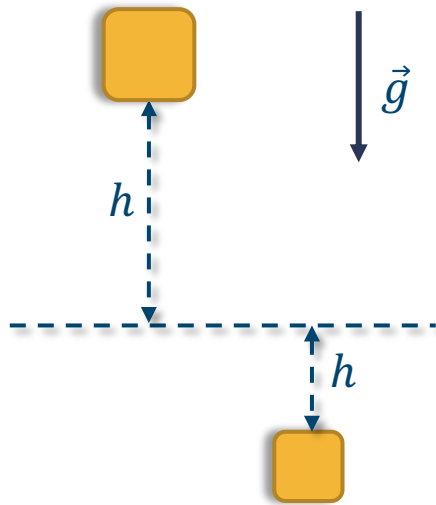
Por lo que, el trabajo realizado por la fuerza peso, lo podemos expresar como

$$W_P = U_{gi} - U_{gf}$$

$$W_P = -\Delta U_g$$

Energía potencial gravitacional

Al generalizar, podemos decir que cuando un cuerpo se encuentra sometido a la influencia de la fuerza gravitacional terrestre (peso), este adquiere una energía U_g denominada energía potencial gravitacional:



$$U_g = mgh$$

Aquí, “ h ” corresponde a la coordenada vertical del cuerpo medida desde un eje de referencia paralelo a la superficie terrestre, la cual puede ser positiva o negativa. Esto implica que la energía potencial gravitacional puede tomar cualquier valor real: $U_g \in \mathbb{R}$.

(*) Esta expresión es válida solo para cuerpos que se encuentran a distancias cercanas a la superficie terrestre.

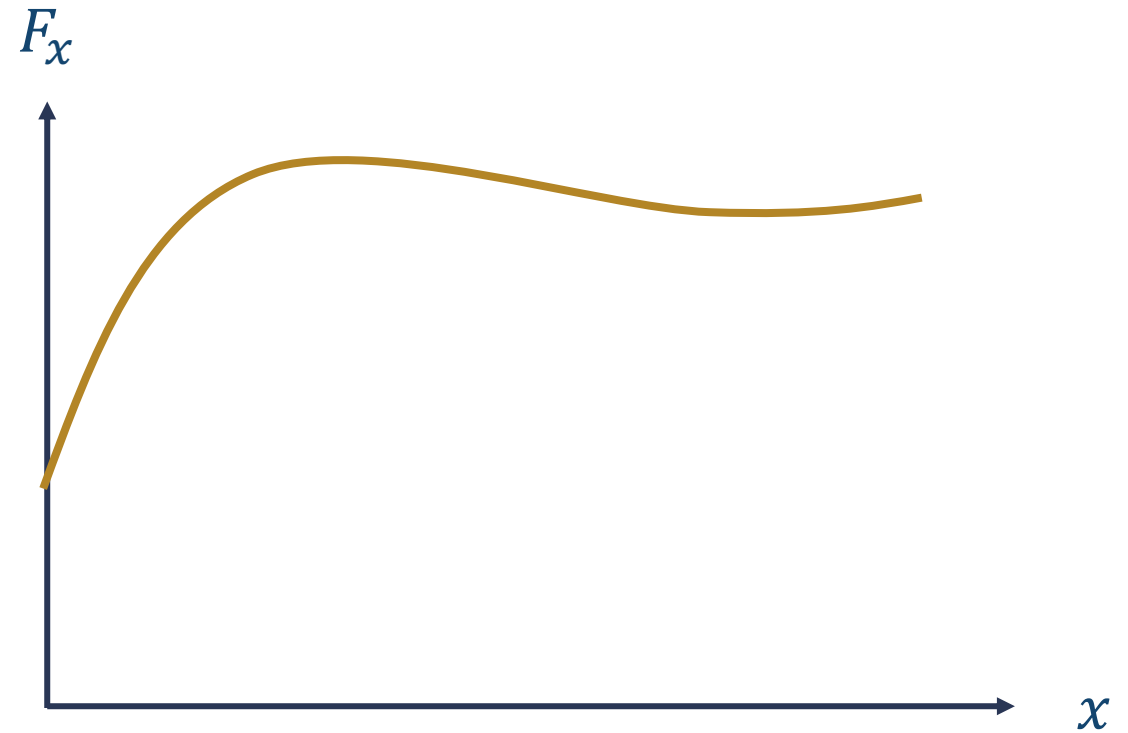
Trabajo de la fuerza elástica



Trabajo para fuerzas no constantes

Hasta ahora, hemos usado la expresión $W = F \cdot d \cdot \cos\theta$ para determinar el trabajo. Sin embargo, esta expresión es válida sólo para fuerzas constantes.

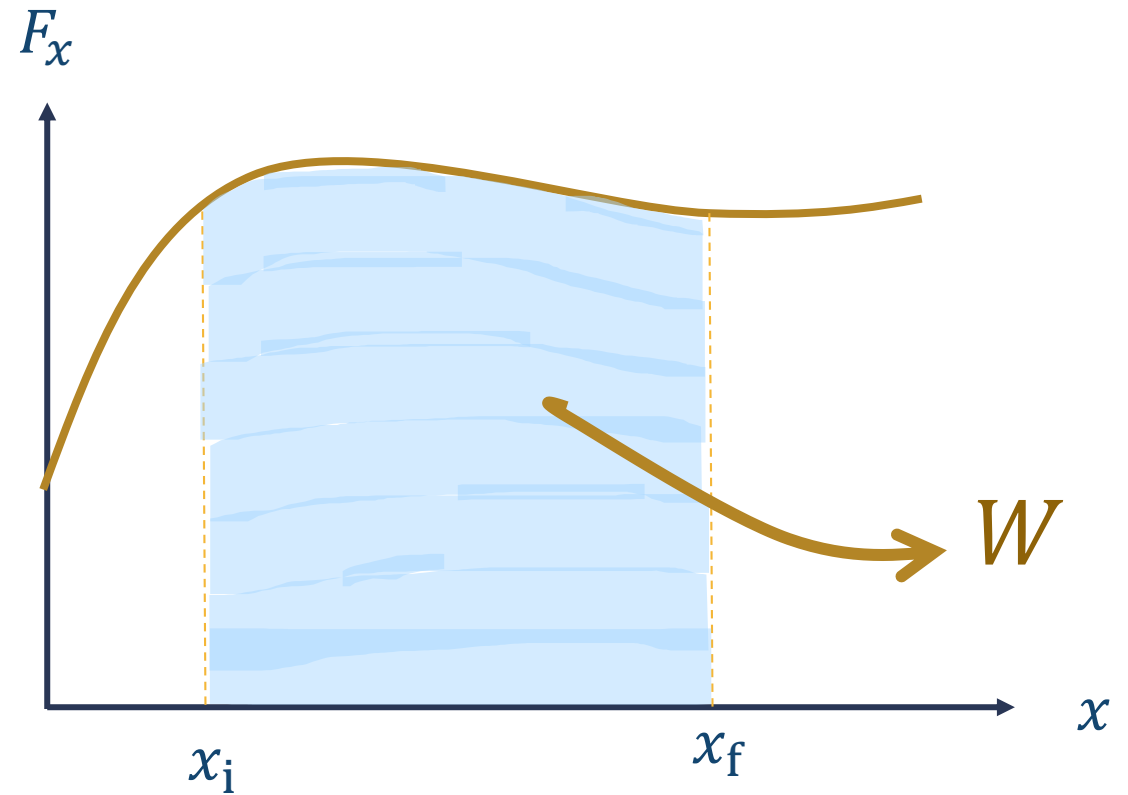
Para fuerzas variables, determinaremos el trabajo realizado, como el área bajo la curva de un grafico de F_x vs x .



Trabajo para fuerzas no constantes

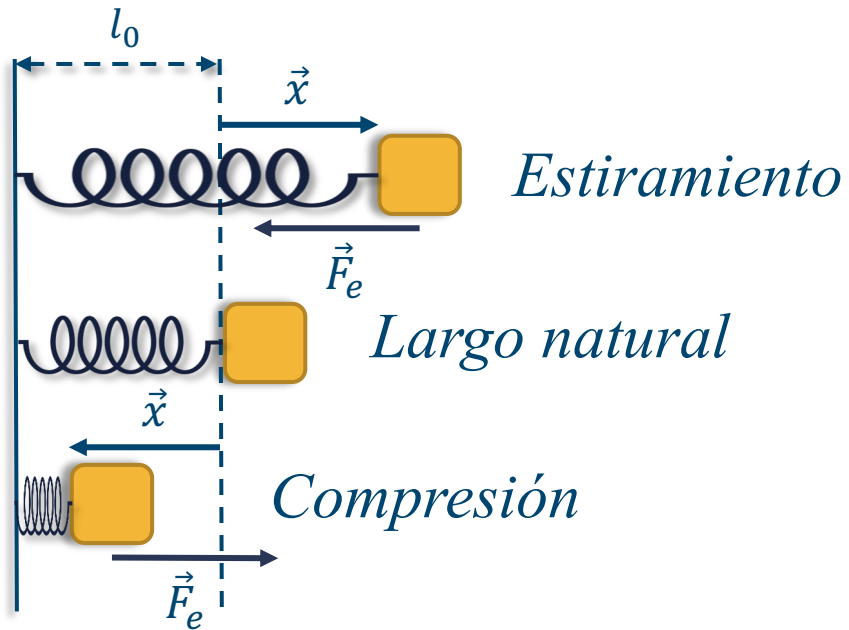
Hasta ahora, hemos usado la expresión $W = F \cdot d \cdot \cos\theta$ para determinar el trabajo. Sin embargo, esta expresión es válida sólo para fuerzas constantes.

Para fuerzas variables, determinaremos el trabajo realizado, como el área bajo la curva de un grafico de F_x vs x .



Fuerza elástica

Como ya hemos visto, la fuerza que ejercen los resortes, depende de la elongación o compresión de éstos.



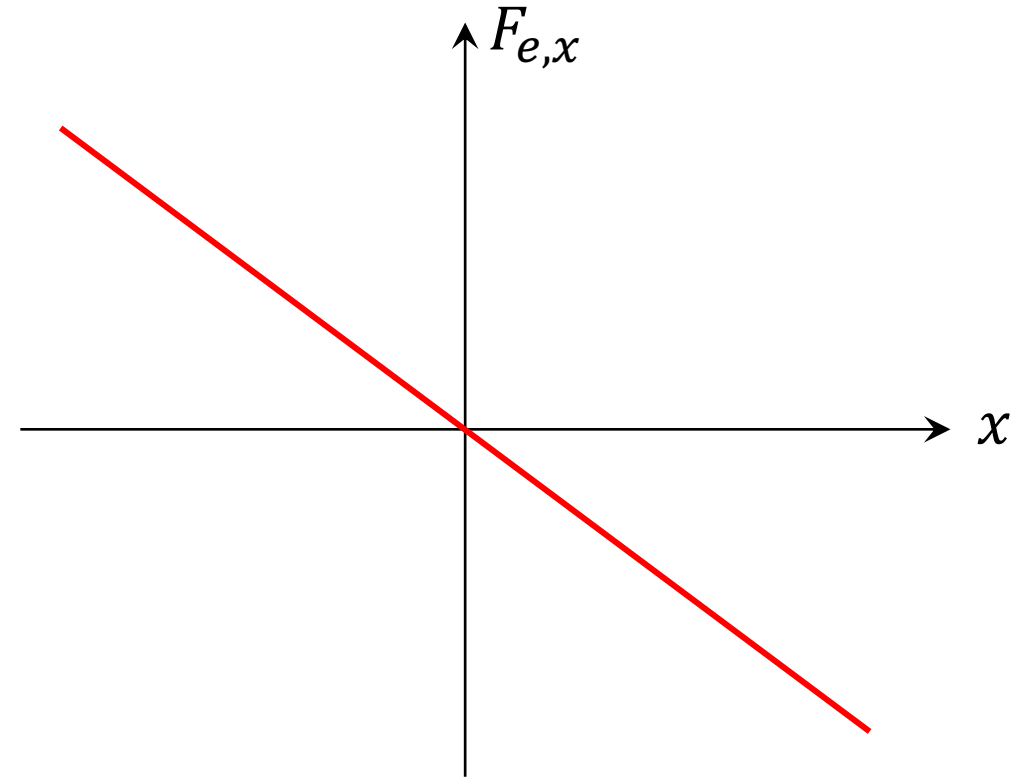
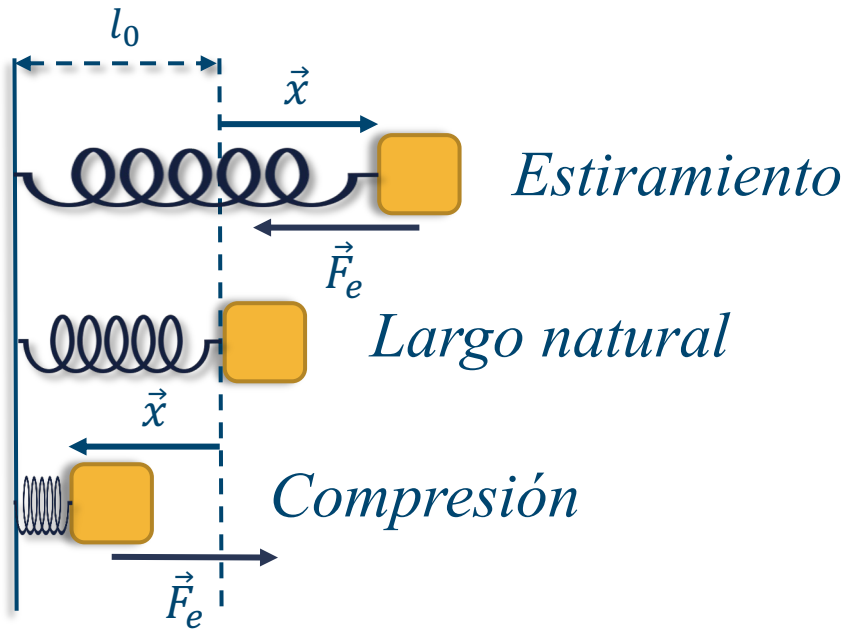
La ley de Hooke modela la relación entre la fuerza elástica y el estiramiento o compresión de los resortes.

$$\vec{F}_e = -k \vec{x}$$

La fuerza elástica es un caso de fuerza variable, ya que su magnitud depende de que tanto está deformado (estirado o comprimido) el resorte. Por lo tanto, no se puede calcular el trabajo realizado por esta fuerza mediante la fórmula convencional.

Fuerza elástica

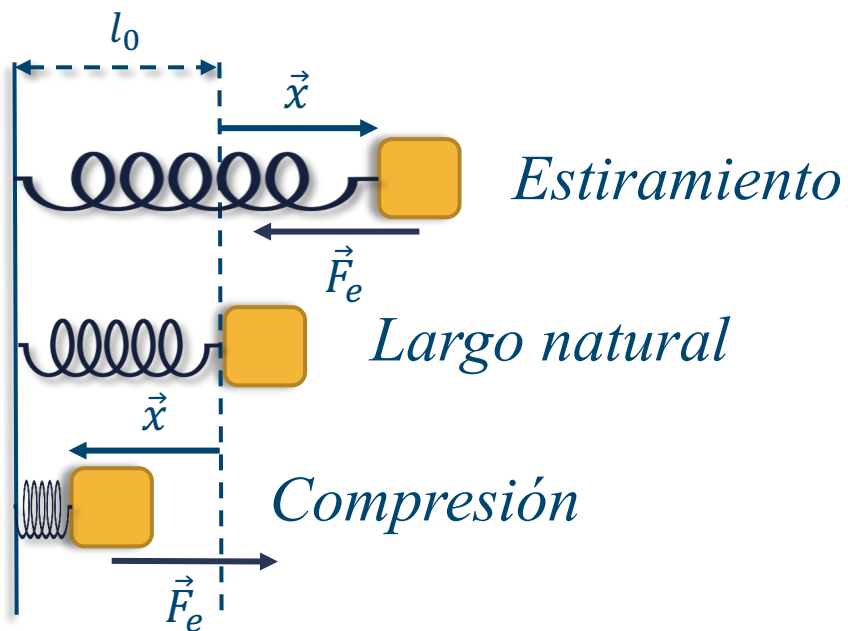
Como ya hemos visto, la fuerza que ejercen los resortes, depende de la elongación o compresión de éstos.



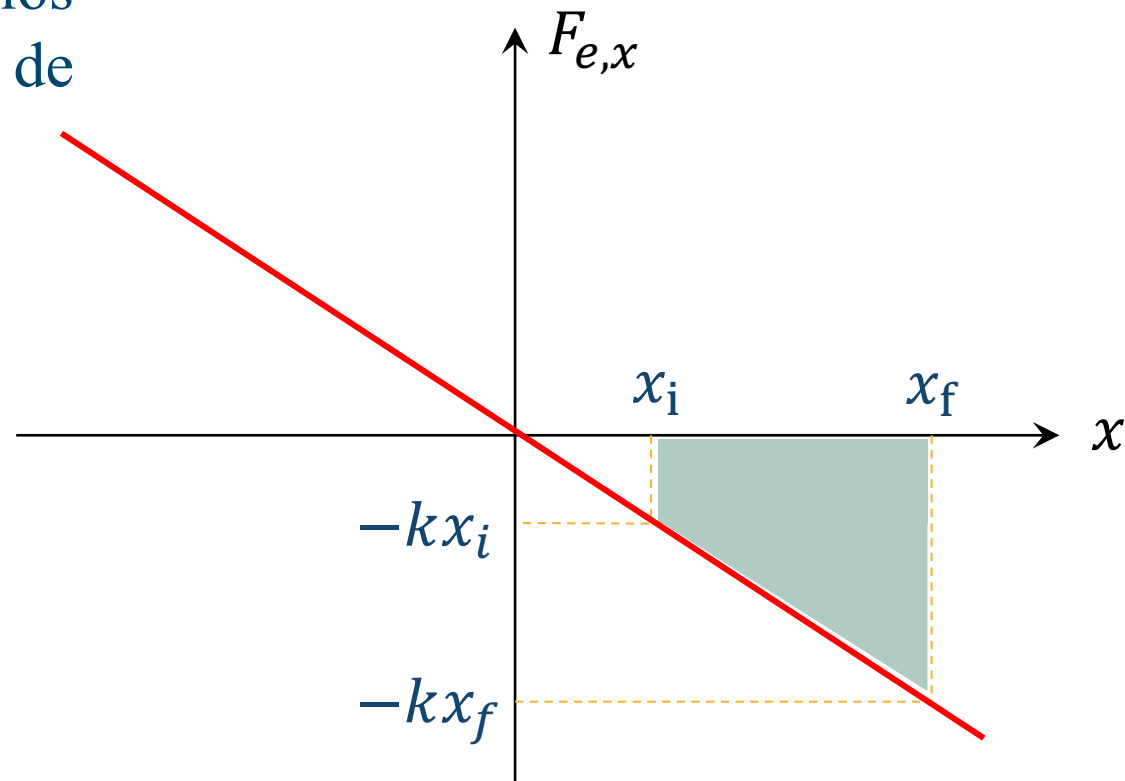
$$\vec{F}_e = -k \vec{x}$$

Fuerza elástica

Como ya hemos visto, la fuerza que ejercen los resortes, depende de la elongación o compresión de éstos.



$$\vec{F}_e = -k \vec{x}$$

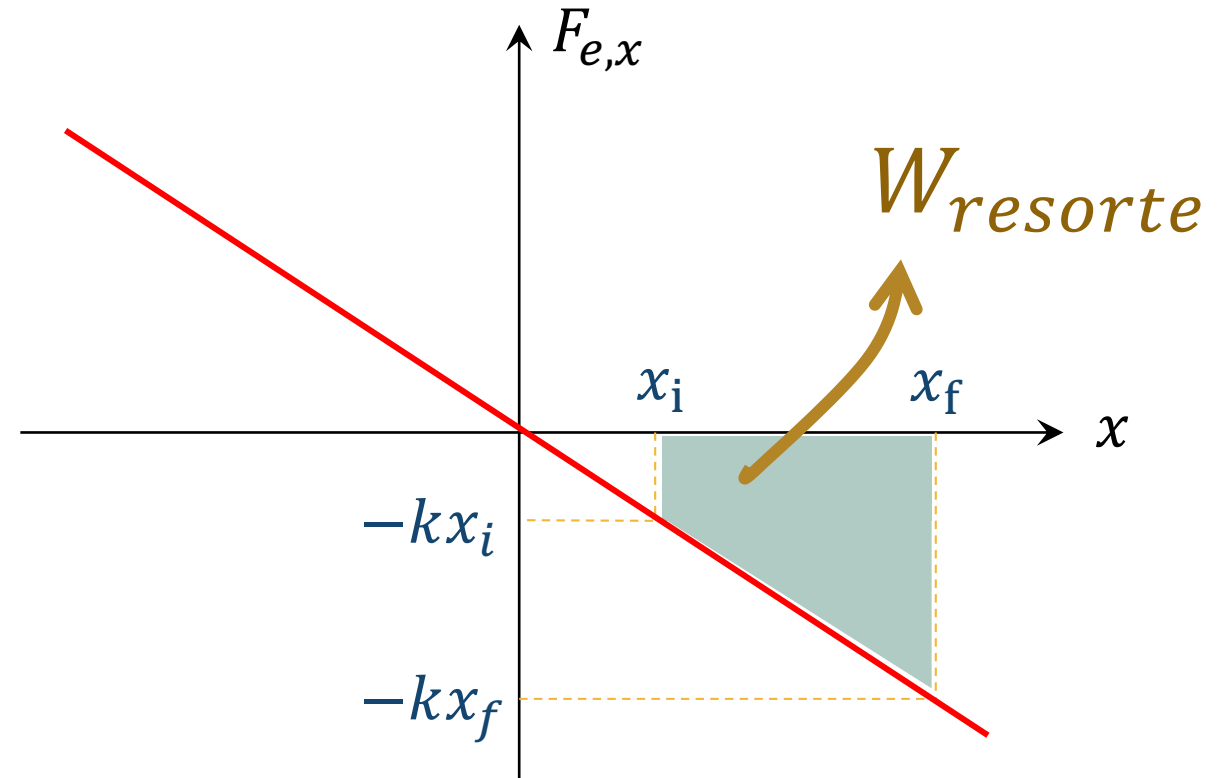


Fuerza elástica

Como ya hemos visto, la fuerza que ejercen los resortes, depende de la elongación o compresión de éstos.

La ley de Hooke modela la relación entre la fuerza elástica y la elongación o compresión de los resortes.

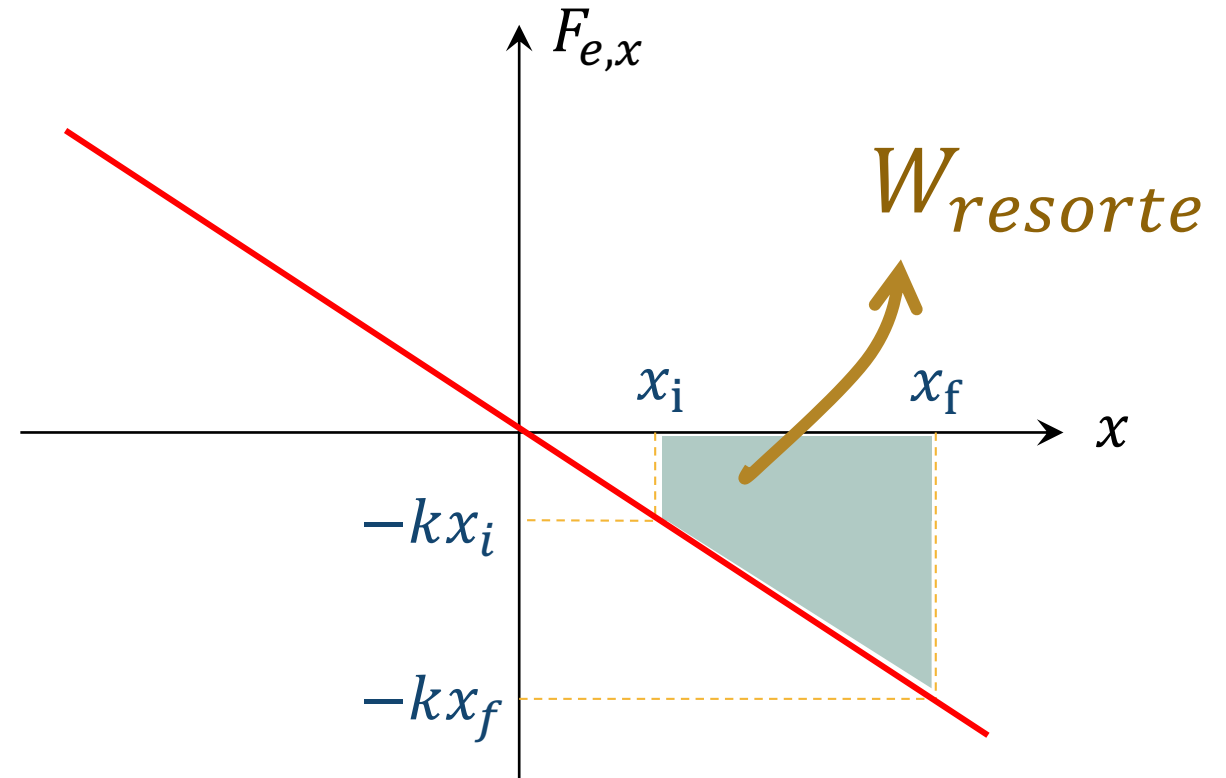
$$\vec{F}_e = -k \vec{x}$$



Fuerza elástica

Al determinar el área bajo la curva obtenemos

$$W_{resorte} = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_f^2$$



Energía potencial elástica

Al determinar el área bajo la curva obtenemos

$$W_{resorte} = \frac{1}{2} kx_i^2 - \frac{1}{2} kx_f^2$$

A la expresión “ $\frac{1}{2} kx^2$ ” le llamamos **Energía potencial elástica**, U_e

Es decir,

$$U_e = \frac{1}{2} kx^2$$

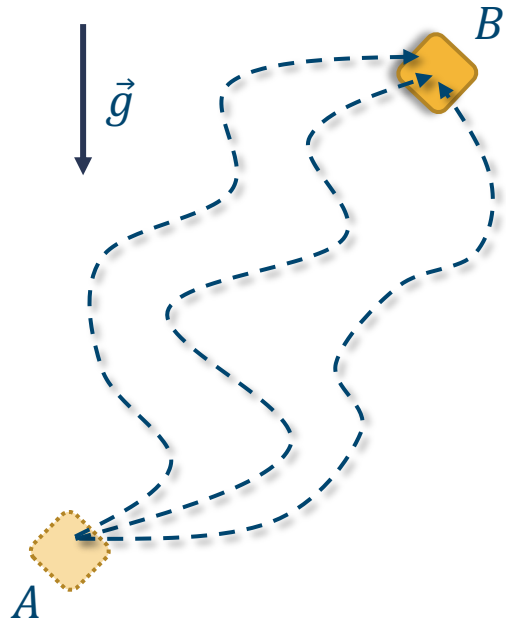
Por lo que, el trabajo realizado por la fuerza elástica, lo podemos expresar como

$$W_{resorte} = U_{ei} - U_{ef}$$

$$W_{resorte} = -\Delta U_e$$

Fuerzas conservativas

Se puede demostrar que el trabajo hecho por las fuerzas peso y elástica sobre un cuerpo que se mueve por alguna trayectoria arbitraria siempre se puede calcular como



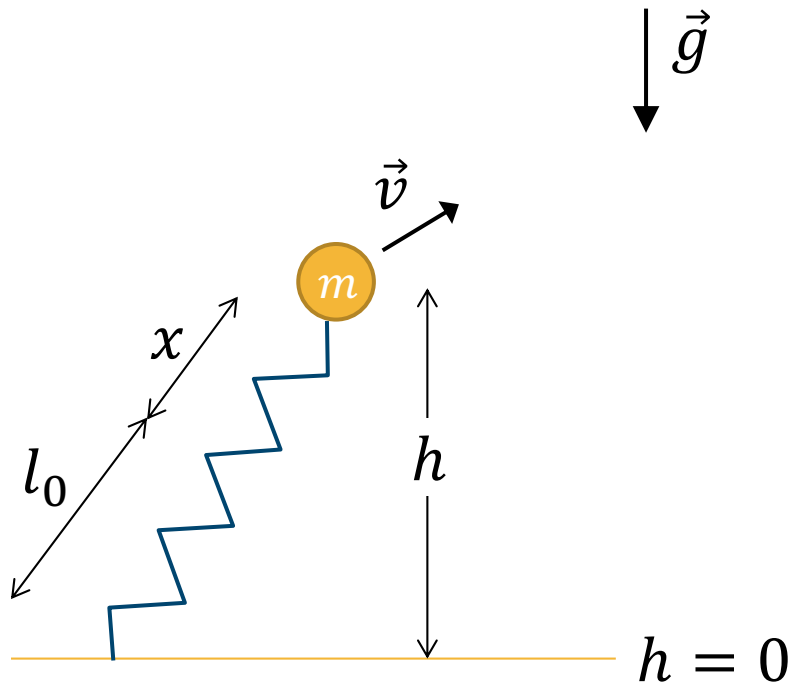
$$W_{\text{peso}} = U_{gA} - U_{gB} = -\Delta U_g$$
$$W_{\text{resorte}} = U_{eA} - U_{eB} = -\Delta U_e$$

Esto implica que el trabajo realizado por estas fuerzas depende exclusivamente del punto inicial y final de la trayectoria (no de la trayectoria en sí), por lo tanto, se dice que son fuerzas conservativas.

Energía mecánica

Energía mecánica

La suma algebraica de todas las formas de energía que puede adquirir un cuerpo se denomina energía mecánica:



$$E = K + U_g + U_e$$

Expresión

Energía

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

cinética

Movimiento

$$U_g = mgh$$

potencial gravitatoria

$$U_e = \frac{1}{2}kx^2$$

potencial elástica

Posición

Fuerzas conservativas



Energía mecánica

La suma algebraica de todas las formas de energía que puede adquirir un cuerpo se denomina energía mecánica:

$$E = K + U_g + U_e$$

La energía no se crea ni se destruye, solo se transforma

El trabajo total realizado sobre un cuerpo puede ser siempre separado en un trabajo hecho por fuerzas conservativas y un trabajo hecho por fuerzas no conservativas (roce):

$$W_{\text{total}} = \Delta K$$
$$W_{\text{fuerzas conservativas}} + W_{\text{fuerzas no-conservativo}} = \Delta K$$
$$\boxed{-\Delta U_g - \Delta U_e} + W_{\text{FNC}} = \Delta K$$

$$W_{\text{FNC}} = \Delta K + \Delta U_g + \Delta U_e$$

$$W_{\text{FNC}} = \Delta E$$

Energía mecánica

La suma algebraica de todas las formas de energía que puede adquirir un cuerpo se denomina energía mecánica:

$$E = K + U_g + U_e$$

La energía no se crea ni se destruye, solo se transforma

El trabajo total realizado sobre un cuerpo puede ser siempre separado en un trabajo hecho por fuerzas conservativas y un trabajo hecho por fuerzas no conservativas (roce):

$$W_{\text{total}} = W_{\text{conservativo}} + W_{\text{FNC}}$$

$$\Delta E = 0$$

En ausencia de fuerzas no-conservativas

$$\Delta E = W_{\text{FCN}}$$

Con fuerzas no-conservativas

Ejemplo



Un bloque de masa $m = 2$ [kg] está inicialmente a una altura $h = 2$ [m] del extremo libre de un resorte de constante elástica $k = 600$ [N/m], el que se encuentra dispuesto verticalmente. Luego de ser liberado, el bloque cae libremente, logrando comprimir el resorte. Para esta situación:

- a) Calcule la velocidad del bloque cuando está apunto de comprimir el resorte.
- b) Determine la máxima compresión del resorte.
- c) Obtenga la máxima velocidad que alcanza el bloque. ¿En qué momento se alcanza esta velocidad?

Ejemplo

Un bloque masa m desciende desde el punto A por una pista circular, donde la fricción es despreciable, y se dirige hacia el resorte de constante k que se encuentra fijo a la pared de la derecha. El tramo horizontal BC presenta fricción de acuerdo a un coeficiente de roce cinético μ . Modele la situación descrita y encuentre la máxima compresión δ que el bloque efectúa sobre el resorte.

