



APLICACIONES DE LA DERIVADA

1) Determine asíntotas, interceptos con los ejes, intervalos de crecimiento, decrecimiento, máximos, mínimos, concavidad y puntos de inflexión de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2x^2 - 3x + 2$

b) $f(x) = 5x^2 + x$; si $x \in \mathbb{R}_0^+$

c) $f(x) = x^2 - x + 1$; si $x \in]-5; 4]$

d) $f(x) = 2x^3$

e) $f(x) = -3x - 5$; si $x \in [1; 6]$

f) $f(x) = \sqrt{5x - 3}$

g) $f(x) = \sqrt{4 - x} + 1$

h) $f(x) = 15 - 3x - 5x^3$

i) $f(x) = \frac{2x}{x^2 + x + 1}$

j) $f(x) = \frac{15x^2}{x^2 + 13}$

k) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

l) $f(x) = x^4 - 4x^3 + 11$

m) $f(x) = \frac{7x}{x^2 - x + 1}$

n) $f(x) = \frac{4x}{x - 1}$

o) $f(x) = x^4 - x^2 + 2x$

p) $f(x) = 8x^2 - x^4$

q) $f(x) = 2\cos(x) - \sqrt{3}x$; si $x \in [0; 2\pi]$

r) $f(x) = \sin(x) - x$; si $x \in [0; 2\pi]$

s) $f(x) = 2x^4 - x$; si $x \in [-1; 1]$

t) $f(x) = x + \frac{4}{x}$; si $x \in [1; 3]$

u) $f(x) = x - 2\sin(x)$; si $x \in [0; \pi]$

v) $f(x) = -3\sqrt[3]{(x^2 - 3)^2}$

w) $y = x^3(x - 1)^2$; $x \in [-1; 2]$

x) $y = 5 - 2x$

y) $y = 4x^3 + 6x^2 - 24x + 13$

z) $y = -x^2 + 2x + 3$

aa) $y = x^4 - 2x^2$

bb) $y = (4 - x^2)^3$

cc) $y = x^4 - 2x^2 + 5$ si $x \in [-2; 2]$

dd) $y = 2x + 3$

ee) $y = 5 + \sqrt{4 - x}$

ff) $y = 8x^2 - x^4$ si $x \in [-3; 2]$

gg) $y = 5x^3 + 11x - 23$

hh) $f(x) = (x^2 - 9)^{2/3}$



- 2) Grafique y determine : dominio, monotonía, asíntotas, máximos y mínimos, puntos de inflexión, concavidad e interceptos con los ejes de la curva:

$$y = \frac{x^2}{x^2 + 1} \quad ; \text{ si se sabe que: } y' = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} \quad ; \quad y'' = \frac{2 - 6x^2}{(x^2 + 1)^3}$$

- 3) Grafique y determine : dominio, monotonía, asíntotas, máximos y mínimos, puntos de inflexión, concavidad e interceptos con los ejes de la curva:

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 4} \quad ; \text{ si se sabe que: } y' = \frac{-8x}{(x^2 - 4)^2} \quad ; \quad y'' = \frac{32 + 24x^2}{(x^2 - 4)^3}$$

- 4) Grafique y determine : dominio, monotonía, asíntotas, máximos y mínimos, puntos de inflexión, concavidad e interceptos con los ejes de la curva:

$$y = \frac{x^2 + 3}{x - 1} \quad ; \text{ si se sabe que: } y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$$

- 5) Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función tal que:

$$f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1} \quad ; \quad f'(x) = \frac{4 - 4x^2}{(x^2 + 1)^2} \quad ; \quad f''(x) = \frac{8x^3 - 24x}{(x^2 + 1)^3}$$

Trazar la gráfica de f , indicando:

- a) Intervalos de monotonía.
- b) Valores Extremos.
- c) Concavidades. Puntos de Inflexión
- d) Asíntotas.

- 6) Dada la curva:

$$y = \frac{1}{(x - 2)^4} \quad , \text{ determine:}$$

- a) Máximos y mínimos (relativos y absolutos)
- b) Puntos de inflexión.
- c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- d) Intervalos de concavidad de la curva.
- e) Ecuaciones de las asíntotas

- 7) Dada la curva: $y = x + \frac{1}{x}$, determine, sin usar la gráfica:



- a) Máximos y mínimos (relativos y absolutos)
- b) Puntos de inflexión.
- c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- d) Intervalos de concavidad de la curva.
- e) Ecuaciones de las asíntotas

8) Dada la curva $y = -\sqrt[3]{x^2}$. Determine:

- a) Máximos y mínimos (relativos y absolutos)
- b) Puntos de inflexión.
- c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- d) Intervalos de concavidad de la curva.

9) Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función tal que $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$ $x \in [-2; 3]$; y

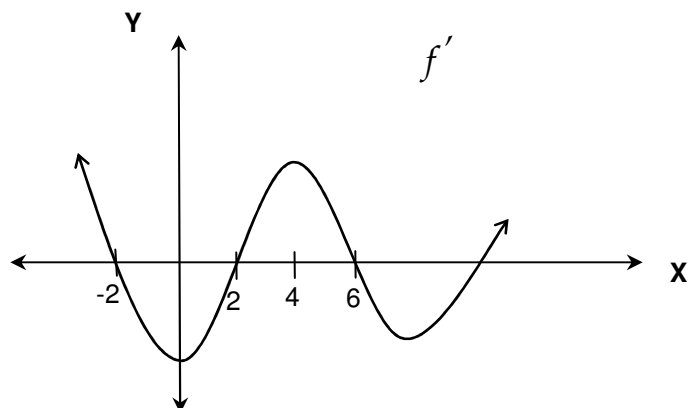
$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{(x - 1)^2}$$

- a) Máximos y mínimos (relativos y absolutos)
- b) Puntos de inflexión.
- c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- d) Intervalos de concavidad de la curva.
- e) Ecuaciones de las asíntotas

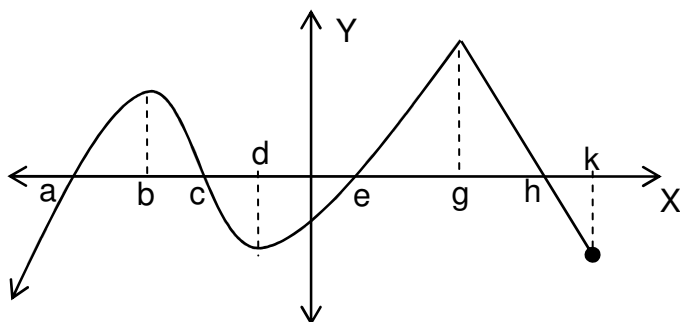
10) Determinar el valor de verdad de las siguientes afirmaciones, justificando las falsas.

- a) Todos los valores críticos de la primera derivada $\left(f'(x) = 0\right)$ son máximos o mínimos.
- b) Si $f'(c) = 0$; $f''(x) > 0$ si $x < c$; $f''(x) < 0$ si $x > c$, entonces c es un punto de inflexión.
- c) Si $f'(x) = 4x - 2$ entonces existe un máximo relativo en $x = \frac{1}{2}$.

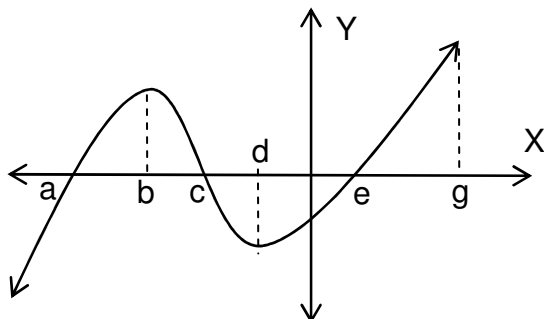
Utilice la gráfica de f' dada para responder las afirmaciones desde la (d) a la (i):



- d) f es creciente en $]-\infty; -2]$
 - e) En $x = 0$ existe un mínimo relativo.
 - f) En $x = 2$ existe un mínimo relativo.
 - g) En $x = 4$ existe un punto de inflexión.
 - h) f es cóncava hacia arriba en $]-2; 2[$
 - i) f es cóncava hacia arriba en $]2; 4[$
- 11) Dada la gráfica que representa la función f , Determinar:
- a) Valores extremos (máximos, mínimos) .
 - b) Intervalos de monotonía (creciente, decreciente)



- 12) Dada la gráfica que representa la función f' , Determinar:
- a) Valores extremos (máximos, mínimos) .
 - b) Intervalos de monotonía (creciente, decreciente)



- 13) Determinar los valores de las constantes a , b y c en $\mathbb{R}$ tal que la gráfica de la curva $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un extremo relativo en $(1;2)$ y $(2,3)$
- 14) Bosqueje una gráfica para la función f si se cumple:
 $f'(c) = 0$
 $f'(x) > 0$; $x < c$
 $f'(x) > 0$; $x > c$
- 15) Determine a, b, c, d en $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tal que f tenga un máximo relativo en $(0,3)$ y un punto de inflexión en $(1,-1)$.
- 16) Se desea fabricar una caja cerrada, de base rectangular, donde el largo es el triple del ancho. Determine las dimensiones mínimas si su volumen debe ser de 288 dm^3 .
- 17) Se desea cercar un campo minado de forma rectangular con 1200 mt de cerca, para después dividirlo en 4 partes iguales, también cercadas. ¿Cuál es el área máxima posible de cada uno de los 4 nuevos campos?, ¿cuál es el área total?
- 18) Se dispone de 40 metros de alambre para cercar un jardín de forma rectangular. Determinar el área máxima que puede cercarse y las dimensiones del jardín óptimo.
- 19) Determinar los puntos sobre la parábola: $x = 2y^2$ que están más cerca al punto $(10;0)$.
- 20) Una lata en forma de cilindro circular recto debe tener un volumen de 500 centímetros cúbicos. La tapa y el fondo utilizan un material que cuesta \$6 el centímetro cuadrado, mientras que la superficie lateral utiliza un material que



cuesta \$4 el centímetro cuadrado. El costo total " C " de la lata como una función del radio " r " del cilindro es $C(r) = 12\pi r^2 + \frac{4000}{r}$ ¿Para qué valor de r es mínimo el costo C ?

- 21) Una hoja de parte de la Escuela Naval debe contener 50 cm^2 de impresión; con un margen de 4 cm arriba y abajo y 2 cm a los lados. Determinar las dimensiones de la hoja para ocupar el menor material posible.
- 22) La figura muestra un triángulo isósceles de base $6 u$ y altura de $12 u$. Hallar las dimensiones del rectángulo de mayor área que puede inscribirse en el triángulo, si sobre la base de este debe estar en uno de los lados del rectángulo.

