

**Álgebra de funciones:**

Dadas dos funciones  $f$  y  $g$ , se definen las nuevas funciones:

- 1) Suma:  $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$
- 2) Resta:  $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$
- 3) Multiplicación:  $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
- 4) División:  $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

El dominio de todas estas funciones es  $Dom(f) \cap Dom(g)$ , excepto para la división de funciones, donde además  $Dom(g) \neq 0$

Ejemplos:

$$f(x) = 2x$$

$$g(x) = x^2 - 1$$

Como el dominio de ambas funciones son los números reales (no hay restricciones en ninguna) el dominio de la suma, la resta y la multiplicación también serán los números reales ( $\mathbb{R}$ )

Por lo tanto:

- 1) Suma:  $(f + g)(x) = 2x + x^2 - 1$
- 2) Resta:  $(f - g)(x) = 2x - (x^2 - 1) = 2x - x^2 + 1$
- 3) Multiplicación:  $(f \cdot g)(x) = 2x \cdot (x^2 - 1) = 2x^3 - 2x$
- 4) División:  $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$ , **OBS: Para el dominio de la división debemos considerar cuando el denominador es distinto de cero. Por lo tanto el dominio son todos los números reales excepto el 1 y el -1**  
 $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

**Composición de funciones:**

Dadas dos funciones  $f$  y  $g$ , se define la compuesta  $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ , donde  
 $Dom(f \circ g) = \{x \in Dom(g) / g(x) \in Dom(f)\}$

Ejemplo:

$$f(x) = x + 1$$

$$g(x) = \frac{1}{x-2}$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{1}{x-2}\right) = \frac{1}{x-2} + 1$$

$$Dom(f \circ g) = \{x \in Dom(g) / g(x) \in Dom(f)\}$$

$$Dom(f \circ g)(x) = \left\{x \neq 2 / \frac{1}{x-2} \in \mathbb{R}\right\} = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x+1) = \frac{1}{x+1-2} = \frac{1}{x-1}$$

$$Dom(g \circ f) = \{x \in Dom(f) / f(x) \in Dom(g)\}$$

$$Dom(g \circ f) = \{x \in \mathbb{R} / x+1 \neq 2\} = \mathbb{R} - \{1\}$$

**Ejercicios:**

1. Encuentre  $f + g$ ,  $f - g$ ,  $f \times g$ ,  $\frac{f}{g}$  y  $f \circ g$ , y determine sus dominios

a.  $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$ ,  $g(x) = \frac{1}{x}$

b.  $f(x) = \frac{x+1}{x}$ ,  $g(x) = x-2$

c.  $f(x) = \frac{1}{3-x}$ ,  $g(x) = x^2$

d.  $f(x) = \sqrt{x-2}$ ,  $g(x) = x-2$

e.  $f(x) = x^2 - 1$ ,  $g(x) = \frac{x}{x+1}$

f.  $f(x) = (x+3)^2$ ,  $g(x) = \log(x-1)$

g.  $f(x) = 2^x$ ,  $g(x) = x^2$