



**PRUEBA N°4
MATEMATICAS II IM**

NOMBRE: _____ N° CAD. _____ CURSO: 2°IM

1. DOCENTE(S): S.Yansen

2. FECHA: 10/ 09 / 2020

3. UNIDAD(ES) TEMÁTICA(S): 3. Límite y continuidad

4. TIEMPO: 85 minutos

5. PUNTAJE TOTAL - PUNTAJE PARA APROBAR: 100 - 60

6. MATERIALES: de escritorio. Calculadora no algebraica.

7. INDICACIONES:

- Lea cuidadosamente la prueba antes de comenzar a responder. La comprensión de los enunciados es parte de la prueba.
- Todo resultado debe estar argumentado o justificado a través de sus cálculos explícitos en sus respuestas.
- Escriba con tinta o pasta, en orden, con limpieza y claridad. Si desea anular parte de su trabajo, tárjelo con una línea horizontal encima del escrito, no use corrector; no se corregirá lo escrito sobre corrector.
- No utilice lápiz grafito para responder, si utiliza grafito no podrá tener acceso a correcciones.

8. RESULTADOS OBTENIDOS:

PREGUNTAS	PUNTAJE ASIGNADO	PUNTAJE OBTENIDO
1	25	
2	25	
3	25	
4	25	
Puntaje total	100	
	NOTA	

FIRMA RECONOCIMIENTO CADETE:



PREGUNTA N° 1 (25 puntos: 10 - 15).

Capacidad: Razonamiento lógico
Objetivo: Aplicar las técnicas y propiedades en el cálculo del valor del límite de una función de variable real.
Contenido: Límites

Calcule, si existen, los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + x - 2}{x^3 - 1}$

Solución:

El límite es una forma indeterminada del tipo 0/0

Factorizando $x^4 + x - 2$

	1	0	0	1	-2
1		1	1	1	2
	1	1	1	2	0

$x^4 + x - 2 = (x - 1)(x^3 + x^2 + x + 2)$ 5 puntos

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + x - 2}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x^3 + x^2 + x + 2)}{(x - 1)(x^2 + x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 + x + 2}{x^2 + x + 1} = \frac{5}{3}$ 5 puntos

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin(3x) + x}{3\sin(2x) + x}$

Solución:

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin(3x) + x}{3\sin(2x) + x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\frac{\sin(3x)}{x} + 1}{3\frac{\sin(2x)}{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6\frac{\sin(3x)}{3x} + 1}{6\frac{\sin(2x)}{2x} + 1} = \frac{6 \cdot 1 + 1}{6 \cdot 1 + 1} = 1$

(5 + 5 +5 puntos)



PREGUNTA N° 2 (25 puntos).

Capacidad: Razonamiento lógico
Objetivo: Aplicar las técnicas y propiedades en el cálculo del valor del límite de una función de variable real.
Contenido: Límites. Límites laterales

Determine los valores de las constantes reales a y b , para que existan $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ y

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{si } x < -1 \\ x^2 + x + 1 & \text{si } -1 < x < 1 \\ a + \frac{4b(1 - \sqrt{x})}{x - 1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Solución:

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (ax + b) = -a + b$ 3puntos

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x^2 + x + 1) = 1$ 3 puntos

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) \text{ existe} \Leftrightarrow -a + b = 1$ 4 puntos

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + x + 1) = 3$ 3 puntos

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(a + \frac{4b(1 - \sqrt{x})}{x - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(a + \frac{4b(1 - \sqrt{x})}{x - 1} \cdot \frac{1 + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} \right)$
 $= \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(a + \frac{4b(1 - x)}{(x - 1)(1 + \sqrt{x})} \right) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (a - 2b) = a - 2b$ 7 puntos

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \text{ existe} \Leftrightarrow a - 2b = 3$ 3 puntos

$-a + b = 1 \quad \wedge \quad a - 2b = 3$

ssi $a = -5 \quad \wedge \quad b = -4$

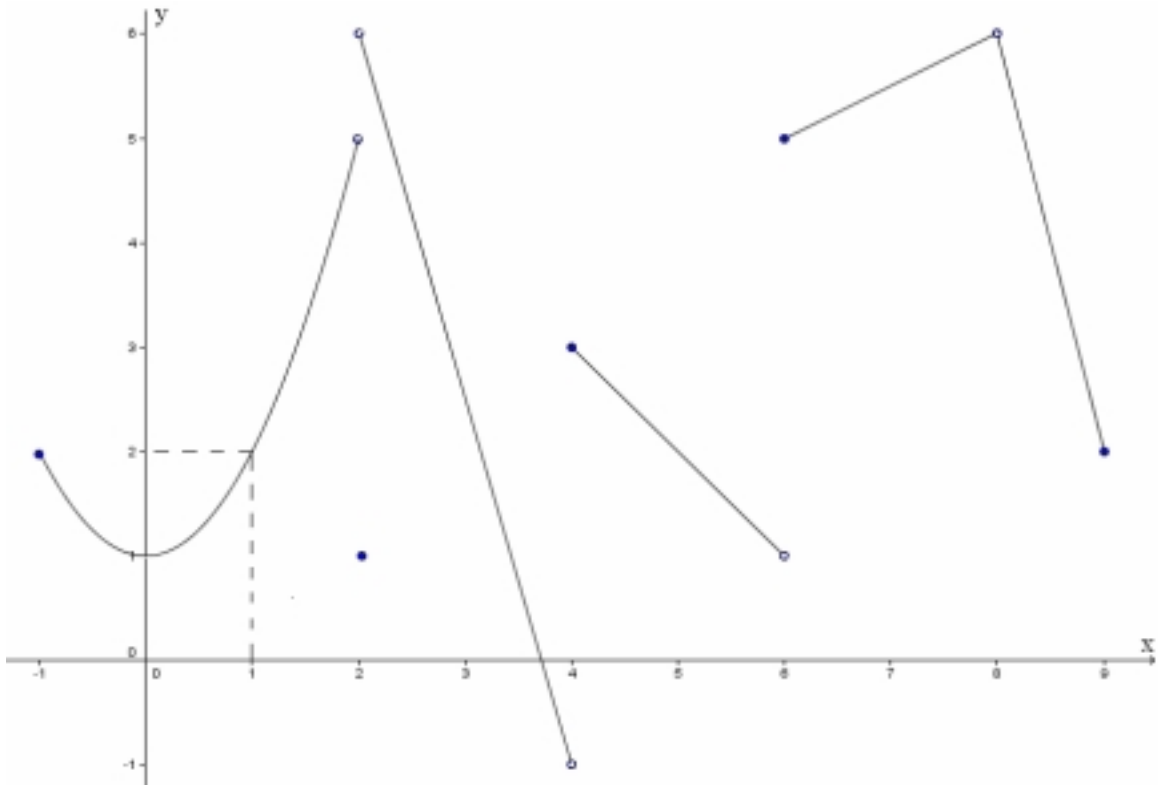
Luego, los límites existen si $a = -5 \quad \wedge \quad b = -4$ 2 puntos



PREGUNTA N° 3 (25 puntos).

Capacidad: Orientación espacial
Objetivo: Coordinar diferentes fuentes de información al calcular límites en forma gráfica.
Contenido: Límites gráficos

El siguiente gráfico representa a la función f
Cuyo dominio es $Domf = [-1,9] - \{8\}$



Calcule los siguientes límites, en caso de existir. Si el límite no existe, justifique.

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$
- b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 5$
- c) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 6$
- d) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ no existe , pues los límites laterales no existen..
- e) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = -1$



f) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 3$

g) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ no existe , pues los límites laterales no existen.

h) $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$ no existe , pues los límites laterales no existen.

i) $\lim_{x \rightarrow 8} f(x) = 6$

Cada límite vale 2.8 puntos



PREGUNTA N° 4 (25 puntos).

Capacidad: Razonamiento lógico
Objetivo: Analizar la continuidad de una función real de variable real, relacionando los conceptos de límite y continuidad de la función en el punto.
Contenido: Continuidad

$$\text{Sea } f(x) = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt[3]{4x}}{x - 2} & \text{si } x < 2 \\ 1 & \text{si } x = 2 \\ \frac{1 - x}{x + 1} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- a) Determine si f es continua en $x = 2$.
- b) En caso de no ser continua ¿es reparable en $x = 2$? Exprese la función reparada.

Solución

a) $f(2) = 1$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2 - \sqrt[3]{4x}}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2 - \sqrt[3]{4x}}{x - 2} \cdot \frac{4 + 2\sqrt[3]{4x} + (\sqrt[3]{4x})^2}{4 + 2\sqrt[3]{4x} + (\sqrt[3]{4x})^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{8 - 4x}{x - 2} \cdot \frac{1}{4 + 2\sqrt[3]{4x} + (\sqrt[3]{4x})^2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4(2 - x)}{x - 2} \cdot \frac{1}{4 + 2\sqrt[3]{4x} + (\sqrt[3]{4x})^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} -4 \cdot \frac{1}{4 + 2\sqrt[3]{4x} + (\sqrt[3]{4x})^2} = -4 \cdot \frac{1}{12} = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq f(2)$$

Luego, f no es continua en $x = 2$

- b) Para ver si f es reparable en 2, veremos si existe $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1 - x}{x + 1} \right) = \frac{-1}{3}$$

Los límites laterales son iguales, por ende, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ existe y vale $-\frac{1}{3}$

Luego, f es reparable en $x = 2$



Función reparada:

$$\hat{f}(x) = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt[3]{4x}}{x - 2} & \text{si } x < 2 \\ -\frac{1}{3} & \text{si } x = 2 \\ \frac{1 - x}{x + 1} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Puntajes:

5 puntos por justificar continuidad

5 puntos por límite lateral derecho

10 puntos por límite lateral izquierdo

3 puntos por justificar que es reparable

2 puntos por función reparada