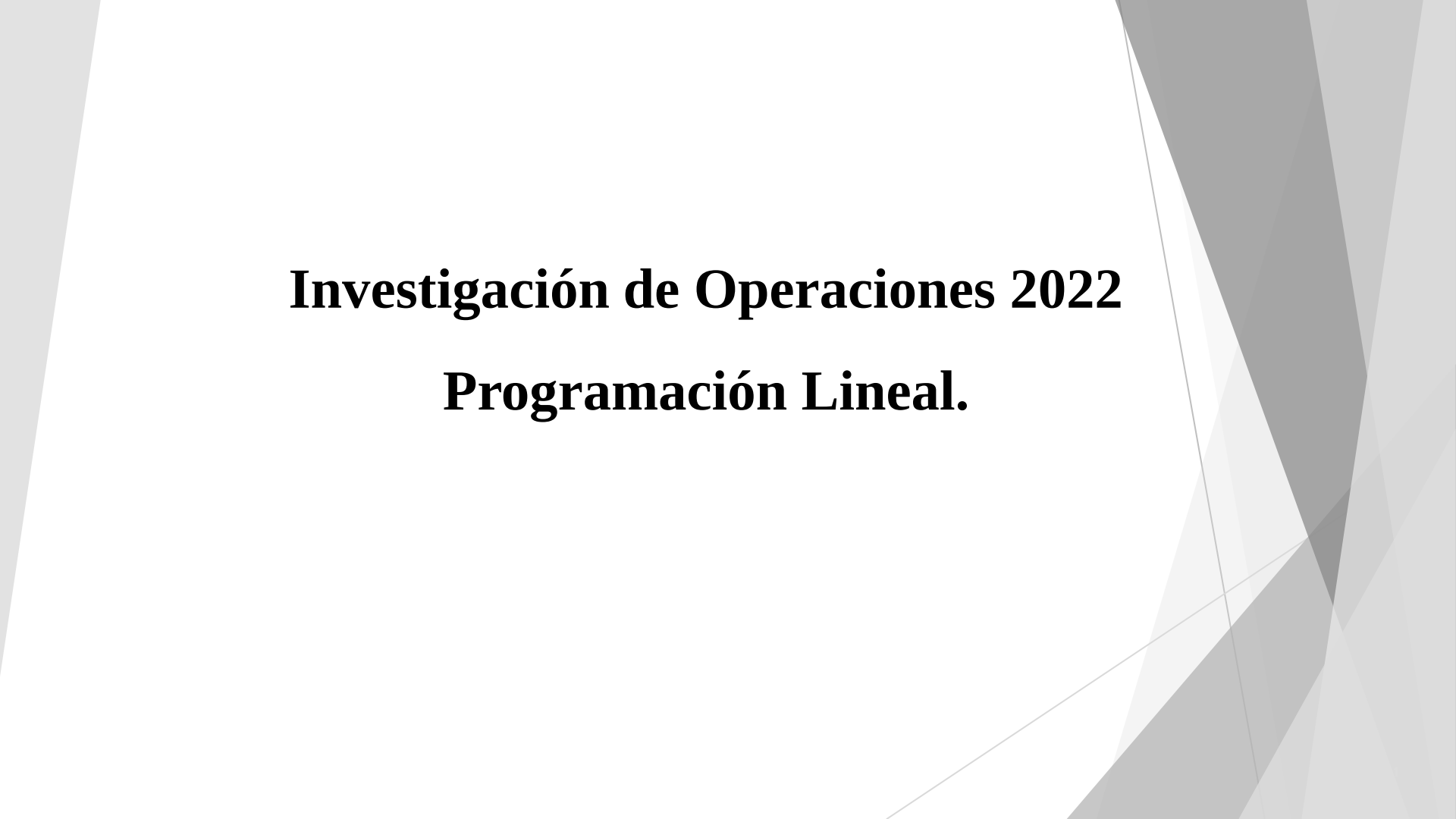




Investigación de Operaciones 2022

Programación Lineal.

Temario

1. Introducción.
2. Resolución gráfica de problemas.
3. Modelos de Programación Lineal.
4. El Método Simplex.
5. Dualidad en Programación Lineal.

i) Problema de Transporte

(Hitchcock, 1941; Kantorovich 1942; Koopmans 1947). El problema consiste en decidir cuántas unidades trasladar desde ciertos puntos de origen (plantas, ciudades, etc.) a ciertos puntos de destino (centros de distribución, ciudades, etc..) de modo de minimizar los costos de transporte, dada la oferta y demanda en dichos puntos.

Se suponen conocidos los costos unitarios de transporte, los requerimientos de demanda y la oferta disponible.

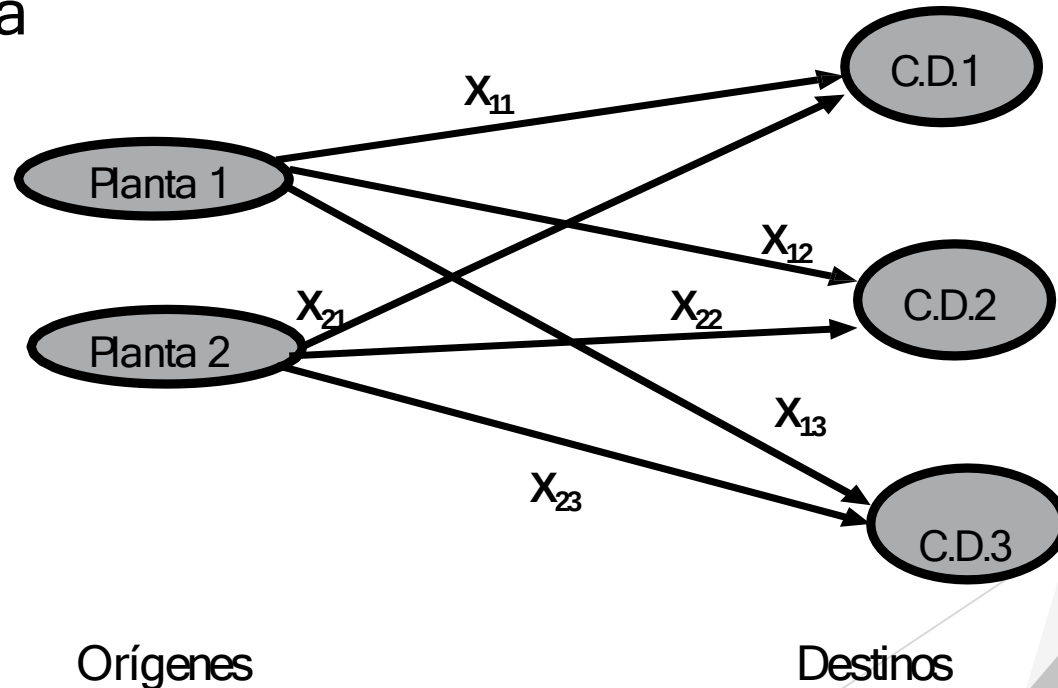
i) Problema de Transporte

Por ejemplo, suponga que una empresa posee dos plantas que elaboran un determinado producto en cantidades de 250 y 400 unidades diarias, respectivamente. Dichas unidades deben ser trasladadas a tres centros de distribución con demandas diarias de 200, 200 y 250 unidades, respectivamente. Los costos de transporte (en \$/unidad) son:

	C. Dist. 1	C. Dist. 2	C. Dist. 3
Planta 1	21	25	15
Planta 2	28	13	19

Formule un modelo de Programación Lineal que permita satisfacer los requerimientos de Demanda al mínimo costo

□ Diagrama



i) Problema de Transporte

Variables de Decisión:

x_{ij} = Unidades transportadas desde la planta i ($i=1,2$), hasta el centro de distribución j ($j=1,2,3$)

Función Objetivo:

Minimizar el costo total de transporte dado por la función:

$$21x_{11}+25x_{12}+15x_{13}+28x_{21}+13x_{22}+19x_{23}$$

Restricciones del Problema

1) No Negatividad: $x_{ij} \geq 0$

2) Demanda:

$$\begin{array}{rclcl} \text{CD}_1 & : & x_{11} & + x_{21} & = 200 \\ \text{CD}_2 & : & x_{12} & + x_{22} & = 200 \\ \text{CD}_3 & : & x_{13} & + x_{23} & = 250 \end{array}$$

Restricciones del Problema

3) Oferta:

$$P_1 : x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 250$$

$$P_2 : \quad \quad \quad x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 400$$

Las variables de decisión deben aceptar soluciones como números reales para tener un modelo de P.L

ii) Problema de Producción

Una firma agroindustrial está interesada en determinar los niveles de producción de tres productos para una fruta determinada: fruta en conserva (FC), jugo en lata (JL) y concentrado en tarro (CT).

Las utilidades netas por caja son de \$14.800, \$13.200 y \$18.500, respectivamente. Cada caja de FC contiene 18 kg. de fruta, 20 kg. en el caso de JL y 25 kg. para CT. Los límites de venta para esta temporada son de 800 mil cajas de FC, 50 mil cajas de JL y 80 mil cajas de CT.

ii) Problema de Producción

La firma espera disponer de hasta 3 millones de kg. de fruta, obtenidos de sus cultivos propios y proveedores externos. El 20% de esta fruta es de grado A y el restante 80% de grado B. La fruta de grado A tiene 9 puntos en una cierta escala de calidad y la fruta grado B tan sólo 5 puntos.

Las cajas de FC deben tener al menos 8 puntos y las cajas de JL al menos 6 puntos, no habiendo requerimientos mínimos para el CT. Lo anterior equivale a que cada caja de FC debe contener al menos 13,5 kg. de fruta grado A y cada caja de JL debe contener al menos 5 kg. de fruta de grado A.

¿Cómo destinar la disponibilidad de fruta a la producción de los 3 productos?

ii) Problema de Producción

Variables de decisión:

x_1 : Cajas a producir de FC

x_2 : Cajas a producir de JL

x_3 : Cajas a producir de CT

Función Objetivo:

Maximizar las utilidades netas totales del plan de producción, dado por:

$$14.800 x_1 + 13.200 x_2 + 18.500 x_3$$

Restricciones del Problema

Disponibilidad de fruta

$$18 x_1 + 20 x_2 + 25 x_3 \leq 3.000.000$$

Calidad

$$13.5 x_1 + 5 x_2 \leq 600.000$$

Límites de venta

$$x_1 \leq 800.000;$$

$$x_2 \leq 50.000;$$

$$x_3 \leq 80.000$$

No Negatividad

iii) Problema de la Dieta

(Stigler, 1945) este consiste en determinar una dieta de manera eficiente, a partir de un conjunto dado de alimentos, de modo de satisfacer ciertos requerimientos nutricionales.

Supongamos que se tiene la siguiente información:

	Leche (lt)	Legumbre (1 porción)	Naranjas (unidad)	Requerimientos Nutricionales
Niacina	3, 2	4, 9	0, 8	13
Tiamina	1, 12	1, 3	0, 19	15
Vitamina C	32	0	93	45
Costo	2	0, 2	0, 25	

iii) Problema de la Dieta

Variables de Decisión:

x_1 : litros de leche utilizados en la dieta.

x_2 : porciones de legumbre utilizadas en la dieta.

x_3 : unidades de naranja utilizadas en la dieta.

Función Objetivo:

Minimizar el costo total de la dieta, dado por:

$$2 x_1 + 0.2 x_2 + 0.25 x_3$$

Restricciones del Problema

Requerimientos mínimos de los nutrientes considerados:

$$3.2 x_1 + 4.9 x_2 + 0.8 x_3 \geq 13$$

$$1.12 x_1 + 1.3 x_2 + 0.19 x_3 \geq 15$$

$$32 x_1 + \quad + \quad 93 x_3 \geq 45$$

$$x_1 \geq 0 ; x_2 \geq 0 ; x_3 \geq 0$$

iv) Problema de Planificación Financiera

Supongamos que un banco dispone de \$250 millones para destinar a 4 tipo de créditos ofrecidos, los cuales tienen las siguientes tasas de crédito:

- Primer crédito corriente :12%
- Segundo crédito corriente :16%
- Crédito para el hogar :16%
- Crédito personal :10%

iv) Problema de Planificación Financiera

La asignación de estos créditos, debe satisfacer la siguiente política utilizada por la institución:

El monto asignado a los PCC, debe ser al menos, el 55% del monto asignado a los créditos corrientes, y al menos un 25% del total del dinero prestado.

El SCC, no puede exceder el 30% del total del dinero prestado, por políticas tributarias el interés recibido por el banco no debe exceder a un retorno del 14% sobre el capital prestado.

iv) Problema de Planificación Financiera

¿Cuánto asignar a cada tipo de crédito, de la manera más eficiente, respetando la política del banco?

Variables de decisión:

x_1 : Monto asignado al PCC.

x_2 : Monto asignado SCC.

x_3 : Monto asignado al crédito para el hogar.

x_4 : Monto asignado al crédito personal.

iv) Problema de Planificación Financiera

Función Objetivo: Se propone maximizar los retornos recibidos en la asignación, dados por:

$$0.12 x_1 + 0.16 x_2 + 0.16 x_3 + 0.10 x_4$$

Restricciones del Problema

$$x_1 \geq 0.55 (x_1 + x_2)$$

$$x_1 \geq 0.25 (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

$$x_2 \leq 0.30 (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

$$(0.12x_1 + 0.16x_2 + 0.16x_3 + 0.10x_4) \leq 0.14 (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

Adicionalmente: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 250.000.000$

Actividad en Clases

La compañía XYZ explota tres minas de carbón y realiza envíos a cuatro puertos. El costo por tonelada de producción (en dólares), los contenidos de una cierta clase de ceniza y de sulfuro por tonelada y las capacidades de producción se resumen en la siguiente tabla:

	Costo Prod.	Capacidad	Cont. Ceniza	Cont. Sulfuro
Mina 1	50	120	0,08	0,05
Mina 2	55	100	0,06	0,04
Mina 3	62	140	0,04	0,03

Por su parte, las toneladas demandadas que deben ser enviadas a cada puerto, conjuntamente con los costos de transporte (en dólares por tonelada) se dan en la siguiente tabla:

	Puerto 1	Puerto 2	Puerto 3	Puerto 4
Mina 1	4	6	8	12
Mina 2	9	6	7	11
Mina 3	9	12	3	5
Demandas	80	70	60	40

Formule un modelo de optimización que permita determinar los niveles de producción de cada mina de modo de satisfacer los requerimientos de demanda y que las cantidades enviadas a cada puerto contenga a los más un 6% de ceniza y a lo más un 3,5% de sulfuro.