

FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES

I) Determinar el dominio de las siguientes funciones, graficarlo en el plano y la curva en 3D (computador).

1) $z = \sqrt{16 - 4x^2 - y^2}$

2) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$

3) $z = \sqrt{4 - x^2 - 4y^2}$

4) $z = \ln(4 - x - y)$

5) $z = \frac{x + y}{xy}$

6) $z = \frac{xy}{x - y}$

7) $z = 10 - 4x - 5y$

8) $z = \ln(4 - xy)$

9) $z = \ln(y - x^2)$

10) $z = 4x^2 + y^2$

11) $z = \sqrt{1 - x^2} - \sqrt{1 - y^2}$

12) $z = \sqrt{y - x^2}$

II) Determinar las curvas de nivel de las siguientes funciones y graficarlas (Computador, mínimo 4 curvas) :

1) $z = \sqrt{64 - x^2 - y^2}$

2) $z = y^2 + x^2$

3) $z = 4 - x^2 - y^2$

4) $z = 6 - 2x - 3y$

5) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

6) $z = x + y$

7) $z = y^2 + x^2 + 1$

8) $z = \sqrt{144 - 16x^2 - 9y^2}$

9) $z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$

10) $z = \frac{x}{x^2 + y^2}$

11) $z = \ln(x - y)$

12) $z = \sqrt{y^2 - x^2}$

III) Calcular las derivadas parciales (f_x, f_y) de las siguientes funciones:

1) $z = x \cdot \sqrt{y}$

2) $z = x^2 \cdot e^{2y}$

3) $z = \ln\left(\frac{x+y}{x-y}\right)$

4) $z = e^{-(x^2+y^2)}$

5) $z = e^y \cdot \text{sen}(xy)$

6) $z = \frac{x^2}{2y} + \frac{4y^2}{x}$

7) $z = \frac{xy}{x^2 + y^2}$

8) $z = x^2 - 2xy + y^2$

9) $z = 4 - x^2 - y^2$; en $(1, 1, 2)$

10) $z = x^2 - y^2$; en $(-2, 1, 3)$

11) $z = e^{-x} \cdot \cos(y)$; en $(0, 0, 1)$

12) $z = \frac{xy}{x-y}$; en $\left(2, -2, -\frac{\pi}{4}\right)$

IV) Calcular las segundas derivadas parciales ($f_{xx}, f_{yy}, f_{xy}, f_{yx}$) de las siguientes funciones:

1) $z = x^2 - 2xy + 3y^2$

2) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

3) $z = x^4 - 3x^2y^2 + y^4$

4) $z = \ln(x-y)$

5) $z = xe^y + ye^x$

V) Determinar máximos y mínimos de las siguientes funciones, utilizando Hessiano

1) $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6$

2) $f(x, y) = -x^2 - y^2 + 4x + 8y - 11$

3) $f(x, y) = 2x^2 + 2xy + y^2 + 2x - 3$

4) $f(x, y) = -x^2 - 5y^2 + 8x - 10y - 13$

5) $f(x, y) = -5x^2 + 4xy - y^2 + 16x + 10$

6) $f(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$

7) $f(x, y) = x^3 + 12xy + 8y^3$

8) $f(x, y) = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

9) $f(x, y) = x^2 + y^2 + x^{-2}y^{-2}$

VI) Determinar máximos y mínimos de las siguientes funciones, utilizando Lagrange.

1) $f(x, y) = x^2 + y^2$; si $xy = 1$

2) $f(x, y) = 4x + 6y$; si $x^2 + y^2 = 12$

3) $f(x, y) = x^2y$; si $x^2 + 2y^2 = 6$