



DERIVADAS

DEFINICIÓN DE DERIVADA

La derivada de la función $f(x)$ se define mediante el límite:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

1. Utilice la definición de derivada para hallar la derivada de la siguiente función:

$$f(x) = 5x^2$$

DERIVADAS ELEMENTALES

1. Si $f(x) = x^n$; $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
2. Si $f(x) = C$, con C una constante ; $f'(x) = 0$
3. Si $f(x) = b^x$; $f'(x) = b^x \cdot \ln(b)$
4. Si $f(x) = e^x$; $f'(x) = e^x$
5. Si $f(x) = \log_b(x)$; $f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln(b)}$
6. Si $f(x) = \ln(x)$; $f'(x) = \frac{1}{x}$



FUNCIONES CICLOMETRICAS

Funciones	Derivadas
$y = \arcsen u$	$y' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
$y = \arccos u$	$y' = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
$y = \arctg u$	$y' = \frac{u'}{1+u^2}$
$y = \operatorname{arccotg} u$	$y' = -\frac{u'}{1+u^2}$
$y = \operatorname{arcsec} u$	$y' = \frac{u'}{u \sqrt{u^2-1}}$
$y = \operatorname{arccosec} u$	$y' = -\frac{u'}{u \sqrt{u^2-1}}$

2. Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^2$

b) $f(x) = x^5$

c) $f(x) = 2$

d) $f(x) = \sqrt{x}$

e) $f(x) = \sqrt[3]{x}$

f) $f(x) = e^x$

g) $f(x) = 2^x$

h) $f(x) = \ln(x)$

i) $f(x) = \log(x)$



ALGEBRA DE LAS DERIVADAS

1. Derivada de una suma (diferencia)

$$[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g'(x)$$

2. Derivada de un producto

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

3. Derivada de una división

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

3. Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3x^2 - x + 5$

b) $f(x) = 6x^2 + 5x - 6$

c) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

d) $f(x) = 4x^3 - x$

e) $f(x) = x + \ln(x)$

f) $f(x) = e^x - \sqrt{x} - 2$

4. Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x \cdot e^x$

b) $f(x) = x^2 \cdot \ln(x)$

c) $f(x) = \frac{x^4}{e^x}$

d) $f(x) = \frac{e^x}{\ln(x)}$

e) $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$

f) $f(x) = x^2 \cdot 2^x$



5. Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(t) = (t^2 + 1) \cdot (t^3 + t^2 + 1)$

b) $f(z) = \frac{1}{2z} - \frac{1}{3z^2}$

c) $f(t) = \frac{t-1}{t^2 + 2t + 1}$

d) $f(x) = \frac{3x}{x^3 + 7x - 5}$

e) $f(x) = \frac{5 - 4x^2 + x^5}{x^3}$

f) $f(x) = 4\sqrt{x^5} + \frac{2}{\sqrt{x}}$

OTRAS NOTACIONES PARA LA DERIVADA

Si $y = f(x)$, la deriva de $f(x)$ se puede anotar de las siguientes formas:

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} = f^{(1)}(x)$$

6. En cada caso, determine $\frac{dy}{dx}$:

a) $y = 2x^3 + 3x^2 + 6$

b) $y = ax^2 + bx - c$

c) $y = x \cdot \ln(x)$

d) $y = \frac{x^2}{e^x}$

e) $y = \sqrt[3]{x} \cdot 2^x$

f) $y = \frac{6^x}{\log(x)}$



7. Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = (x^2 + x)^6$

b) $f(x) = (2x^3 + 1)^{-5}$

c) $f(x) = (2x + 3)^{\frac{3}{2}}$

d) $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$

e) $f(t) = \sqrt{\frac{t^2 + 1}{t^2 - 1}}$

f) $f(u) = \frac{1}{(u + 1)^2}$

② Calcular la derivada de $f(x) = 3\sqrt{\left(\frac{x+1}{x}\right)^2}$

8. Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = e^{x^2+6}$

b) $f(t) = e^{3-5t}$

c) $f(x) = x^2 \cdot e^{-x^2}$

d) $f(u) = \frac{e^{2u}}{u}$

e) $f(x) = 5^{2x+8}$

f) $f(w) = 2w \cdot 2^{6w}$

9. Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \ln(3x - 4)$

b) $f(u) = \ln\left(\frac{1+u}{1-u}\right)$

c) $f(t) = (t^2 + 1) \cdot \ln(2t + 1)$

d) $f(w) = \ln(\sqrt{1 + w^2})$

e) $f(x) = \log(x^3 + 2)$

f) $f(x) = \log_2(x^4 - x)$



10. Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^3 + \ln(x^2 + 1)$

b) $f(t) = e^t \cdot \sqrt{t^5 + 2}$

c) $f(x) = \sqrt[3]{e^x + \ln(x)}$

d) $f(u) = \ln(\sqrt{u} + 2^u)$

11. En cada caso, determine $\frac{d^2 y}{dx^2}$ y $\frac{d^3 y}{dx^3}$:

a) $y = 2x^5 + x^2 - 1$

b) $y = x^6 + \ln(x) + 2$

c) $y = e^x - \sqrt{x} - x$

d) $y = e^x \cdot \sqrt{x}$



SOLUCIONES GUÍA DE EJERCICIOS Nº 05 DERIVADAS

1. a) $10x$

b) $-\frac{1}{x^2}$

2. a) $2x$

b) $5x^4$

c) 0

d) $\frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$

e) $\frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{x^2}}$

f) e^x

g) $2^x \cdot \ln(2)$

h) $\frac{1}{x}$

i) $\frac{1}{x \cdot \ln(10)}$

3. a) $6x - 1$

b) $12x + 5$

c) $3x^2 + 6x + 3$

d) $12x^2 - 1$

e) $1 + \frac{1}{x}$

f) $e^x - \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$

4. a) $e^x + x \cdot e^x$

b) $2x \ln(x) + x^2 \cdot \frac{1}{x} = 2x \ln(x) + x$

c) $\frac{4x^3 e^x - x^4 e^x}{e^{2x}} = \frac{4x^3 - x^4}{e^x}$

d) $\frac{e^x \cdot \ln(x) - \frac{e^x}{x}}{\ln^2(x)}$

e) $\frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln(x)}{x^2} = \frac{1 - \ln(x)}{x^2}$

f) $2x \cdot 2^x + x^2 \cdot 2^x \cdot \ln(2)$



5. a) $(t^2 + 1) \cdot (3t^2 + 2t) + (t^3 + t^2 + 1) \cdot (2t)$ b) $\frac{-1}{2z^2} + \frac{6z}{9z^4} = \frac{-1}{2z^2} + \frac{2}{3z^3}$

c) $\frac{t^2 + 2t + 1 - (t - 1)(2t + 2)}{(t^2 + 2t + 1)^2} = \frac{3 - t}{(t + 1)^3}$

d) $\frac{3(x^3 + 7x - 5) - 3x(3x^2 + 7)}{(x^3 + 7x - 5)^2} = \frac{-6x^3 - 15}{(x^3 + 7x - 5)^2}$

e) $\frac{(-8x + 5x^4)x^3 - (5 - 4x^2 + x^5) \cdot 3x^2}{x^6} = \frac{2x^5 + 4x^2 - 15}{x^4}$

f) $4 \cdot \frac{5}{2} x^{5/2-1} + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) x^{-1/2-1} = 10x^{3/2} - x^{-3/2}$

6. a) $6x^2 + 6x$

b) $2ax + b$

c) $\ln(x) + 1$

d) $\frac{2x \cdot e^x - x^2 \cdot e^x}{(e^x)^2}$

e) $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \cdot 2^x + \sqrt[3]{x} \cdot 2^x \cdot \ln(2)$

f) $\frac{6^x \ln(6) \cdot \log(x) - \frac{6^x}{x \ln(10)}}{(\log(x))^2}$

7. a) $6 \cdot (x^2 + x)^5 \cdot (2x + 1)$

b) $-5 \cdot (2x^3 + 1)^{-6} \cdot 6x^2$

c) $\frac{3}{2} \cdot (2x + 3)^{1/2} \cdot 2 = 3 \cdot (2x + 3)^{1/2}$

d) $\frac{3x^2}{2 \cdot \sqrt{x^3 + 1}}$



$$e) \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\frac{t^2+1}{t^2-1}}} \cdot \frac{2t(t^2-1) - (t^2+1) \cdot 2t}{(t^2-1)^2} = -2t \cdot (t^2+1)^{-1/2} \cdot (t^2-1)^{-3/2}$$

$$f) -\frac{2(u+1)}{(u+1)^4} = \frac{-2}{(u+1)^3}$$

$$8. a) 2x \cdot e^{x^2+1}$$

$$b) -5 \cdot e^{3-5 \cdot t}$$

$$c) 2xe^{-x^2} + x^2e^{-x^2} \cdot (-2x) = 2xe^{-x^2}(1-x^2)$$

$$d) \frac{2 \cdot e^{2u} \cdot u - e^{2u}}{u^2}$$

$$e) 5^{2x+8} \cdot \ln(5) \cdot 2$$

$$f) 2 \cdot 2^{6w} + 2w \cdot 2^{6w} \cdot \ln(2) \cdot 6$$

$$9. a) \frac{3}{3x-4}$$

$$b) \frac{1}{1+u} \cdot \frac{1-u-(1+u) \cdot (-1)}{(1-u)^2} = \frac{2}{1-u^2}$$

$$c) \frac{2t^2+2}{2t+1} + 2t \cdot \ln(2t+1)$$

$$d) \frac{1+w^2-w \cdot 2w}{(1+w^2)^2} = \frac{w}{1+w^2}$$

$$e) \frac{1}{(x^3+2) \cdot \ln(10)} \cdot (3x^2)$$

$$f) \frac{1}{(x^4-1) \cdot \ln(2)} \cdot (4x^3-1)$$

$$10. a) 3x^2 + \frac{1}{x^2+1} \cdot (2x)$$

$$b) e^t \cdot \sqrt{t^5+2} + e^t \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{t^5+2}} \cdot (5t^4)$$

$$c) \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{(e^x + \ln(x))^2}} \left(e^x + \frac{1}{x} \right)$$

$$d) \frac{1}{\sqrt{u} + 2^u} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \sqrt{u}} + 2^u \cdot \ln(2) \right)$$



11. a) $\frac{d^2 y}{dx^2} = 40 x^3 + 2$; $\frac{d^3 y}{dx^3} = 120 x^2$

b) $\frac{d^2 y}{dx^2} = 30 x^4 - \frac{1}{x^2}$; $\frac{d^3 y}{dx^3} = 120 x^3 + \frac{2}{x^3}$

c) $\frac{d^2 y}{dx^2} = e^x + \frac{1}{4} x^{-3/2}$; $\frac{d^3 y}{dx^3} = e^x - \frac{3}{8} x^{-5/2}$

d) $\frac{d^2 y}{dx^2} = e^x x^{1/2} + e^x x^{-1/2} - \frac{e^x x^{-3/2}}{4}$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = e^x x^{1/2} + \frac{3}{2} e^x x^{-1/2} - 3 \frac{e^x x^{-3/2}}{4} + \frac{3}{8} e^x x^{-5/2}$$