

Ecuaciones Exponenciales y Logarítmicas

PROPIEDADES DE POTENCIAS

1. $a^0 = 1$, con $a \neq 0$

2. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

3. $a^n : a^m = a^{n-m}$

4. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

5. $a^n : b^n = (a : b)^n$, con $b \neq 0$

6. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

7. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$, con $a, b \neq 0$



Recordemos

ECUACIÓN EXPONENCIAL

Es cuando en una ecuación la incógnita está en el exponente

$$4^{5x-2} = 2^{3x-1}$$

Veamos cómo se resuelven!!!

PRINCIPIOS A TENER PRESENTE

Si se tiene la igualdad de dos potencias de la misma base

$$a^x = a^y$$

Necesariamente tendrá que suceder que

$$x = y$$

EJEMPLOS :

$$1. \quad 5^{3x} = 5^{x-4}$$

$$\Leftrightarrow 3x = x - 4$$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

$$2. \quad 2^{4x} \cdot 4 = 8^{x+1}$$

$$2^{4x} \cdot 2^2 = \left(2^3\right)^{x+1}$$

$$2^{4x+2} = 2^{3(x+1)}$$

$$\Leftrightarrow 4x + 2 = 3x + 3$$

$$x = 1$$

¿ y qué pasa si las bases son distintas?

$$5^{2x} = 3^{x+2}$$

para resolver este tipo de ecuaciones
tenemos que repasar los logaritmos

¿Qué es un Logaritmo?

$$a^n = b \Leftrightarrow \log_a(b) = n \quad ; \quad a, b, n \in \mathbb{R}$$

pero $a > 0$ y $a \neq 1$

y $b > 0$

Estas condiciones son muy importantes,
pues constituyen nuevas restricciones
a nuestras ecuaciones.

PROPIEDADES DE LOGARITMOS

1. $\log_n(n) = 1$
2. $\log_n(1) = 0$
3. $\log_n(a \cdot b) = \log_n(a) + \log_n(b)$
4. $\log_n(a : b) = \log_n(a) - \log_n(b)$
5. $\log_n(a^m) = m \cdot \log_n(a) \quad ; m \in \mathbb{R}$

Teorema de cambio de base

$$6. \quad \log_n(b) = \frac{\log_c(b)}{\log_c(n)}$$

Logaritmos especiales

$$\log_{10}(a) = \log(a)$$

$$\log_e(a) = \ln(a)$$

Del mismo modo hay que tener presente

$$\log_a(b) = \log_a(c) \Leftrightarrow b = c$$

*siempre cuidando las restricciones
correspondientes !!*

EJEMPLOS :

$$1. \log_2(2x - 1) = \log_2(x + 2)$$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 = x + 2$$

$$x = 3$$

Cuando $x=3$, ambos argumentos
logarítmicos son positivos,
luego la solución es :

$$\text{Sol} = \{ 3 \}$$

Volvamos a nuestra ecuación exponencial de distinta base

$$5^{2x} = 3^{x+2} \quad / \log()$$

$$\log(5^{2x}) = \log(3^{x+2})$$

Aplicamos logaritmos
a ambos
lados de la igualdad

$$2x \log(5) = (x + 2) \log(3)$$

$$2x \log(5) = x \log(3) + 2 \log(3)$$

$$2x \log(5) - x \log(3) = 2 \log(3)$$

$$x(2 \log(5) - \log(3)) = 2 \log(3)$$

$$x = \frac{2 \log(3)}{2 \log(5) - \log(3)}$$

$$x = \frac{\log(3^2)}{\log(5^2) - \log(3)} = \frac{\log(3^2)}{\log(5^2 : 3)}$$