

Tutorial Ley de Gauss

I. Campo eléctrico y flujo

A. El área como vector

Sostenga un trozo de papel liso frente a usted. El papel puede ser pensado como una parte de una superficie plana mayor.

¿Qué línea recta utilizaría usted para especificar la orientación del plano del papel (para que otra persona pueda sostener el papel en el mismo plano o en uno paralelo)?

B. El área de una superficie plana puede ser representada por un único vector llamado vector área, $\vec{A}$.

¿Qué representa la dirección del vector?

¿Qué esperaría que represente la magnitud del vector?

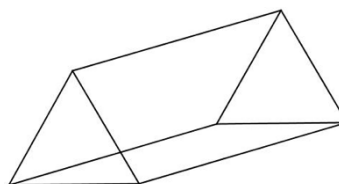
C. Coloque una hoja de papel cuadriculado sobre una mesa.

Describa la dirección y la magnitud del vector área, $\vec{A}$, para la hoja de papel.

Describa la dirección y magnitud del vector área, $\Delta\vec{A}$, para cada casillero que conforma la hoja completa.

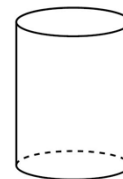
D. Doble el papel dos veces para formar un tubo hueco triangular.

¿Puede representarse la hoja entera con un único vector con las características definidas anteriormente? Si su respuesta es no ¿Cuál es el número mínimo de vectores área requeridos?



E. Construya un tubo con la hoja cuadriculada.

¿Es posible representar la orientación de cada uno de los casilleros que componen la hoja con un vector $\Delta\vec{A}$ como lo hizo en la parte C? Explique



F. ¿Qué condición debe cumplir una superficie o porción de ella para que pueda asociarse un único vector área $\vec{A}$ a dicha superficie?

II. Flujo

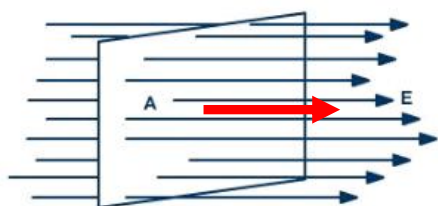
En la figura hay una representación en dos dimensiones de un campo eléctrico uniforme.



A. Compare la intensidad del campo eléctrico en los puntos **P** y **Q**. Explique su razonamiento.

Ahora dibuje un campo eléctrico uniforme en la misma dirección que el mostrado en la figura anterior, pero esta vez, de menor intensidad ¿En qué se diferencian? Explique

B. En la siguiente figura se representa un campo eléctrico uniforme y una superficie plana de área **A**.



Dibuje un diagrama que muestre la orientación de la superficie y el campo eléctrico de manera que el número de líneas que pasen a través de la superficie sea:

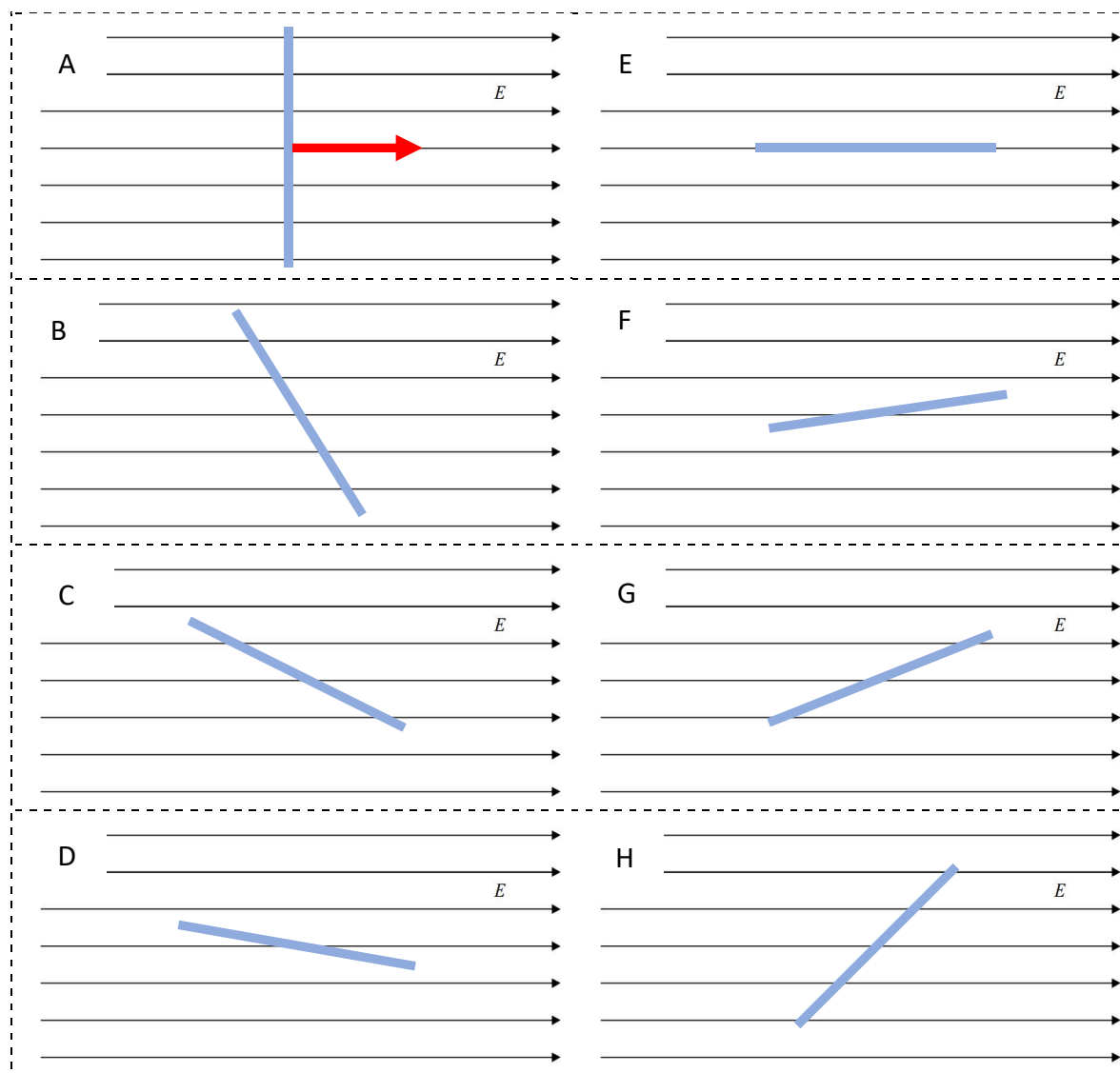
El máximo posible	El mínimo posible

Para una superficie dada, el flujo eléctrico, Φ_E , es proporcional al número de líneas que atraviesan la superficie. Cuando es máximo, el flujo eléctrico es igual al producto entre la magnitud del campo eléctrico en la superficie y el área de la superficie (**EA**). El flujo de campo eléctrico se define como positivo cuando el campo eléctrico $\vec{E}$ tiene una componente en la misma dirección que el vector área $\vec{A}$.

C. Dibuje los vectores $\vec{E}$ y $\vec{A}$ de manera que el flujo eléctrico sea:

Positivo	Negativo	Cero

D. Ahora observara la relación que existe entre el número de líneas que atraviesan una superficie y el ángulo entre $\vec{E}$ y $\vec{A}$. (Necesitará transportador para medir los ángulos)



1. Dibuje el vector $\vec{A}$ de cada superficie y determine el ángulo entre $\vec{E}$ y $\vec{A}$. Registre en la tabla tanto el ángulo como el número de líneas que pasan a través de la superficie.
2. Haga un gráfico de **N** en función de θ . Tome como negativo el número de líneas que atraviesan la superficie para ángulos entre 90° y 180° .

N (Número de líneas que atraviesa la superficie)	θ (ángulo entre $\vec{E}$ y $\vec{A}$)

E. Cuando $\vec{E}$ y $\vec{A}$ son paralelos, llamamos a la cantidad **EA** flujo de campo eléctrico a través de la superficie. Para el caso paralelo, encontramos que **EA** es proporcional al numero de líneas de campo eléctrico que pasan a través de la superficie.

Para cualquier orientación de la superficie ¿Qué función trigonométrica de θ debe multiplicar a **EA**, para que la cantidad así formada sea proporcional al número de líneas de campo que atraviesa el área?

Escriba de nuevo la cantidad descrita anteriormente utilizando solo el producto de los vectores $\vec{E}$ y $\vec{A}$.

Ley de Gauss

I. Flujo de campo eléctrico a través de superficies cerradas

El flujo a través de una superficie imaginaria $\Delta\vec{A}$, puede escribirse como:

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \Delta\vec{A}$$

Ahora si consideramos un conjunto de superficies $\Delta\vec{A}_i$, el flujo total se puede obtener a partir de:

$$\Phi_E = \vec{E}_1 \cdot \Delta\vec{A}_1 + \vec{E}_2 \cdot \Delta\vec{A}_2 + \dots$$

Donde $\vec{E}_i$ es el campo eléctrico constante sobre cada una de las superficies imaginarias.

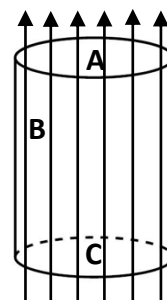
Los vectores área en cada punto de una superficie cerrada (una superficie que rodea una región de manera que la única salida es a través de la superficie) son elegidos por convención apuntando hacia afuera de la región cerrada. Se llama superficie gaussiana a una superficie cerrada imaginaria.

Un cilindro gaussiano tiene un radio **R** y longitud **h**. A sus bases se les designa **A** y **C**, y a la superficie del manto **B**.

A. El cilindro gaussiano se encuentra en un campo eléctrico uniforme de intensidad E_0 alineado con el eje del cilindro.

Encuentre el signo y el valor del flujo a través de la:

Superficie A	Superficie B	Superficie C

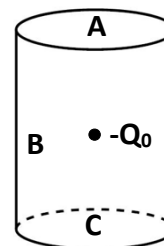


¿El flujo neto a través de la superficie gaussiana es positivo, negativo o cero?

B. El cilindro gaussiano encierra una carga negativa (se ha eliminado el campo eléctrico de la parte A)

Encuentre el signo del flujo a través de la:

Superficie A	Superficie B	Superficie C

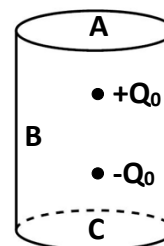


¿El flujo neto a través de la superficie gaussiana es positivo, negativo o cero?

C. El cilindro gaussiano encierra cargas opuestas de igual valor (las cargas están sobre el eje del cilindro y equidistantes del centro).

Encuentre el signo del flujo a través de la:

Superficie A	Superficie B	Superficie C

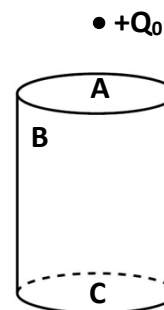


¿El flujo neto a través de la superficie gaussiana es positivo, negativo o cero?

D. Una carga positiva es colocada sobre el cilindro gaussiano.

Encuentre el signo del flujo a través de la:

Superficie A	Superficie B	Superficie C



¿Puede darse cuenta si el flujo neto a través de la superficie gaussiana es positivo, negativo o cero?

Verifique sus resultados con el instructor antes de continuar.

II. Ley de Gauss

La ley de Gauss establece que el flujo eléctrico a través de una superficie gaussiana es directamente proporcional a la carga neta encerrada.

$$\Phi_E = \frac{q_{enc.}}{\epsilon_0}$$

A. Sus respuestas en los incisos A, B y C de la sección I, ¿Son consistentes con lo expresado por la ley de Gauss? Explique.

B. En el inciso D de la sección I, debía determinar el signo del flujo a través del cilindro gaussiano mostrado.

1. Si todavía no lo ha hecho, use la ley de Gauss para determinar si el flujo neto a través de la superficie gaussiana es positivo, negativo o cero. Explique
2. Si $\Phi_A = -10 \text{ Nm}^2/\text{C}$ y $\Phi_C = 2 \text{ Nm}^2/\text{C}$ ¿Cuánto vale Φ_B ?

C. Encuentre el flujo neto a través de las siguientes superficies gaussianas.

