

Pauta Repaso C2 Investigación de Operaciones

1. La empresa Paint S.A. produce pinturas para exteriores e interiores para lo cual utiliza 2 materias primas: M1 y M2. La siguiente tabla proporciona los datos básicos del problema.

	<u>Ton de materia prima de</u>		Disponibilidad diaria máxima (ton)
	Pinturas para exteriores	Pinturas para interiores	
Materia Prima, M1	6	4	24
Materia Prima, M2	1	2	6
Utilidad por ton (miles de \$)	5	4	

Por ejemplo, para fabricar una tonelada de pintura para exteriores se requiere de 6 toneladas de M1 y 1 tonelada de M2. Por otra parte, una encuesta de mercado indica que la demanda diaria de pintura para interiores no puede ser mayor que 1 tonelada más que la de pintura para exteriores. También, que la demanda máxima diaria de pintura para interiores es de 2 toneladas.

a) Formule un modelo de Programación Lineal que permita a Paint S.A. encontrar la mezcla óptima de productos para exteriores e interiores que maximice la utilidad diaria total.

Variables de Decisión:

X1: Toneladas producidas diariamente de pintura para exteriores

X2: Toneladas producidas diariamente de pintura para interiores

Función Objetivo:

MAX Utilidad diaria total

Maximizar $5X_1 + 4X_2$

Restricciones:

R1: $-X_1 + X_2 \leq 1$ (Diferencia Máxima)

R2: $X_2 \leq 2$ (Demanda Máxima)

R3: $X_1 \geq 0$ $X_2 \geq 0$ (No negatividad)

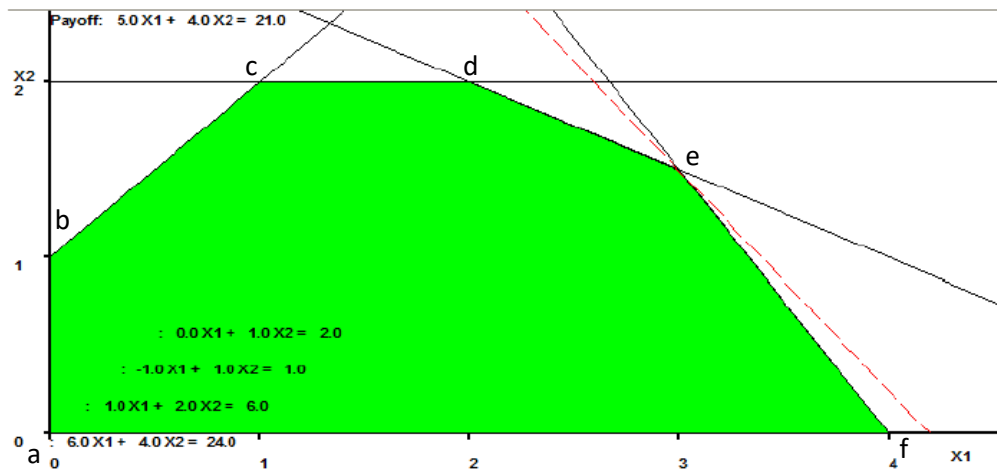
R4: $6X_1 + 4X_2 \leq 24$ (Materia Prima M1)

R5: $X_1 + 2X_2 \leq 6$ (Materia Prima M2)

b) Resuelva el modelo por usted definido en a) en forma gráfica. Construya un gráfico en donde se indique claramente el dominio de puntos factibles, las restricciones y curvas de nivel. Finalmente, indique la solución y valor óptimo del problema.

Gráfico dominio puntos factibles - Curvas de Nivel

(Al menos la curva de nivel de la solución óptima u otra)



Sistema de ecuaciones para encontrar pto. e

$$6X_1 + 4X_2 = 24$$

$$X_1 + 2X_2 = 6 \quad (*-2)$$

$$6X_1 + 4X_2 = 24$$

$$-2x_1 - 4x_2 = -12$$

$$4x_1 = 12$$

$$x_1 = 3$$

Reemplazando en $X_1 + 2X_2 = 6$

$$3 + 2X_2 = 6$$

$$2x_2 = 6 - 3 = 3$$

$$X_2 = 3/2 = 1,5$$

Reemplazo de vértices en FO:

$$FO: U(X_1, X_2) = 5x_1 + 4x_2$$

$$a (0,0)$$

$$U(0,0) = 0$$

$$b (0,1)$$

$$U(0,1) = 4$$

$$c (1,2)$$

$$U(1,2) = 13$$

$$d (2,2)$$

$$U(2,2) = 18$$

$$e (3; 1,5)$$

$$U (3; 1,5) = 21$$

f (4,0)
U (4,0)= 20

Solución Óptima:

X1 = 3

X2 = 1,5

Valor Óptimo:

V(P) = 21 $\rightarrow$ Z=5*(3) + 4*(1,5) = 21

c) ¿Cuánto podría variar la utilidad neta de la pintura de exteriores de modo de conservar la solución óptima?

FO:

$$5x_1 + 4x_2 = 0$$

Se conserva la actual solución óptima si:

$$m_{R4} \leq -\frac{C_1}{C_2} \leq m_{R5}$$

$$-1,5 \leq -\frac{C_1}{C_2} \leq -0,5$$

Multiplicamos por -1

$$1,5 \geq \frac{C_1}{C_2} \geq 0,5$$

Para determinar el rango de variación de la utilidad de pintura de exteriores de modo de conservar la actual solución óptima asumimos C2=4.

$$1,5 \geq \frac{C_1}{4} \geq 0,5$$

$$6 \geq C_1 \geq 2$$

De donde se obtiene que si C1varía en el intervalo entre [2,6] se conserva la actual solución óptima, es decir, para mantener la solución óptima la utilidad de pintura de exteriores puede variar entre 2 y 6 \$/ton.