

ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES

4 de septiembre de 2023

Definición:

Una ecuación diferencial lineal es una ecuación de la forma

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)$$

Resolución

Para resolver la ecuación, se multiplica por el factor integrante

$$\mu(x) = e^{\int p(x)dx}$$

Usando regla del producto, se puede verificar que la ecuación es equivalente a:

$$\frac{d}{dx}(\mu(x) \cdot y(x)) = \mu(x) \cdot q(x)$$

La que puede resolverse integrando.

Ejemplos

$$\textcircled{1} \quad (x+1)\frac{dy}{dx} - 2y = (x+1)^4 \quad x > 0.$$

$$\text{Sol: } y = \frac{(x+1)^4}{2} + C(x+1)^2$$

$$\textcircled{2} \quad (2x^2 - ye^x)dx - e^x dy = 0 \quad y(0) = 1.$$

$$\text{Sol: } y = e^{-x} \left(\frac{2x^3}{3} + 1 \right)$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y + x^3}{x} \quad \text{Sol: } y = \frac{x^3}{2} + cx$$

$$\textcircled{4} \quad (x \ln(x))y' + (1 + \ln(x))y + \frac{1}{2}\sqrt{x}(2 + \ln(x)) = 0$$

$$\text{Sol: } y = -\frac{\sqrt{x}}{9\ln(x)}(4 + 3\ln(x)) + \frac{c}{x\ln(x)}$$

Ejercicios

- 1 $\frac{dt}{dx} + \frac{3}{90+t} \cdot x = 8 \quad x(0) = 270$
- 2 $\cos^2(x) \frac{dy}{dx} + y - 1 = 0 \quad y(0) = -3$
- 3 $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{e^y - x}$

❶ $x(t) = 2(90 + t) + \frac{90^4}{(90+t)^3}$

❷ $y = 1 - 4e^{-\tan(x)}$

❸ Escribir como $\frac{dx}{dy}$. $x = e^y + C \cdot e^{-y}$