

Guía de Ejercicios: Parábola

Contenidos: vértice, foco, directriz, eje de simetría, lado recto y ecuación principal.

Instrucciones. Resuelva cada ejercicio desarrollando ordenadamente los procedimientos, utilizando notación matemática adecuada y realizando la gráfica correspondiente en cada caso.

Ejercicios

1. Determine la ecuación principal de la parábola con vértice en $V(0, 0)$ y foco en $F(0, 3)$. Indique además la directriz y la longitud del lado recto. Además, grafique.
2. Determine la ecuación principal de la parábola con vértice en $V(0, 0)$ y foco en $F(-2, 0)$. Indique la directriz y el sentido de abertura. Además, grafique.
3. Determine la ecuación principal, el foco y la directriz de la parábola con vértice en $V(2, -1)$ y parámetro $p = 4$, cuyo eje de simetría es paralelo al eje Y . Además, grafique.
4. Determine la ecuación principal de la parábola con vértice en $V(-3, 2)$, eje de simetría paralelo al eje X y parámetro $p = -3$. Además, grafique.
5. Determine la ecuación principal de la parábola cuyo foco es $F(4, 1)$ y cuya directriz es la recta

$$x = -2.$$

Además, grafique.

6. Determine la ecuación principal de la parábola cuyo foco es $F(-1, 5)$ y cuya directriz es la recta

$$y = 1.$$

Además, grafique.

7. Para la parábola

$$(x - 3)^2 = 20(y + 2),$$

determine el vértice, foco, directriz, eje de simetría y longitud del lado recto. Además, grafique.

8. Para la parábola

$$(y + 4)^2 = -16(x - 2),$$

determine el vértice, foco, directriz, eje de simetría y longitud del lado recto. Además, grafique.

9. Escriba en forma principal la parábola

$$y^2 - 6y - 8x + 25 = 0.$$

Luego determine su vértice, foco y directriz. Además, grafique.

10. Escriba en forma principal la parábola

$$x^2 + 4x + 12y - 8 = 0.$$

Luego determine su vértice, foco y directriz. Además, grafique.

11. Determine la ecuación principal de la parábola con vértice en $V(1, -3)$, eje de simetría paralelo al eje Y , y que pasa por el punto $P(5, 5)$. Además, grafique.
12. Determine la ecuación principal de la parábola con vértice en $V(-2, 4)$, eje de simetría paralelo al eje X , y que pasa por el punto $P(6, 8)$. Además, grafique.
13. Determine la o las ecuaciones principales de la parábola cuyos extremos del lado recto son

$$A(-2, 3), \quad B(2, 3).$$

Además, grafique.

14. Determine la ecuación principal de la parábola cuyo foco es $F(3, -2)$ y cuya directriz es la recta

$$x = 7.$$

Además, grafique.

15. Una parábola tiene vértice en $V(2, 3)$ y directriz

$$y = -1.$$

Determine su ecuación principal, foco y longitud del lado recto. Además, grafique.

16. Dada la parábola

$$x^2 - 4x - 16y - 28 = 0,$$

determine su forma principal, vértice, foco y directriz. Además, grafique.

17. **Contexto naval.** Un reflector parabólico de una antena naval tiene su vértice en $V(0, 0)$ y su foco en $F(0, 2)$, donde las unidades están en metros. Determine:

- a) la ecuación principal de la parábola;
- b) la profundidad del reflector cuando $x = 4$.

18. **Contexto naval.** Dos buques se encuentran separados por 400 millas náuticas. Un proyectil describe una trayectoria parabólica desde el buque A , ubicado en $(0, 0)$, hasta el buque B , ubicado en $(400, 0)$. La altura máxima es de 100 millas náuticas y se alcanza en el punto medio del recorrido. Determine:

- a) la ecuación de la trayectoria;
- b) la altura del proyectil cuando $x = 300$.

19. **Contexto naval.** La sección transversal de un sonar direccional se modela mediante una parábola que abre hacia la derecha. Su vértice está en $V(-2, 1)$ y su foco en $F(1, 1)$. Determine la ecuación principal de la parábola y la ecuación de su directriz.

20. **Contexto naval.** El perfil de una antena parabólica instalada en cubierta tiene vértice en $V(-1, 2)$ y directriz

$$x = -4.$$

Determine su ecuación principal, foco y longitud del lado recto.

Solucionario

1. $x^2 = 12y$, $d : y = -3$, lado recto = 12.
2. $y^2 = -8x$, $d : x = 2$. Abre hacia la izquierda.
3. $(x - 2)^2 = 16(y + 1)$, $F(2, 3)$, $d : y = -5$.
4. $(y - 2)^2 = -12(x + 3)$, $F(-6, 2)$, $d : x = 0$.
5. $(y - 1)^2 = 12(x - 1)$.
6. $(x + 1)^2 = 8(y - 3)$.
7. $V(3, -2)$, $F(3, 3)$, $d : y = -7$, eje $x = 3$, lado recto = 20.
8. $V(2, -4)$, $F(-2, -4)$, $d : x = 6$, eje $y = -4$, lado recto = 16.
9. $(y - 3)^2 = 8(x - 2)$. Luego $V(2, 3)$, $F(4, 3)$, $d : x = 0$.
10. $(x + 2)^2 = -12(y - 1)$. Luego $V(-2, 1)$, $F(-2, -2)$, $d : y = 4$.
11. $(x - 1)^2 = 2(y + 3)$.
12. $(y - 4)^2 = 2(x + 2)$.

13. Existen dos posibilidades:

$$x^2 = 4(y - 2)$$

o bien

$$x^2 = -4(y - 4).$$

14. $(y + 2)^2 = -8(x - 5)$.
15. $(x - 2)^2 = 16(y - 3)$, $F(2, 7)$, lado recto = 16.
16. $(x - 2)^2 = 16(y + 2)$, $V(2, -2)$, $F(2, 2)$, $d : y = -6$.
17. a) $x^2 = 8y$.
b) Para $x = 4$: $16 = 8y$, por lo tanto $y = 2$ metros.
18. a) $(x - 200)^2 = -400(y - 100)$, equivalentemente $y = 100 - \frac{(x - 200)^2}{400}$.
b) Para $x = 300$: $y = 75$ millas náuticas.
19. $(y - 1)^2 = 12(x + 2)$, $d : x = -5$.
20. $(y - 2)^2 = 12(x + 1)$, $F(2, 2)$, lado recto = 12.