



## I) LÍMITES TRIGONOMÉTRICOS

Haciendo uso del álgebra de límites e identidades apropiadas, calcular el valor de los siguientes límites:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x)}{\text{tg}(x)} =$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \text{sen}(x)}{\cos^2(x)} =$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} [\text{tg}(x) - \sec(x)] =$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\text{sen}(x) - \cos(x)}{1 - \text{tg}(x)} =$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(2x)}{\cot g(2x)} =$$

$$6) < \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} [\text{sen}(2x) \text{tg}(x)]$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sec(2x)}{\text{tg}^2(2x)} =$$

$$8) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(2x)}{\text{sen}(x) - \cos(x)} =$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 - \cos(x)}} =$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(2x)}{3x} =$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(5x)}{\text{sen}(4x)} =$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \text{sen}(4x)}{x + \text{sen}(5x)} =$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\text{sen}(x-1)}{x-x^2} =$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x) - x}{x^2} =$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(\pi x)}{\text{sen}(3x)} =$$

$$16) \lim_{x \rightarrow 0} (x \cot g(x)) =$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(2x) - x}{x \text{sen}(4x) + 5x} =$$

$$18) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^7 - 3x^2 + 1}{2x^7 + 4x^2 + 6x - 3} =$$

$$19) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 1}{2x^4 + 2x + 2} =$$

$$20) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-3)(3-5x)}{7x^2 - 6x + 1} =$$

$$21) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x - 5x^2}{2 - 7x - 10x^2} =$$

$$22) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 3x + 3}{x^4 - 2x + 1} =$$

$$23) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3-x)(x+5)(1-x)}{(2x-1)(3x+1)^2} =$$

$$24) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 1} =$$

$$25) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 1} =$$

$$26) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) =$$

$$27) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) =$$

$$28) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{\frac{2x}{x+1}}$$



II) Calcular , si existe,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  si  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & ; x \leq 1 \\ \frac{2x-2}{x-1} & ; x > 1 \end{cases}$

III) Calcular , si existe,

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x); \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \text{ si } f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-9} & ; x < -3 \\ \sqrt{9-x^2} & ; -3 \leq x \leq 3 \\ \sqrt{x^2-9} & ; x \geq 3 \end{cases}$$

IV) Encuentre  $K \in \mathbb{R}$  tal que

$$\lim_{x \rightarrow -5} f(x) \text{ existe si } f(x) = \begin{cases} 3x+2 & ; x \leq -5 \\ 5x+k & ; x > -5 \end{cases}$$

V) Encuentre  $a, b$  tal que  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  existan, si :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x < -2 \\ ax-b & ; -2 \leq x \leq 2 \\ 2x-7 & ; x > 2 \end{cases}$$

VI) Encuentre  $a, b$  tal que  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow \pi} f(x)$  existan, si :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+b}{2x+1} & ; x \leq 0 \\ a \cos(x) & ; 0 < x \leq \pi \\ \frac{\sin(x)}{x-\pi} & ; x > \pi \end{cases}$$



## VII) CONTINUIDAD

A) Determine algebraicamente si las siguientes funciones son continuas, si no lo son, determine el tipo de discontinuidad y repare si es posible:

1)  $F(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x + 3}$

2)  $G(x) = \frac{x^2 - 4}{x^4 - 16}$

3)  $h(x) = \frac{5}{x - 4}$

4)  $g(x) = \frac{x}{x - 3}$

5)  $f(x) = \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + 2x - 3}; a = -3$

6)  $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ \sqrt{x} & \text{si } 0 < x \end{cases}$

7)  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{si } 1 < x \end{cases}$

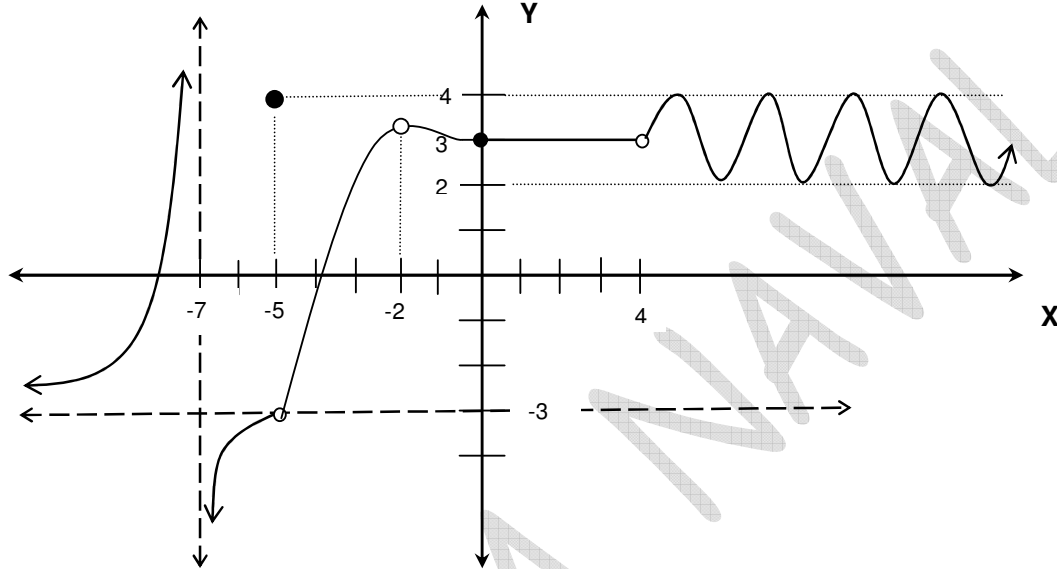
8)  $g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & \text{si } x \neq -2 \\ 0 & \text{si } x = -2 \end{cases}$

9)  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & \text{si } x < 4 \\ \sqrt{x-4} & \text{si } 4 \leq x \end{cases}$



B) Determine gráficamente si la siguiente función es continua, si no lo es, justifique por qué y determine el tipo de discontinuidad.

Sea  $f$  una función cuya gráfica es la siguiente:



- a) en  $x = -7$     b) en  $x = -5$     c) en  $x = -2$     d) en  $x = 0$   
e) en  $x = 2$     f) en  $x = 4$     g) en  $x = 6$     h) en  $x = -10$

C) Para cada una de las siguientes funciones, en forma algebraica:

- Determinar los puntos de discontinuidad.
- Indique tipo de discontinuidad.
- Repare la función cuando sea posible.

1)  $f(x) = \frac{(x+1) \cdot \sin(x)}{6x+6x^2}$

2)  $g(x) = \frac{x^2+4x+3}{x^2-9}$

D) Sea  $h(x) = \frac{x+|x|}{\sqrt{|x|}}$  para  $x \neq 0$ .

¿ Es posible definir  $h$  en  $0$  para que ésta sea continua en  $\mathbb{R}$  ?

E) Grafique la función  $f(x) = x + \frac{|x-3|}{x-3}$  para  $x \neq 3$ .

¿ Es posible definir  $f$  en  $3$  para que ésta sea continua en  $\mathbb{R}$  ?



F) Determinar los valores de  $a$  y  $b$  para que  $f$  sea continua en  $x=1$  y  $x=5$ , donde :

$$f(x) = \begin{cases} ax + bx^2 & ; \text{ si } x \leq 1 \\ x - 2 & ; \text{ si } 1 < x \leq 5 \\ ax + b & ; \text{ si } x > 5 \end{cases}$$

G) Sean  $H$  y  $G$  funciones en  $\mathbb{R}$  tales que  $H$  es continua en  $1$  y

$$H(x) = \begin{cases} G(x) & ; \text{ si } x \leq 1 \\ \frac{x^2 - 1}{\sqrt[4]{x} - 1} & ; \text{ si } x > 1 \end{cases} \quad \text{Determine } G(1).$$

H) Determinar los valores de  $a$  y  $b$  para que  $f$  sea continua en  $\mathbb{R}$ , donde :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(ax + 2b)^2 - 4b^2}{ax} & ; \text{ si } x < 0 \\ -4 & ; \text{ si } x = 0 \\ \frac{\cos(ax) - \cos(bx)}{x^2} & ; \text{ si } x > 0 \end{cases}$$

I) Sea  $a \in \mathbb{R}, a \neq -1$ ;  $f$  y  $g$  funciones reales tales que :

$$g(x) = \sqrt[3]{x+1} \quad \text{y} \quad f(x) = \begin{cases} \frac{g(x) - g(a)}{x - a} & ; \text{ si } x < a \\ g(x) & ; \text{ si } x \geq a \end{cases}$$

Determinar el valor de  $a$  para que  $f$  sea continua en  $a$

$$J) \text{ Sea } f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{4}(x+1)^2 & ; \text{ si } |x| \leq 1 \\ |x| - 1 & ; \text{ si } |x| > 1 \end{cases}$$

a) ¿Es  $f$  continua en  $1$  ?      b) ¿Es  $f$  continua en  $-1$  ?

K) Sean  $a$  y  $b$  números reales y  $f$  una función de  $\mathbb{R}$  en  $\mathbb{R}$  tal que :

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 4ax^2 - 5bx + 4 & ; \text{ si } x < -1 \\ 2 & ; \text{ si } x = -1 \\ x^2 - ax - 2b & ; \text{ si } x > -1 \end{cases}$$

Determine los valores de  $a$  y  $b$  para los cuales  $f$  es continua en  $-1$ .