

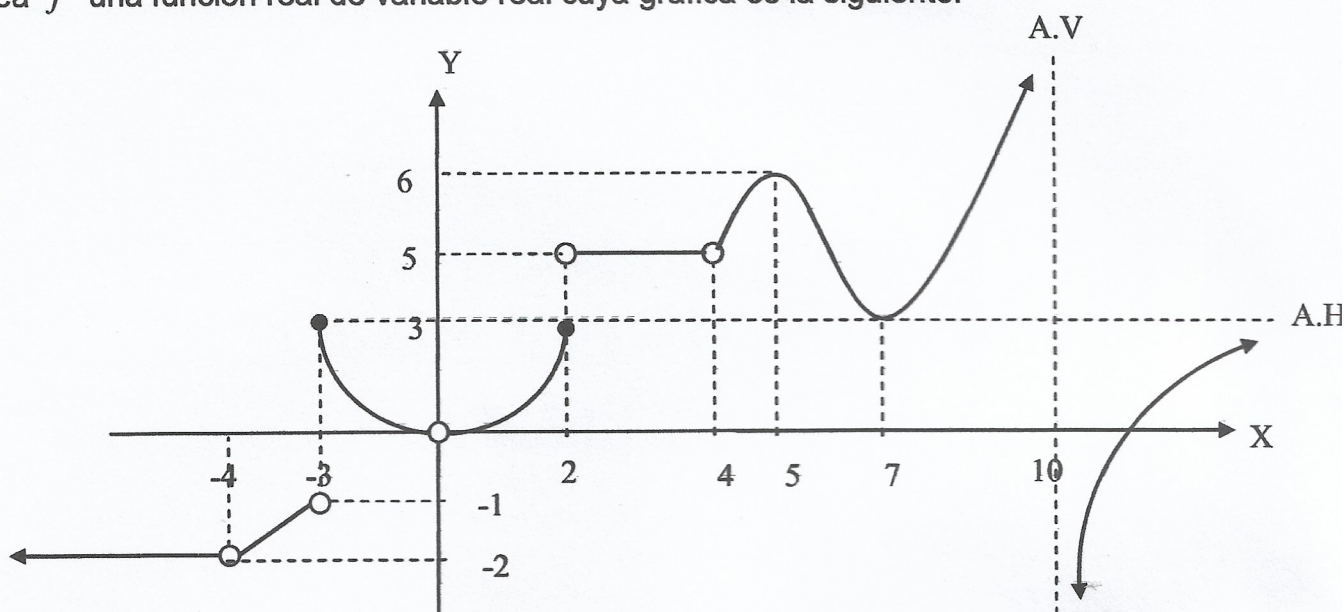


Capacidad: Razonamiento lógico

Objetivo : Analizar la continuidad de una función de variable real, relacionando los conceptos de límite y continuidad de la función en el punto.

PREGUNTA N° 1 (22 Puntos: a) 7 ; b) 7 ; c) 8)

Sea f una función real de variable real cuya grafica es la siguiente:



Determine todos los valores de $x \in \mathbb{R}$ en donde f sea:

a) Discontinua reparable:

$$x = \{-4, 0, 4, 7\}$$

b) Discontinua irreparable:

$$x = \{-3, 2, 10\}, \text{ en ambos casos los límites laterales no son iguales}$$

c) Continua:

$$\mathbb{R} - \{-4, -3, 0, 2, 4, 10\}$$



Capacidad: Razonamiento lógico

Objetivo : Aplicar las técnicas y propiedades en el cálculo del valor del límite de una función de variable real

PREGUNTA N° 2 (24 Puntos: 8 c/u)

a) $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \left(\frac{1 + \tan(x)}{\sin(x) + \cos(x)} \right) = \frac{0}{0} \text{ indet}$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \left(\frac{1 + \frac{\sin(x)}{\cos(x)}}{\sin(x) + \cos(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \left(\frac{\frac{\cos(x) + \sin(x)}{\cos(x)}}{\sin(x) + \cos(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\cancel{\cos(x)} + \sin(x)}{\cancel{\cos(x)} (\sin(x) + \cos(x))} \cdot \frac{1}{\cancel{\sin(x) + \cos(x)}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{1}{\cos(x)} = \frac{1}{\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)} = \frac{1}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} = -\frac{2}{\sqrt{2}}$$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4x + \sin(3x)}{x \cdot \sec(x)} \right) = \frac{0}{0} \text{ indet} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4x + \sin(3x)}{x \cdot \frac{1}{\cos(x)}} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x + \sin(3x)}{x} \cdot \frac{\cos(x)}{1}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{4x}{x} + \frac{\sin(3x)}{x}}{\frac{x \cdot \frac{1}{\cos(x)}}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{4x}{x} + \frac{3 \sin(3x)}{3x}}{\frac{1}{\cos(x)}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 + 3}{\frac{1}{\cos(x)}} = \frac{4+3}{1} = 7$$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 9}{x(x^2 + 1)} \right) = \frac{0}{0} \text{ indet.}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^2 - 9}{x^3 + x}}{\frac{x^3}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^2}{x^3} - \frac{9}{x^3}}{1 + \frac{1}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^2}{x^3} - \frac{9}{x^3}}{1 + \frac{1}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0$$



Capacidad: Razonamiento lógico

Objetivo : Aplicar definición, reglas o técnicas del cálculo de derivadas al demostrar o resolver problemas de álgebra de derivadas en funciones reales de variable real.

PREGUNTA N° 3 (24 Puntos: 8 c/u)

Calcule $\frac{dy}{dx}$ de las siguientes funciones:

a) $y = \ln(x) - \sin(x) + \frac{e^x}{4} - \ln(4)$

$$\frac{1}{x} - \cos(x) + \frac{(e^x \cdot 1) - (e^x \cdot 0)}{16 \cdot 4} = 0$$

$$\frac{1}{x} - \cos(x) + \frac{e^x}{4}$$

b) $y = (x^4 + x)(\sqrt{x} + \cos(x))$

$$y' = ((x^4 + x)' \cdot (\sqrt{x} + \cos(x)) + (x^4 + x) \cdot (\sqrt{x} + \cos(x))')$$

$$y' = (4x^3 + 1) \cdot (\sqrt{x} + \cos(x)) + (x^4 + x) \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \sin(x) \right)$$

c) $y = \frac{\tan(x)}{e^x} = \frac{(\tan(x))' \cdot e^x - \tan(x) \cdot (e^x)'}{(e^x)^2}$

$$\frac{(\sec^2(x) \cdot e^x) - (\tan(x) \cdot e^x)}{(e^x)^2}$$



Capacidad: Razonamiento lógico

Objetivo : Aplicar reglas o técnicas del cálculo de derivadas al resolver problemas de álgebra de derivadas en funciones reales de variable real.

PREGUNTA N° 4 (30 Puntos: 10 c/u)

Calcule $\frac{dy}{dx}$ de las siguientes funciones:

a) $y = \sqrt{x^2} + \sqrt{\cos(x^3)}$

$$\left(\frac{1}{2\sqrt{x^2} + \sqrt{\cos(x^3)}} \right) \cdot (2x) + \left(\frac{1}{2\sqrt{\cos(x^3)}} \right) \cdot (-\sin(x^3)) \cdot 3x^2$$

b) $y = (x+1)^4 \cdot \sin^3(2 + \ln(x))$

$$\begin{aligned} & ((x+1)^4)' \cdot \sin^3(2 + \ln(x)) + (x+1)^4 \cdot (\sin^3(2 + \ln(x)))' \\ & ((4(x+1)^3 \cdot 1) \cdot \sin^3(2 + \ln(x)) + (x+1)^4 \cdot (3\sin^2(2 + \ln(x)) \cdot \cos(2 + \ln(x)) \cdot (0 + \frac{1}{x}))) \end{aligned}$$

c) $y = \frac{e^{x^5}}{x^5 + x^3}$ = $\frac{((e^{x^5})' \cdot (x^5 + x^3)) + (e^{x^5}) \cdot (x^5 + x^3)'}{(x^5 + x^3)^2}$

$$\frac{e^{x^5} \cdot ((e^{x^5})' \cdot (5x^4) \cdot (x^5 + x^3)) + (e^{x^5} \cdot (5x^4 + 3x^2))}{(x^5 + x^3)^2}$$