

CLASE 20-05-2022

Actividad 14: "Ejemplos".

Ejemplo 1.

La ecuación de una **onda transversal** que se propaga en una cuerda es:

$Y(x,t) = 2\cos[\pi(0,5x - 200t)]$, en la que "x" e "y" se miden en **centímetros** y "t" en **segundos**.

a) Calcular la amplitud, longitud de onda, frecuencia, periodo y velocidad de propagación.

b) Hacer un esquema de la forma de la cuerda para los siguientes valores de t: 0; 0,0025; y 0,005 [s].

c) Si la **masa de la cuerda por unidad de longitud** es 5 [gr/cm], calcular la tensión.

(a)

$$y(x,t) = 2\cos[\pi(0,5x - 200t)]$$

$$y(x,t) = y_{\max}\sin(kx - \omega t + \varphi)$$

$y_{\max}$: amplitud.

k : número de ondas.

x : posición.

ω : frecuencia angular.

t : tiempo.

φ : constante de fase.

$$y(x,t) = 2\cos[0,5\pi x - 200\pi t]$$

Amplitud: $y_{\max} = 2 \text{ cm}$

Longitud de onda: (λ)

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{0,5\pi}$$

$$\lambda = 4 \text{ cm}$$

Frecuencia angular:

$$\omega = 200\pi \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

Frecuencia:

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$T = \frac{2\pi}{200\pi}$$

$$T = 0,01 \text{ (s)}$$

$$f = \frac{1}{0,01}$$

$$f = 100 \text{ Hz}$$

Periodo: $T = 0,01 \text{ (s)}$

Velocidad de propagación:

$$v = \lambda \cdot f$$

$$v = (4 \text{ cm})(100 \text{ Hz})$$

$$v = 400 \left(\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)$$

(b) $y(x, t)$

$y(0, t)(cm)$	$t(s)$
2	0
0	0,0025
-2	0,005

$$y(x, t) = 2\cos[0,5\pi x - 200\pi t]$$

$$y(0, t) = 2\cos[0,5\pi \cdot 0 - 200\pi t]$$

$$y(0, t) = 2\cos[-200\pi t]$$

Función impar: $\text{sen}(-\alpha) = -\text{sen}(\alpha)$

Función par: $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$

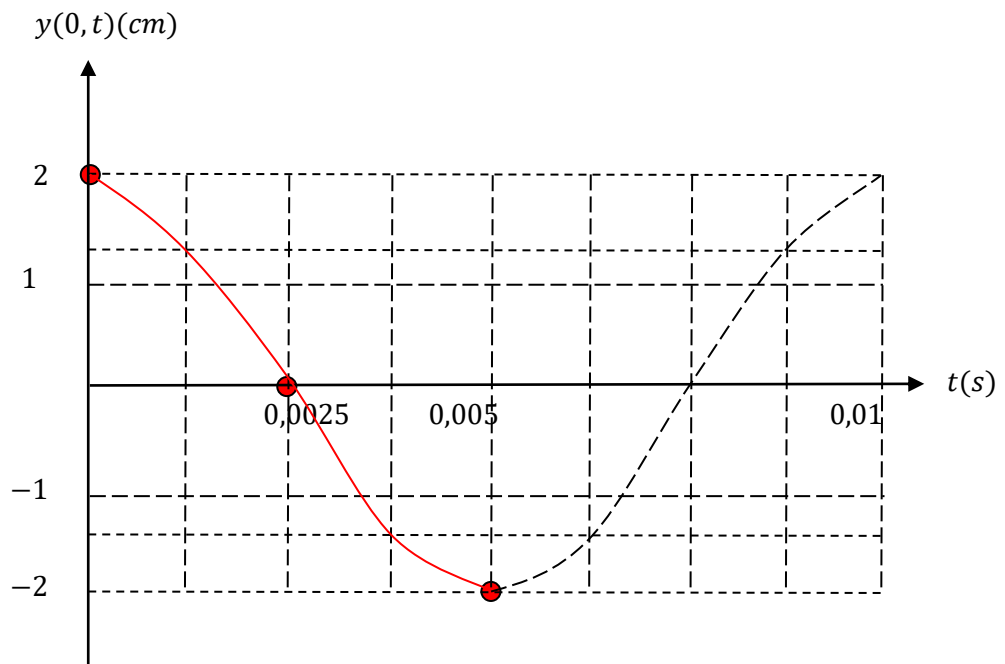
$$y(0, t) = 2\cos[200\pi t]$$

$$y(0, 0) = 2\cos(0) = 2 \text{ (cm)}$$

$$y(0; 0,0025) = 2\cos(200\pi \cdot 0,0025) = 0$$

$$y(0; 0,005) = 2\cos(200\pi \cdot 0,005) = -2 \text{ (cm)}$$

$$y(0; 0,00375) = 2\cos(200\pi \cdot 0,00375) = -1,41 \text{ (cm)}$$



c) Si la masa de la cuerda por unidad de longitud es 5 [gr/cm], calcular la tensión.

$$\mu = \frac{m}{L}$$

$$\mu = 5 \left(\frac{gr}{cm} \right)$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$400 \left(\frac{cm}{s} \right) = \sqrt{\frac{F}{5 \left(\frac{gr}{cm} \right)}} \quad / ()^2$$

$$\left[400 \left(\frac{cm}{s} \right) \right]^2 = \frac{F}{5 \left(\frac{gr}{cm} \right)}$$

$$800000 \left(\frac{cm}{s} \right)^2 \left(\frac{gr}{cm} \right) = F$$

$$800000 \left(\frac{grcm}{s^2} \right) = F$$

$$800000 \text{ (dinas)} = F$$

Ec. general de la Onda Armónica:

$$y(x, t) = y_{\text{máx}} \text{sen}(kx - \omega t + \varphi)$$

$y_{\text{máx}}$: *amplitud.*

k : *número de ondas.*

x : *elongación.*

ω : *frecuencia angular.*

t : *tiempo.*

φ : *constante de fase.*

$(kx - \omega t + \varphi)$: *fase del movimiento.*

Ejemplo 2.

La ecuación de una **onda transversal** que se propaga por una cuerda es:

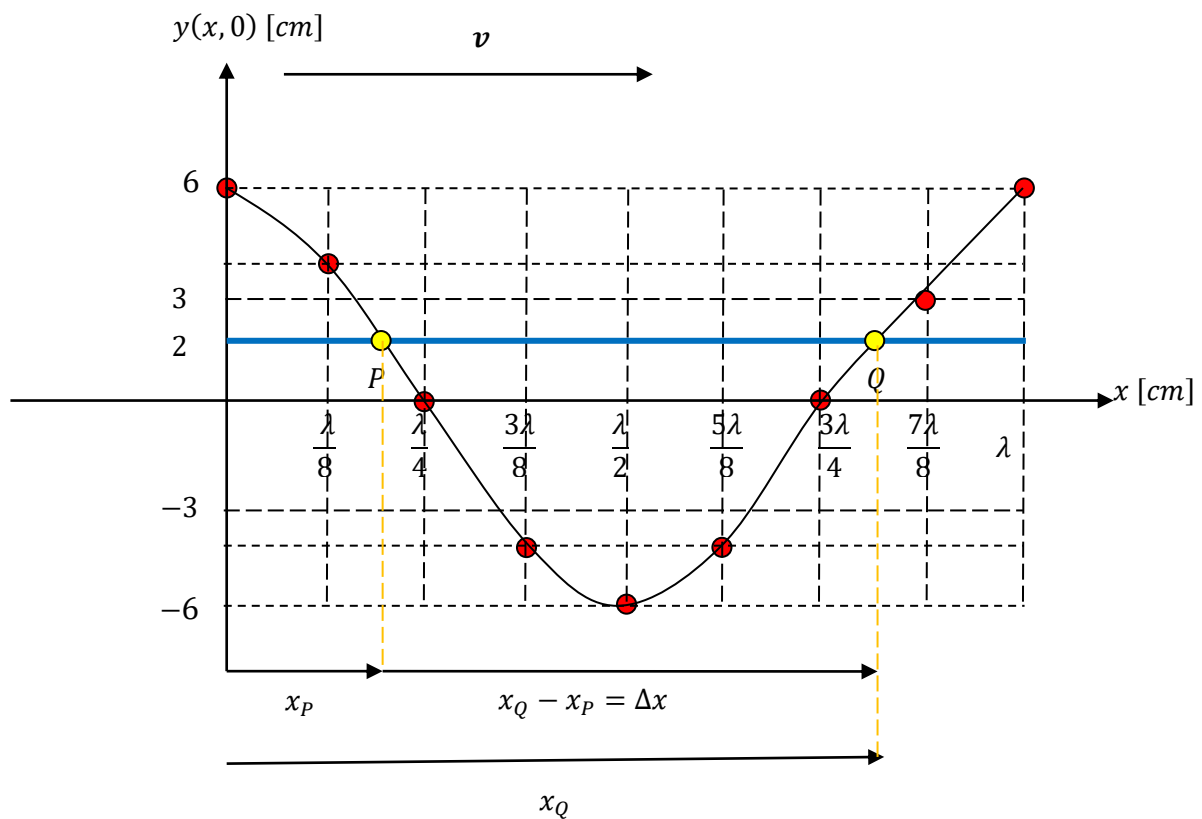
$Y(x,t) = 6\cos[\pi(0,5x - 200t)]$, en la que “x” e “y” se miden en centímetros y “t” en segundos.

Determine la distancia entre los puntos P y Q que se encuentran ambos en $y = 2$ [cm].

$$y(x,t) = 6\cos[\pi(0,5x - 200t)]$$

$$y(x,t) = 6\cos(0,5\pi x - 200\pi t)$$

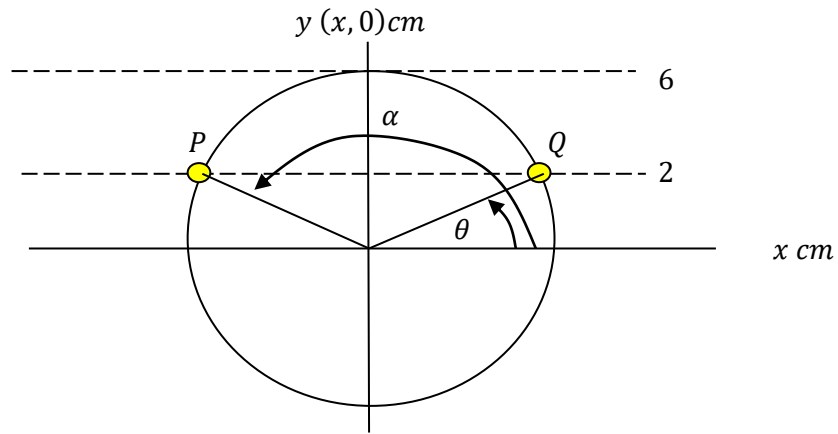
$$y(x,t) = y_{\text{máx}}\cos(kx - \omega t + \varphi)$$



$$y(x,t) = 6\cos(0,5\pi x - 200\pi t)$$

$$y(x,0) = 6\cos(0,5\pi x - 200\pi \cdot 0)$$

$$y(x,0) = 6\cos(0,5\pi x)$$



$$y(x, 0) = 6 \cos(0,5\pi x)$$

$$y(x_P, 0) = 6 \cos(0,5\pi x_P)$$

$$y(x_Q, 0) = 6 \cos(0,5\pi x_Q)$$

$$-2 = 6 \cos(0,5\pi x_P)$$

$$2 = 6 \cos(0,5\pi x_Q)$$

$$-\left(\frac{1}{3}\right) = \cos(0,5\pi x_P)$$

$$\left(\frac{1}{3}\right) = \cos(0,5\pi x_Q)$$

$$\arccos\left(-\frac{1}{3}\right) = 0,5\pi x_P$$

$$\arccos\left(\frac{1}{3}\right) = 0,5\pi x_Q$$

$$1,91 = 0,5\pi x_P$$

$$1,23 = 0,5\pi x_Q$$

Restando las ecuaciones:

$$1,91 - 1,23 = 0,5\pi x_P - 0,5\pi x_Q$$

$$0,68 = 0,5\pi(x_P - x_Q)$$

$$(x_P - x_Q) = 0,43 \text{ [cm]}$$

Tema: Ondas Sonoras.

Objetivos:

- Comprender los conceptos fundamentales relacionados con el sonido.
- Determinar valores de frecuencias mediante las ecuaciones que estudian el Efecto Doppler.

Conceptos Clave:

- ✓ Sonido.
- ✓ Intensidad del sonido.
- ✓ Velocidad del sonido.
- ✓ Decibel.

Introducción:

Deben darse dos factores para que exista el sonido, es necesaria una fuente de vibración mecánica y también un medio elástico, a través del cual se propague la perturbación. La fuente puede ser un diapasón, una cuerda que vibre o una columna de aire vibrando en un tubo de órgano. **Los sonidos se producen por materia que vibra.**

La necesidad de la existencia de un medio elástico se puede demostrar colocando un timbre eléctrico dentro de un frasco conectado a una bomba de vacío. A medida que va saliendo el aire del frasco, el sonido del timbre se vuelve cada vez más débil hasta que finalmente ya no se escucha. Cuando se permite que el aire penetre de nuevo al frasco, el timbre vuelve a sonar. Por lo tanto, el aire es necesario para transmitir el sonido.

Actividad 1: ¿Qué es el Sonido?

El Sonido es una onda longitudinal que se propaga en un medio material (sólido, líquido o gaseoso), y cuya frecuencia está comprendida, aproximadamente, entre 20 y 20.000 [Hz].

El infrasonido y el ultrasonido

- Una onda longitudinal que se propaga en un medio material con una frecuencia inferior a 20 [Hz] se denomina infrasonido.
- Si la frecuencia es superior a 20.000 [Hz], recibe el nombre de ultrasonido.

Experimentos recientes demuestran que:

- Un perro, por ejemplo, es capaz de percibir ultrasonidos cuyas frecuencias alcanzan hasta los 50.000 [Hz].
- A ello se debe que algunos perros amaestrados escuchen los ultrasonidos (producidos por silbatos especiales) que una persona no puede percibir.
- También se sabe que los murciélagos, aún cuando son casi ciegos, puedan volar sin chocar con ningún obstáculo, porque emiten ultrasonidos que luego captan sus oídos después de ser reflejados por dichos obstáculos.
- Las frecuencias ultrasónicas que emite el murciélago y oye después, pueden llegar hasta los 120.000 [Hz].
- En un dispositivo electroacústico denominado sonar, los ultrasonidos se emplean para localizar objetos y medir la distancia entre ellos, de modo similar a lo que hacen los murciélagos.

Actividad 2: “Velocidad del sonido”.

Tabla de Velocidad del Sonido para diferentes materiales.

Medio Material	Velocidad [m/s]
Caucho (o hule)	54
Oxígeno (0°C]	317
Aire (20°C)	340
Hidrógeno (0°C)	1300
Agua	1450
Hierro	5100
Granito	6000

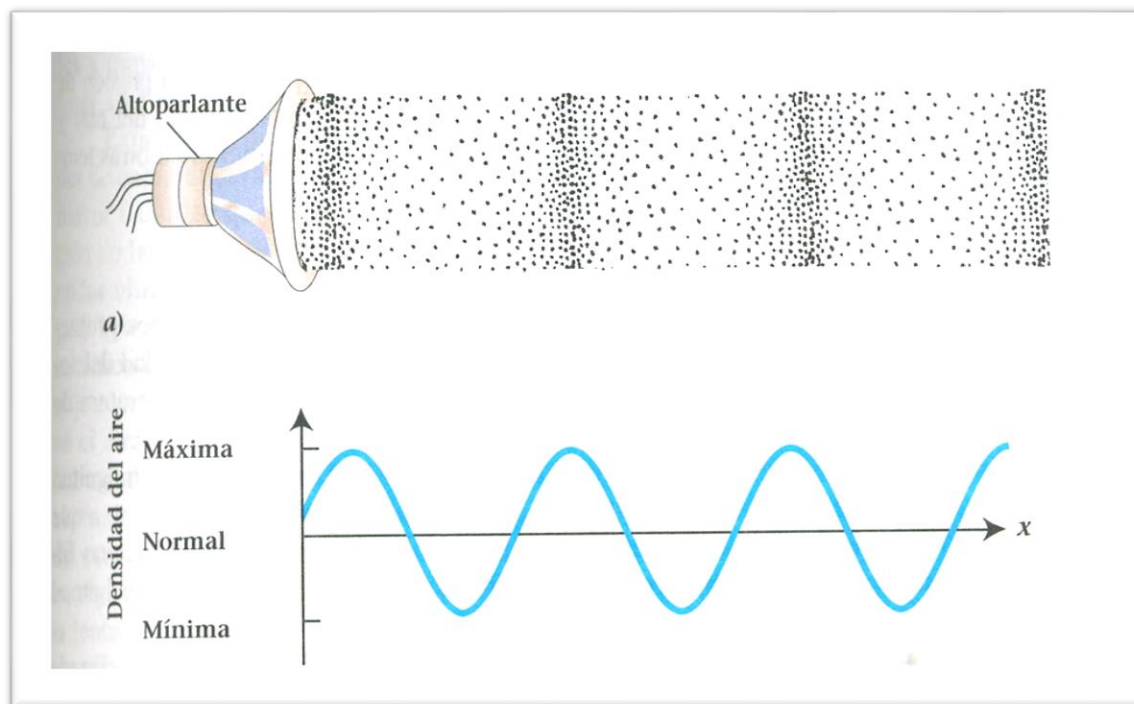
Actividad 3: "Intensidad del Sonido".

- La intensidad es una propiedad del sonido que se relaciona con la energía de vibración de la fuente que emite la onda sonora.
- Al propagarse, esta onda transporta energía, distribuyéndola en todas las direcciones.
- Cuanto mayor sea la cantidad de energía (por unidad de tiempo) que una onda sónica transporta hasta nuestro oído, tanto mayor será la intensidad del sonido que percibimos.
- La cantidad de energía transportada por una onda es tanto mayor cuanto mayor sea la amplitud de la misma.
- La intensidad de un sonido es mayor cuando así lo es la amplitud de la onda sonora.

Actividad 4: "Onda sonora longitudinal".

Ahora estudiaremos más detalladamente las ondas sonoras longitudinales en el aire que proceden de una fuente que produce vibraciones. Una tira metálica delgada se sujeta fuertemente en su base, se tira de uno de sus lados y luego se suelta. Al oscilar el extremo libre de un lado a otro con movimiento armónico simple, se propagan a través del aire una serie de ondas sonoras longitudinales periódicas que se alejan de la fuente. Las moléculas de aire que colindan con la lámina metálica se comprimen y se expanden alternativamente, transmitiendo una onda como la que se muestra en la figura. Las regiones densas en las que gran número de moléculas se agrupan acercándose mucho entre sí se llaman **compresiones**. Son exactamente análogas a las condensaciones estudiadas para el caso de ondas longitudinales en un resorte en espiral. Las regiones que tienen relativamente pocas moléculas se conocen como **rarefacciones**. Las compresiones y rarefacciones se alternan, a través del medio en la misma forma que las partículas de aire individuales oscilan de un lado a otro en la dirección de la propagación de la onda.

Puesto que una compresión corresponde a una región de alta presión y una rarefacción corresponde a una región de baja presión, una onda sonora puede representarse trazando en una gráfica el cambio de presión “P” como una función de la distancia “x”.



Actividad 5: “Relación Intensidad del sonido-Radio de propagación”.

A medida que la onda esférica se expande, la energía se conserva si el amortiguamiento es despreciable, como sucede en los intervalos cortos en el aire, Por tanto la potencia que pasa a través de una capa esférica de un radio es la misma que pasa, a través de una capa de otros radios. La potencia que pasa a través de una capa de radio “r” es el producto de la intensidad “I” con el área de la capa, $4\pi r^2$.

Para dos diferentes radios r_1 y r_2 , podemos escribir:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

$$I = \frac{P}{A}$$

$$I_1 = \frac{P}{A_1} = \frac{P}{4\pi r_1^2}$$

$$I_2 = \frac{P}{A_2} = \frac{P}{4\pi r_2^2}$$

$$P = I_1 \cdot 4\pi r_1^2$$

$$P = I_2 \cdot 4\pi r_2^2$$

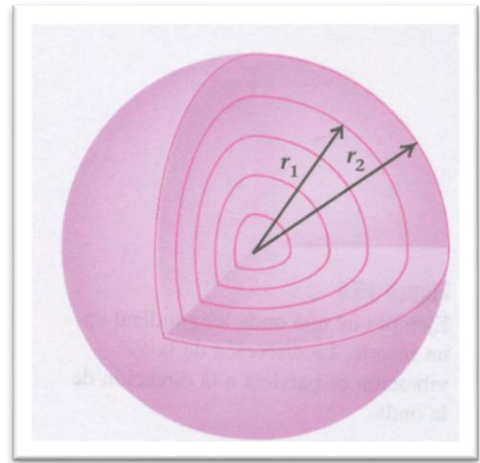
Igualando:

$$I_1 \cdot 4\pi r_1^2 = I_2 \cdot 4\pi r_2^2$$

$$I_1 \cdot r_1^2 = I_2 \cdot r_2^2$$

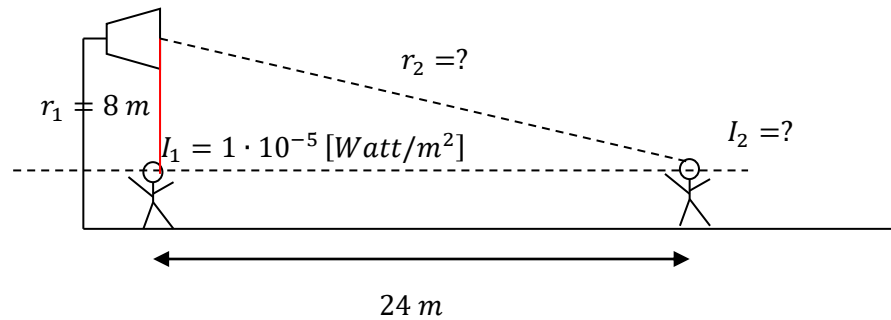
$$I_2 = I_1 \left(\frac{r_1^2}{r_2^2} \right)$$

$$I_2 = I_1 \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2$$



Ejemplo 1.

Un altoparlante en un poste elevado levantado en un campo de pasto alto genera un sonido de alta frecuencia de una intensidad de $1,0 \cdot 10^{-5} \text{ [W/m}^2\text{]}$ a la posición de los oídos de una persona que está ubicada a 8,0 [m] directamente abajo. Si la persona camina alejándose del poste de modo que esté a 24 [m] del altoparlante, ¿cuál es la intensidad del sonido en la nueva posición de sus oídos?



$$I_2 = I_1 \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

Por Pitágoras:

$$r_2^2 = 24^2 + 8^2$$

$$r_2 = 25,3 \text{ m}$$

$$I_2 = 1 \cdot 10^{-5} \left(\frac{8}{25,3} \right)^2$$

$$I_2 = 9,9 \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{Watt}}{\text{m}^2} \right]$$

Efecto Doppler.

Se busca determinar la **frecuencia percibida** por un observador.

f' : frecuencia percibida por el observador

f : frecuencia emitida por la fuente

v_0 : velocidad del observador

v_f : velocidad de la fuente

v_s : velocidad del sonido (en el aire $340 \frac{m}{s}$)

Ecuación para Doppler:

$$f' = f \left(\frac{v_s \pm v_0}{v_s \pm v_f} \right)$$

Caso 1: “Fuente en reposo, observador acercándose”



$$f' = f \left(\frac{v_s \pm v_0}{v_s \pm v_f} \right)$$

$$f' = f \left(\frac{v_s + v_0}{v_s} \right)$$

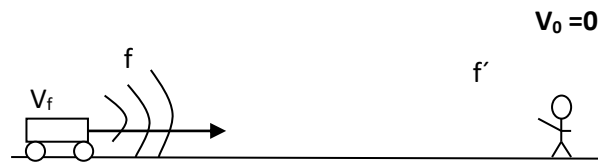
Caso 2: “Fuente en reposo, observador alejándose”



$$f' = f \left(\frac{v_s \pm v_0}{v_s \pm v_f} \right)$$

$$f' = f \left(\frac{v_s - v_0}{v_s} \right)$$

Caso 3: “Fuente en movimiento acercándose al observador que está en reposo”



$$f' = f \left(\frac{v_s \pm v_0}{v_s \pm v_f} \right)$$

$$f' = f \left(\frac{v_s}{v_s - v_f} \right)$$

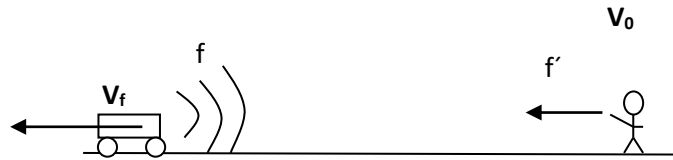
Caso 4: “Fuente en movimiento alejándose del observador que está en reposo”



$$f' = f \left(\frac{v_s \pm v_0}{v_s \pm v_f} \right)$$

$$f' = f \left(\frac{v_s}{v_s + v_f} \right)$$

Caso 5: “Fuente en movimiento alejándose del observador que está acercándose a la fuente”



$$f' = f \left(\frac{v_s \pm v_o}{v_s \pm v_f} \right)$$

$$f' = f \left(\frac{v_s + v_o}{v_s + v_f} \right)$$

Caso 6: “Fuente en movimiento acercándose al observador que está acercándose a la fuente”



$$f' = f \left(\frac{v_s \pm v_o}{v_s \pm v_f} \right)$$

$$f' = f \left(\frac{v_s + v_o}{v_s - v_f} \right)$$