



PRUEBA N°1
MATEMÁTICAS III

NOMBRE:_____CURSO: 3° EJ_____.

1. **DOCENTE(S):** L. Arancibia, C. Hardy.
2. **FECHA:** 30/03 /2023
3. **UNIDAD TEMÁTICA 1:** Integral Indefinida.
4. **TIEMPO:** 80 min.
5. **PUNTAJE TOTAL - PUNTAJE PARA APROBAR:** 100 - 60
6. **MATERIALES:** de escritorio. Calculadora no algebraica.

- INDICACIONES:**
 - Lea cuidadosamente la prueba antes de comenzar a responder. La comprensión de los enunciados es parte de la prueba.
 - Todo resultado debe estar argumentado o justificado a través de sus cálculos explícitos en sus respuestas.
 - Escriba con tinta o pasta, en orden, con limpieza y claridad. Si desea anular parte de su trabajo, tárjelo con una línea horizontal encima del escrito, no use corrector; no se corregirá lo escrito sobre corrector.
 - No utilice lápiz grafito para responder, si utiliza grafito no podrá tener acceso a correcciones.

7. **RESULTADOS OBTENIDOS:**

PREGUNTA	PUNTAJE ASIGNADO	PUNTAJE OBTENIDO
1a	16	
1b	16	
1c	17	
1d	15	
1e	16	
1f	20	
TOTAL	100	
	NOTA	



PREGUNTA Nº 1 (100 Puntos).

Capacidad Evaluada:	Razonamiento lógico
Objetivo:	Aplicar propiedades y métodos de integración en el cálculo de integrales.
Contenido:	Integral indefinida.

Resolver las siguientes integrales indefinidas, por el método adecuado:

a)
$$\int \left(2tg^2(x) + cosec(x) - 7^x + \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}} - cos(y) \right) dx$$

$$\int \left(2tg^2(x) + cosec(x) - 7^x + \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}} - cos(y) \right) dx$$
$$\int 2(sec^2(x) - 1) dx + \int cosec(x) dx - \int 7^x dx + \int \left(2 + x^{1/2} \right) \cdot x^{-1/4} dx - cos(y) \cdot \int dx$$
$$2tg(x) - 2x - ln(cosec(x) + tg(x)) - \frac{7^x}{ln(7)} + \int \left(2x^{-1/4} + x^{1/2} \right) dx - x \cdot cos(y)$$
$$2tg(x) - 2x - ln(cosec(x) + tg(x)) - \frac{7^x}{ln(7)} + \frac{8}{3}x^{3/4} + \frac{2}{3}x^{3/2} - x \cdot cos(y) + C$$

b)
$$\int x \cdot sec^2(x) dx$$

$$\int x \cdot sec^2(x) dx$$

$u = x$

$dv = sec^2(x) dx$

$du = dx$

$v = \int sec^2(x) dx$

$v = tg(x)$

$$\int x \cdot sec^2(x) dx = xtg(x) - \int tg(x) dx$$
$$= xtg(x) - ln(sec(x)) + C$$



$$c) \int \frac{dx}{e^{2x} + e^{-2x}}$$

$$\int \frac{dx}{e^{2x} + \frac{1}{e^{2x}}} = \int \frac{dx}{\frac{e^{4x} + 1}{e^{2x}}}$$

$$\int \frac{e^{2x} dx}{e^{4x} + 1} = \int \frac{e^{2x} dx}{(e^{2x})^2 + 1}$$

$$t = e^{2x}$$

$$dt = 2e^{2x} dx$$

$$\frac{1}{2} \cdot \int \frac{dt}{t^2 + 1} = \frac{1}{2} \arctg(t) + C$$

$$\frac{1}{2} \arctg(e^{2x}) + C$$

$$d) \int \left((x+a)^2 - \frac{ax^2 - 1}{\sqrt{x}} \right) da$$

$$\begin{aligned} \int \left((x+a)^2 - \frac{ax^2 - 1}{\sqrt{x}} \right) da &= \int \left(x^2 + 2ax + a^2 - \frac{ax^2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) da \\ &= \int x^2 da + \int 2ax da + \int a^2 da - \frac{x^2}{\sqrt{x}} \int a da + \frac{1}{\sqrt{x}} \int da \\ &= x^2 a + a^2 x + \frac{a^3}{3} - \frac{x^2 a^2}{2\sqrt{x}} + \frac{1a}{\sqrt{x}} + C \end{aligned}$$

$$e) \int \frac{5x^2}{\sqrt{x^3 + 10}} dx$$

$$= 5 \cdot \int \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 10}} dx$$

$$u = x^3 + 10$$

$$du = 3x^2 dx$$

$$\begin{aligned} \therefore 5 \cdot \int \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 10}} dx &= 5 \cdot \int \frac{\frac{dt}{3}}{\sqrt{t}} = \frac{5}{3} \cdot \int t^{-1/2} dt \\ &= \frac{5}{3} \cdot \frac{t^{1/2}}{1/2} + C = \frac{10}{3} \cdot (x^3 + 10)^{1/2} + C \end{aligned}$$



f) $\int \frac{\ln(x+2)}{x^{-3}} dx$

$$\int x^3 \cdot \ln(x+2) dx$$

$$\boxed{u = \ln(x+2)}$$

$$\boxed{du = \frac{1}{x+2} dx}$$

$$dv = x^3 dx$$

$$v = \int x^3 dx$$

$$\boxed{v = \frac{x^4}{4}}$$

$$\int x^3 \cdot \ln(x+2) dx = \frac{x^4 \ln(x+2)}{4} - \int \frac{x^4}{4} \cdot \frac{1}{x+2} dx$$

$$= \frac{x^4 \ln(x+2)}{4} - \frac{1}{4} \int \frac{x^4}{x+2} dx$$

$$\begin{array}{l} x^4 : (x+2) = x^3 - 2x^2 + 4x - 8 \\ - (x^4 + 2x^3) \end{array}$$

$$\frac{-2x^3}{-2x^3}$$

$$\frac{-(-2x^3 - 4x^2)}{-2x^3 - 4x^2}$$

$$\frac{4x^2}{-4x^2 - 8x}$$

$$\frac{-8x}{-8x - 16}$$

$$16$$

$$\int x^3 \cdot \ln(x+2) dx$$

$$= \frac{x^4 \ln(x+2)}{4} - \frac{1}{4} \int \left(x^3 - 2x^2 + 4x - 8 + \frac{16}{x+2} \right) dx$$

$$= \frac{x^4 \ln(x+2)}{4} - \frac{x^4}{16} + \frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} + 2x - 16 \cdot \int \frac{1}{x+2} dx$$

$$= \frac{x^4 \ln(x+2)}{4} - \frac{x^4}{16} + \frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} + 2x - 16 \cdot \int \frac{1}{t} dt$$

$$t = x+2$$

$$dt = dx$$

$$= \frac{x^4 \ln(x+2)}{4} - \frac{x^4}{16} + \frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} + 2x - 16 \cdot \ln(t) + C$$

$$= \frac{x^4 \ln(x+2)}{4} - \frac{x^4}{16} + \frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2} + 2x - 16 \cdot \ln(x+2) + C$$