

TEOREMA DEL BINOMIO

Cálculo Integral

CATHERINE HARDY

Teorema del Binomio

El teorema del binomio o binomio de Newton tiene por objetivo elevar a una **POTENCIA** cualquier binomio.

Sean a, b números reales y $n, k \in \mathbb{N}$, entonces:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot a^{n-k} \cdot b^k$$

Donde $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

es la combinatoria de n sobre k

EJEMPLO:

Sabemos que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Usando el teorema del binomio:

$$(a + b)^2 = \sum_{k=0}^2 \binom{2}{k} \cdot a^{2-k} \cdot b^k$$

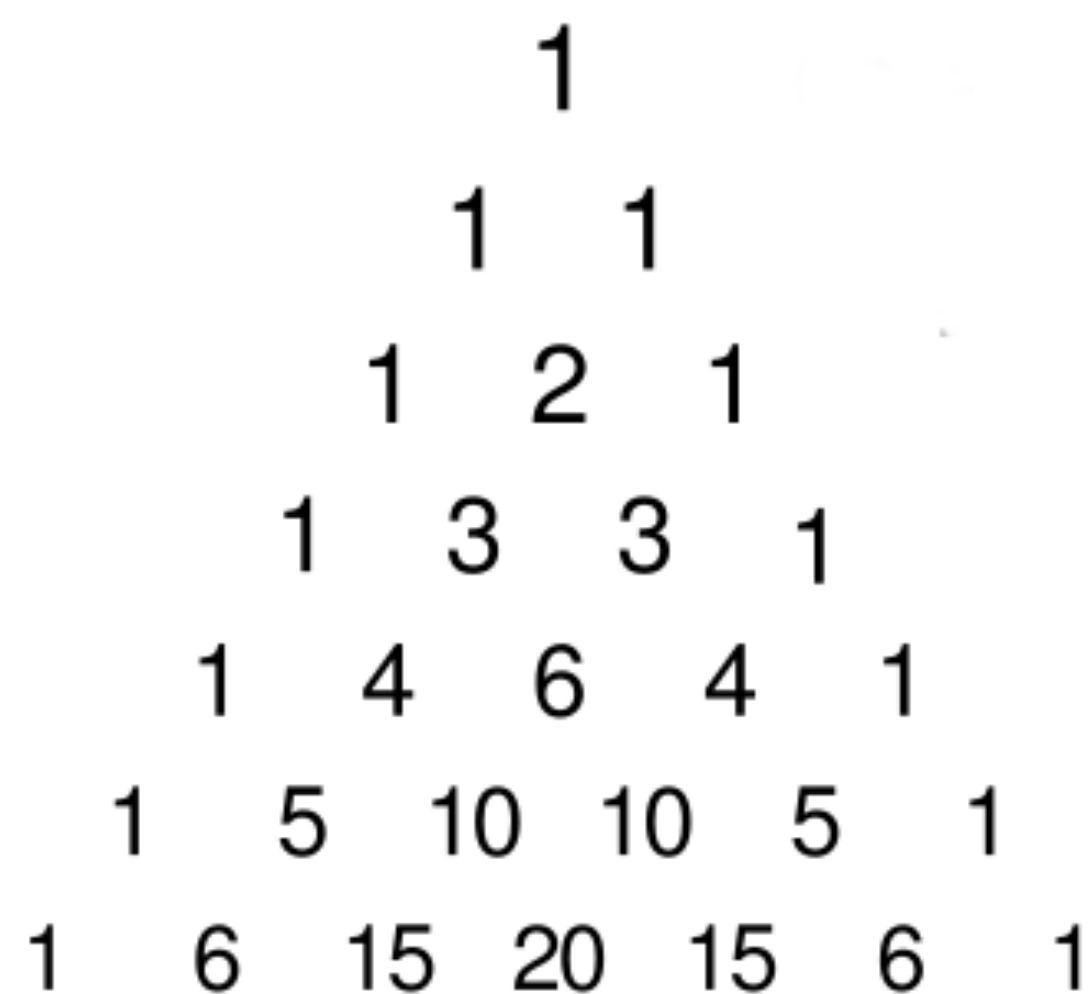
$$= \binom{2}{0} a^2 b^0 + \binom{2}{1} a^1 b^1 + \binom{2}{2} a^0 b^2$$

$$= \frac{2!}{2!0!} a^2 + \frac{2!}{1!1!} ab + \frac{2!}{0!2!} b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

OBSERVACIONES:

- Cada desarrollo tiene tantos términos como el exponente del binomio, aumentado en 1, es decir, $n+1$ términos
- El exponente de “a” en el primer término es n y en los siguientes disminuye de 1 en 1
- El exponente de b en el 2º término es 1 y en los siguientes aumenta de 1 en 1
- Los coeficientes son números combinatorios que corresponden a la fila n (en el triángulo de pascal)



							1							
						1		1						
				1		2		1						
		1		3		3		1						
	1		4		6		4		1					
	1	5		10		10		5		1				
1	6	15	20	15	6	1								

OBSERVACIONES:

- En el caso que uno de los términos sea negativo se alternan los signos + y -

TÉRMINO QUE OCUPA EL LUGAR “K” DEL BINOMIO DE NEWTON

$$T_k = \binom{n}{k-1} \cdot a^{n-(k-1)} \cdot b^{k-1} \longrightarrow \text{considerar signos}$$

o

$$T_k = (-1)^{k-1} \binom{n}{k-1} \cdot a^{n-(k-1)} \cdot b^{k-1} \longrightarrow \text{NO considerar signos}$$

EJEMPLO:

Determinar el tercer término de $(3x^2 + 2y^3)^6$

$$T_3 = \binom{6}{2} (3x^2)^4 (2y^3)^2$$

$$= \frac{6!}{4!2!} \cdot 81x^8 \cdot 4y^6$$

$$= 4860x^8y^6$$

OBSERVACIÓN

- Si n es par, el número de términos será impar, por lo tanto existe un número central y su posición está dada por

$$k = \frac{n}{2} + 1$$

- Si n es impar, existen 2 términos centrales:

$$k_1 = \frac{n+1}{2} \quad y \quad k_2 = k_1 + 1$$

COEFICIENTE DE UNA POTENCIA

EJEMPLO: $(x^2 + x)^2 = x^4 + 2x^3 + x^2$ El coeficiente de x^3 es 3

EJERCICIO:

Encontrar el coeficiente de x^3 en
 $(2 + x)^4$

TÉRMINO INDEPENDIENTE

Es aquel que “no tiene x”

Ejemplo:

Encontrar el término independiente de x en el desarrollo de $\left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^6$