

**PRUEBA N°3**  
**MODELAMIENTO DE SISTEMAS II**

NOMBRE: **PAUTA DE CORRECCIÓN** \_\_\_\_\_ N° CAD. \_\_\_\_\_ CURSO: \_\_\_\_\_

- **DOCENTE(S):** Víctor De La Fuente-Manuel Plaza Bombal-Alfred Rauch-Samuel Varela-Alberto García.
- **FECHA:** 22/Octubre/2021
- **UNIDAD(ES) TEMÁTICA(S):** 4-Modelación.
- **TIEMPO:** 80 minutos
- **PUNTAJE TOTAL - PUNTAJE PARA APROBAR:** 60 pts.
- **MATERIALES:** Tabla de Transformada de Laplace y Ecuaciones de componentes de circuitos.
- **INDICACIONES:**
  1. La prueba que Ud. va a desarrollar consiste de tres ejercicios de desarrollo.
  2. Se solicita sea ordenado en el procedimiento, indicando cada uno de los pasos seguidos.
  3. No se corregirán desarrollos aislados.
- **RESULTADOS OBTENIDOS:**

| PREGUNTA | PUNTAJE ASIGNADO | PUNTAJE OBTENIDO |
|----------|------------------|------------------|
| 1        | 40               |                  |
| 2        | 30               |                  |
| 3        | 30               |                  |
| TOTAL    | 100              |                  |
| NOTA     |                  |                  |

PRIMERA PREGUNTA. (40 PTS)

|           |                                                                                                    |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Capacidad | Razonamiento Lógico.                                                                               |
| Objetivo  | Analizar diagramas de bloques, para reducir y obtener la función de transferencia correspondiente. |

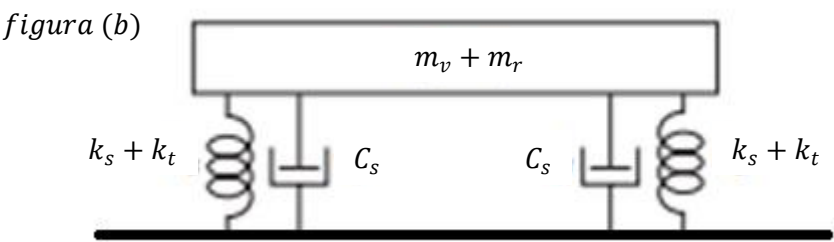
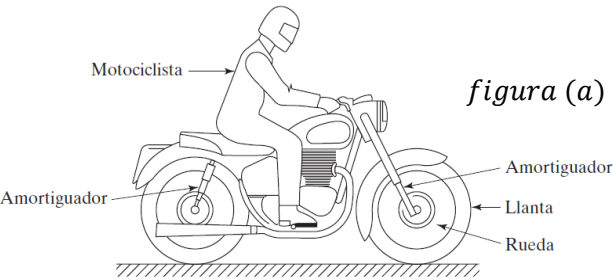
Una motocicleta que posee resortes y amortiguadores en ambas llantas, masas en ambas ruedas y resortes, en cierto momento de su desplazamiento se encuentra con una zona irregular de ripio, donde oscila con movimiento armónico amortiguado. Se pide establecer la ecuación que rige el movimiento y el diagrama de bloques correspondiente una vez aplicada la Transformada de Laplace, utilizando el modelo simplificado mostrado en la figura (b).

*t*: llanta.

*s*: amortiguador.

*v*: vehículo.

*r*: motociclista.

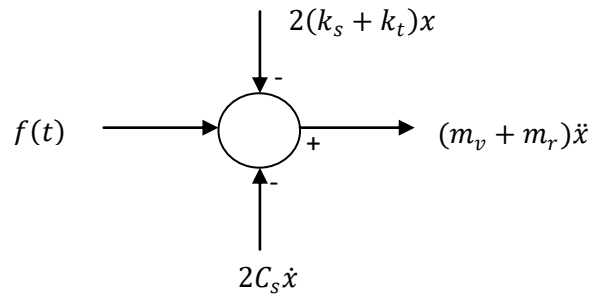


$$\sum F = m\ddot{x}$$

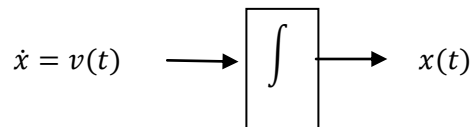
$$f(t) = F_{\text{resorte}}(t) + F_{\text{amortiguador}}(t) + F_{\text{neta}}(t)$$

$$f(t) = -(k_s + k_t)x - C_s \dot{x} - (k_s + k_t)x - C_s \dot{x} + (m_v + m_r)\ddot{x}$$

$$f(t) = -2(k_s + k_t)x - 2C_s \dot{x} + (m_v + m_r)\ddot{x}$$

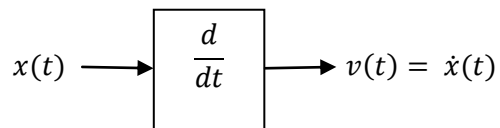


Utilizando integrador y derivador:



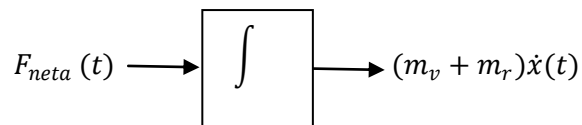
$$v = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

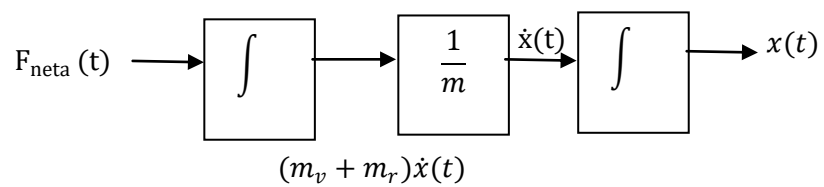
$$\int \dot{x} dt = \int \left( \frac{dx}{dt} \right) dt = x$$



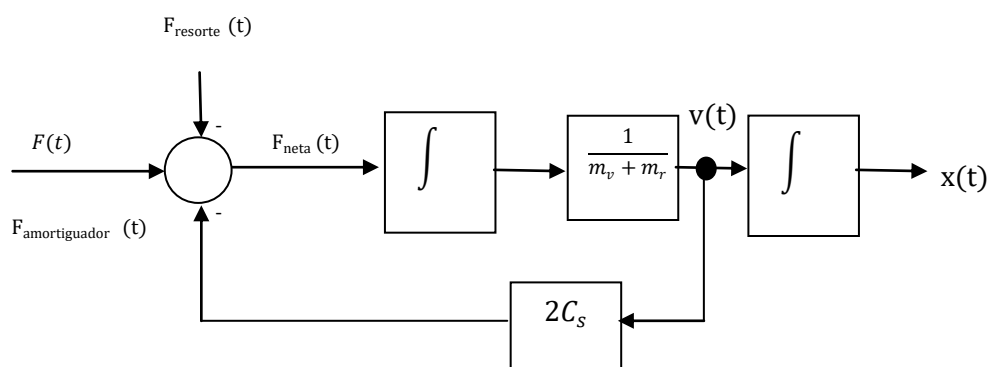
$$\frac{dx}{dt} = v = \dot{x}$$

Para la Fuerza Neta:

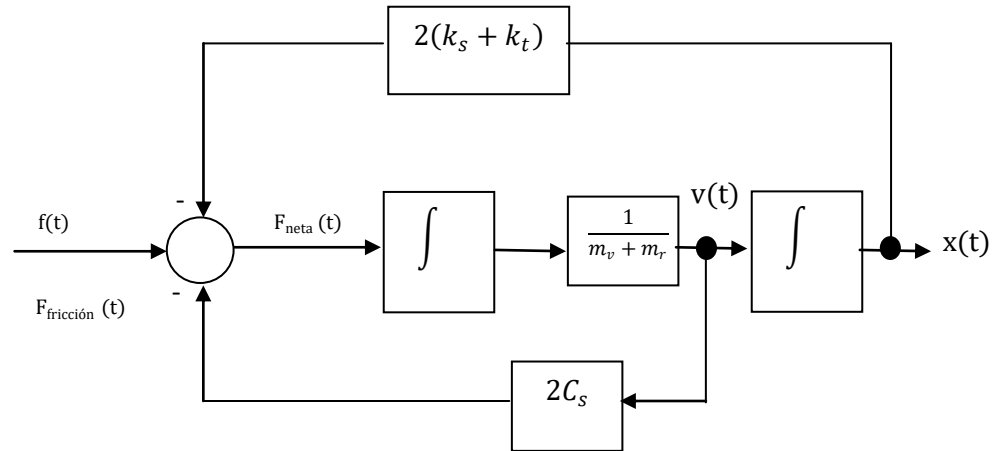




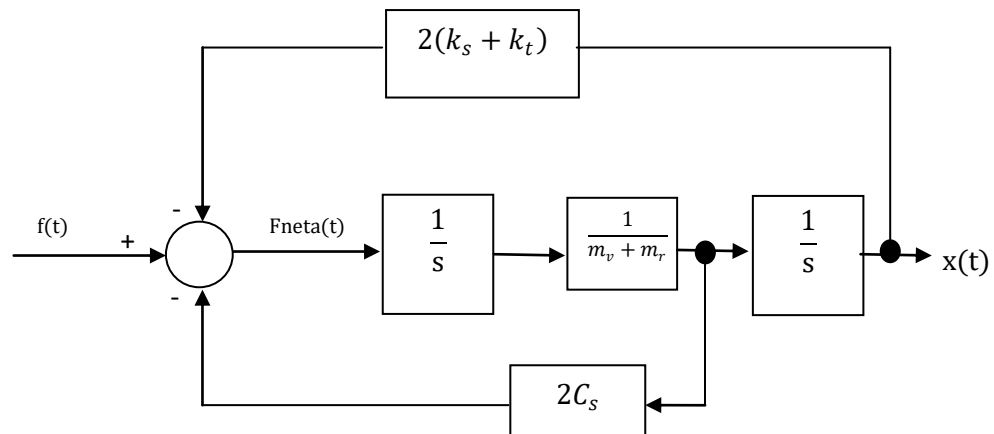
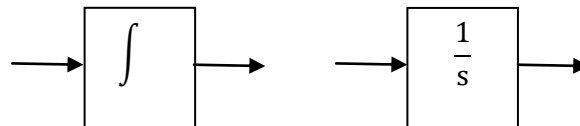
Para la fuerza de fricción:  $F_{\text{fricción}}(t) = -2C_s\dot{x}$



Para la fuerza del resorte:  $F_{\text{resorte}}(t) = -2(k_s + k_t)x$

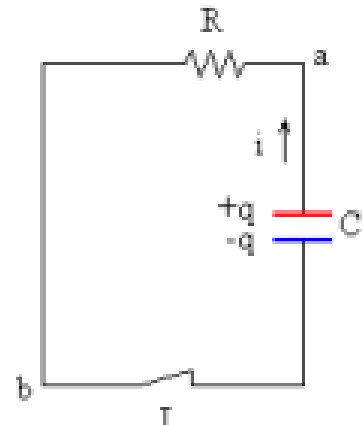


Pero:



## SEGUNDA PREGUNTA. (30 PTS)

Se considera un circuito que consta de un condensador, inicialmente cargado, unido a una resistencia. Se cierra el interruptor y la carga del condensador disminuye exponencialmente con el tiempo. Establezca la función de transferencia que relaciona la corriente de entrada en función de la corriente de salida, así como el diagrama de bloques correspondiente, usando la Transformada de Laplace.



|                                               |                               |
|-----------------------------------------------|-------------------------------|
| Ley de Ohm                                    | $V_R = IR \quad (1)$          |
| Capacitancia                                  | $C = \frac{Q}{V_C} \quad (2)$ |
| Intensidad de Corriente                       | $I = \frac{dQ}{dt} \quad (3)$ |
| Constante de tiempo de descarga del capacitor | $\tau = RC \quad (4)$         |

Para el estudio de la descarga de un capacitor, se considerará un circuito de lazo cerrado, en el que se puede aplicar L.V.K (Ley de Voltaje de Kirchhoff), quedando:

$$-V_C - V_R = 0$$

$$V_R = -V_C \quad (5)$$

Reemplazando (1) y (2) en (5):

$$IR = -\frac{Q}{C} \quad (6)$$

(3) en (6):

$$\left(\frac{dQ}{dt}\right)R = -\frac{Q}{C}$$

Despejando, se tiene:

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{RC}$$

Integrando:

$$\int_0^{Q_0} \frac{dQ}{Q} = -\left(\frac{1}{RC}\right) \int_0^t dt$$

$$\ln \left[ \frac{Q(t)}{Q_0} \right] = -\frac{t}{RC}$$

$$Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

Dividiendo por el valor de la capacitancia:

$$\frac{Q(t)}{C} = \left( \frac{Q_0}{C} \right) e^{-\frac{t}{RC}}$$

Se tiene:

$$V(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

Para construir el diagrama de bloques correspondiente:

$$V(t) = V_c(t) + V_R(t)$$

$$V(t) = V_c(t) + i(t)R$$

Pero:

$$i(t) = C \left( \frac{dV_c}{dt} \right)$$

$$V(t) = V_c(t) + RC \left( \frac{dV_c}{dt} \right)$$

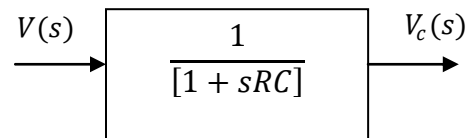
Aplicando Transformada de Laplace, considerando las condiciones iniciales cero:

$$\mathcal{L}[V(t)] = \mathcal{L}[V_c(t)] + \mathcal{L} \left[ RC \left( \frac{dV_c}{dt} \right) \right]$$

$$V(s) = V_c(s) + RCsV_c(s)$$

$$V(s) = V_c(s)[1 + sRC]$$

$$\frac{V_c(s)}{V(s)} = \frac{1}{[1 + sRC]}$$





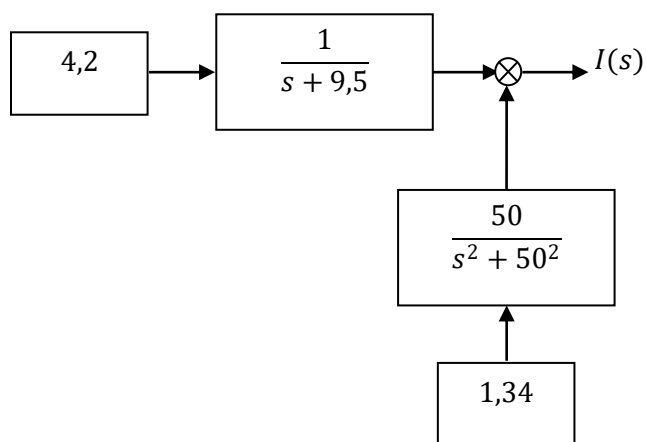
### TERCERA PREGUNTA. (30 PTS)

Establecer el diagrama de bloques, usando Transformada de Laplace, para el modelo matemático de intensidad de corriente en función del tiempo que circula por un circuito eléctrico, dada por:

$$i(t) = 4,2e^{-9,5t} + 1,34\text{sen}(50t)$$

$$i(t) = 4,2e^{-9,5t} + 1,34\text{sen}(50t) \quad / \mathcal{L}$$

$$I(s) = 4,2\left(\frac{1}{s + 9,5}\right) + 1,34\left[\frac{50}{s^2 + 50^2}\right]$$



| TABLA DE TRANSFORMADAS DE LAPLACE. |                                   |
|------------------------------------|-----------------------------------|
| $\delta(t)$                        | 1                                 |
| 1                                  | $\frac{1}{s}$                     |
| t                                  | $\frac{1}{s^2}$                   |
| $t^n$                              | $\frac{n!}{s^{n+1}}$              |
| $e^{-at}$                          | $\frac{1}{s+a}$                   |
| $\text{sen}\omega t$               | $\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$     |
| $\text{cos}\omega t$               | $\frac{s}{s^2+\omega^2}$          |
| $e^{-at}\text{sen}\omega t$        | $\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$ |
| $e^{-at}\text{cos}\omega t$        | $\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$    |
| $t^n e^{-at}$                      | $\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$          |

| Componente | Voltaje-Corriente                        | Voltaje-Carga                                          | Impedancia     |
|------------|------------------------------------------|--------------------------------------------------------|----------------|
| Resistor   | $v_R(t) = i(t)R$                         | $v_R(t) = R(\frac{dq(t)}{dt})$                         | R              |
| Capacitor  | $v_C(t) = (\frac{1}{C}) \int_0^t i(t)dt$ | $\frac{dv_C(t)}{dt} = (\frac{1}{C})(\frac{dq(t)}{dt})$ | $\frac{1}{Cs}$ |
| Inductor   | $v_L(t) = \frac{Ldi(t)}{dt}$             | $v_L(t) = L(\frac{d^2q(t)}{dt^2})$                     | Ls             |

Derivadas Transformadas de Laplace:

$$\mathcal{L}[f'(t)] = sF(s) - f(0)$$

donde  $f(0)$  es el valor de  $f(t)$  en  $t = 0$

$$\mathcal{L}[f''(t)] = s^2F(s) - sf(0) - f'(0)$$