

Guía de Ejercicios: Geometría Analítica

Contenidos: plano cartesiano, distancia, punto medio, pendiente y ecuación de la recta

Instrucciones. Resuelva cada ejercicio desarrollando ordenadamente los procedimientos. Use notación matemática adecuada y exprese sus respuestas en forma exacta cuando corresponda.

Ejercicios

1. Determine la distancia entre los puntos dados:

- a) $A(2, -3)$ y $B(-4, 5)$.
 - b) $P(-1, 4)$ y $Q(3, 1)$.
 - c) $M(0, -2)$ y $N(6, -2)$.
-

2. Un buque realiza un recorrido de patrullaje representado en el plano cartesiano por los puntos

$$A(-2, 1), \quad B(4, 3), \quad C(1, -3),$$

donde cada unidad del plano representa una milla náutica. Si el buque parte desde A , luego se dirige a B , continúa hacia C y finalmente regresa al punto A , determine la distancia total recorrida en millas náuticas.

3. Determine el punto medio del segmento cuyos extremos son

$$A(-6, 3) \quad \text{y} \quad B(4, -5).$$

4. El punto medio del segmento $\overline{AB}$ es

$$M(2, -1)$$

y uno de sus extremos es

$$A(-3, 7).$$

Determine las coordenadas del punto B .

5. Calcule la pendiente m del segmento determinado por cada par de puntos:

- a) $A(1, 5)$ y $B(5, -3)$.
 - b) $P(-2, -1)$ y $Q(4, 3)$.
 - c) $M(3, 2)$ y $N(3, -6)$.
-

6. Determine si la pendiente es positiva, negativa, nula o no definida en cada caso:

- a) Recta que pasa por $A(-4, -2)$ y $B(2, 4)$.
 - b) Recta que pasa por $C(-3, 5)$ y $D(1, -1)$.
 - c) Recta que pasa por $E(-2, 3)$ y $F(5, 3)$.
 - d) Recta que pasa por $G(4, -1)$ y $H(4, 6)$.
-

7. Determine la ecuación de la recta que pasa por los puntos

$$A(-3, 2) \quad \text{y} \quad B(5, -2).$$

Expresa la respuesta en forma principal $y = mx + b$ y en forma general $Ax + By + C = 0$.

8. Determine la ecuación de la recta que pasa por el punto

$$A(1, -2)$$

y tiene pendiente

$$m = -\frac{3}{5}.$$

Expresa la respuesta en forma principal y general.

9. Determine la ecuación de la recta que pasa por

$$P(2, -1) \quad \text{y} \quad Q(6, 7).$$

10. Determine la ecuación de:

- a) La recta vertical que pasa por $A(4, -2)$.
 - b) La recta horizontal que pasa por $B(-3, 5)$.
-

11. Determine la ecuación de la recta que pasa por

$$P(0, 3)$$

y es paralela a la recta

$$L : 3x + 4y - 15 = 0.$$

12. Determine la ecuación de la recta que pasa por

$$P(4, 0)$$

y es perpendicular a la recta

$$L : 2y - x - 4 = 0.$$

13. En una carta de navegación, dos trayectorias rectilíneas de buques están representadas por las rectas

$$L_1 : y = -\frac{1}{2}x + 1$$

y

$$L_2 : y = \frac{1}{2}x + 2.$$

Determine el punto en que ambas trayectorias se intersectan.

14. Determine la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de las rectas

$$L_1 : y - x + 3 = 0$$

y

$$L_2 : x - 2y - 2 = 0,$$

y que es paralela a la recta

$$L_3 : 2x + 3y - 6 = 0.$$

15. Determine si los puntos

$$A(-2, 0), \quad B(1, 2), \quad C(4, 4)$$

son colineales. Si lo son, determine la ecuación de la recta que los contiene.

16. Determine el valor de k para que las rectas

$$L_1 : kx + (k + 1)y - 18 = 0$$

y

$$L_2 : 4x + 3y + 7 = 0$$

sean paralelas.

17. Después de varias horas de viento constante, la altura de las olas h , medida en pies, se relaciona linealmente con el tiempo t , medido en horas. Se sabe que después de 8 horas la altura de las olas es de 20 pies, y después de 20 horas es de 38 pies.

a) Determine una ecuación lineal que exprese h en función de t .

b) Determine cuántas horas deben transcurrir para que la altura de las olas sea de 50 pies.

18. La cantidad de calor H , medida en joules, necesaria para convertir un gramo de agua en vapor se relaciona linealmente con la temperatura T , medida en grados Celsius. A $10^\circ C$, se requieren 2480 joules. Además, por cada aumento de $15^\circ C$, la cantidad de calor requerida disminuye en 40 joules.

a) Determine la ecuación lineal que expresa H en función de T .

b) Determine la cantidad de calor requerida a $50^\circ C$.

19. Determine el valor de k para que la recta

$$L_1 : (k - 2)x + 3y + 5 = 0$$

sea paralela a la recta

$$L_2 : 4x + 6y - 1 = 0.$$

20. Determine el valor de k para que la recta

$$L_1 : 2x + (k + 1)y - 7 = 0$$

sea perpendicular a la recta

$$L_2 : 3x - 2y + 5 = 0.$$

21. Determine el valor de k para que la recta

$$L : (2k - 1)x + (k + 3)y - 8 = 0$$

tenga pendiente

$$m = -\frac{5}{4}.$$

22. Determine la distancia desde el punto

$$P(2, -1)$$

hasta la recta

$$L : 3x - 4y + 12 = 0.$$

23. En una carta de navegación, una boya está ubicada en el punto

$$B(-3, 4)$$

y la trayectoria rectilínea de un buque está representada por la recta

$$L : 5x + 12y - 10 = 0.$$

Determine la distancia mínima entre la boya y la trayectoria del buque.

Solucionario

1. a) 10 b) 5 c) 6.
2. $5 + 2\sqrt{10} + 3\sqrt{5}$ millas náuticas.
3. $M(-1, -1)$.
4. $B(7, -9)$.
5. a) $m = -2$ b) $m = \frac{2}{3}$ c) m no está definida.
6. a) Positiva. b) Negativa. c) Nula. d) No definida.
7. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}; \quad x + 2y - 1 = 0$.
8. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{7}{5}; \quad 3x + 5y + 7 = 0$.
9. $y = 2x - 5; \quad -2x + y + 5 = 0$.
10. a) $x = 4$ b) $y = 5$.
11. $3x + 4y - 12 = 0$.
12. $2x + y - 8 = 0$.
13. $\left(-1, \frac{3}{2}\right)$.
14. $2x + 3y - 11 = 0$.
15. Sí, son colineales. $y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}; \quad 2x - 3y + 4 = 0$.
16. $k = -4$.
17. a) $h = \frac{3}{2}t + 8$ b) $t = 28$ horas.
18. a) $H = -\frac{8}{3}T + \frac{7520}{3}$ b) $H = \frac{7120}{3} \approx 2373,33$ joules.
19. $k = 4$.
20. $k = 2$.
21. $k = \frac{19}{3}$.
22. $\frac{22}{5}$.
23. $\frac{23}{13}$.