



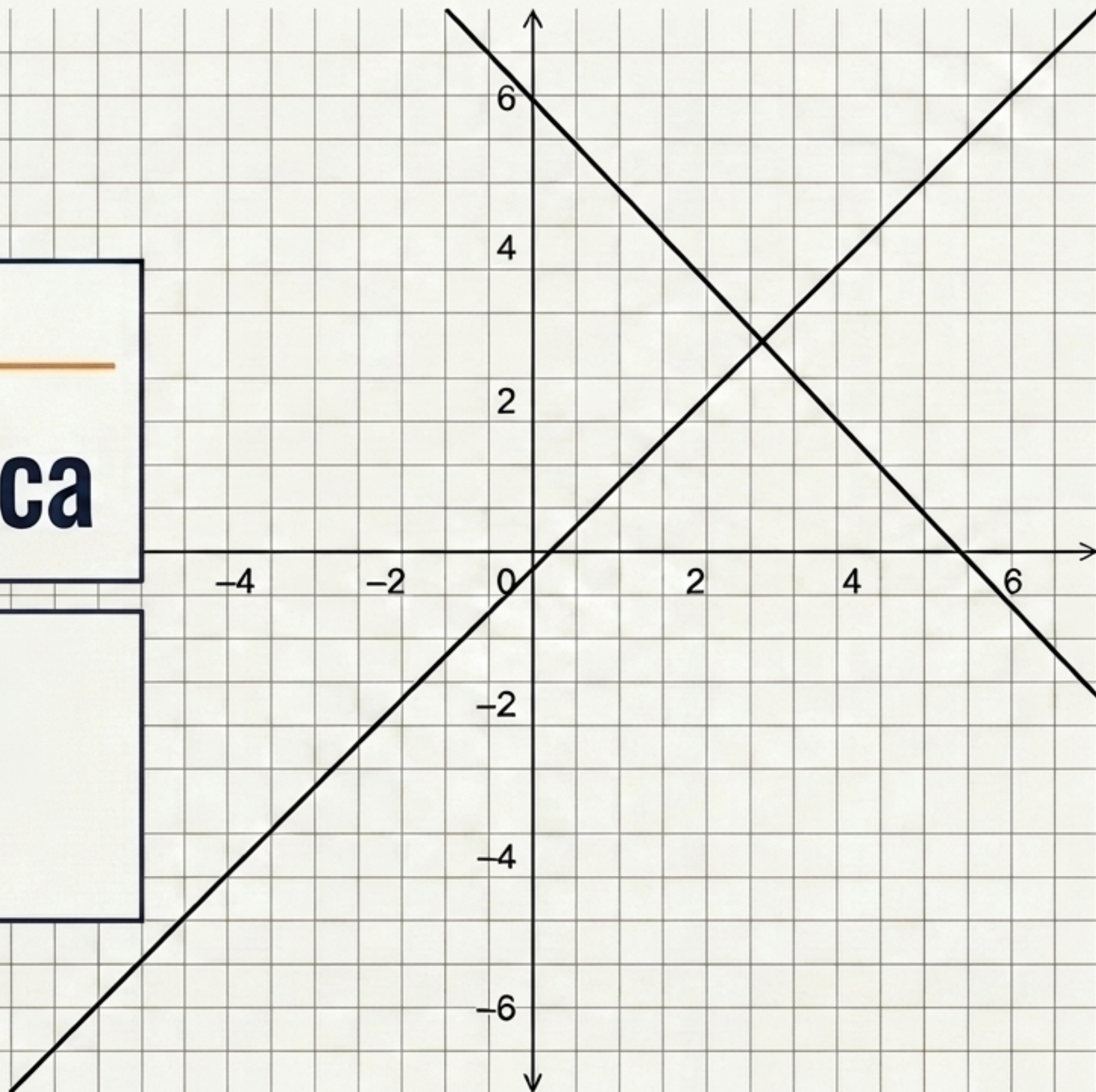
ESCUELA NAVAL "ARTURO PRAT"

Asignatura: FUNDAMENTOS DE CÁLCULO

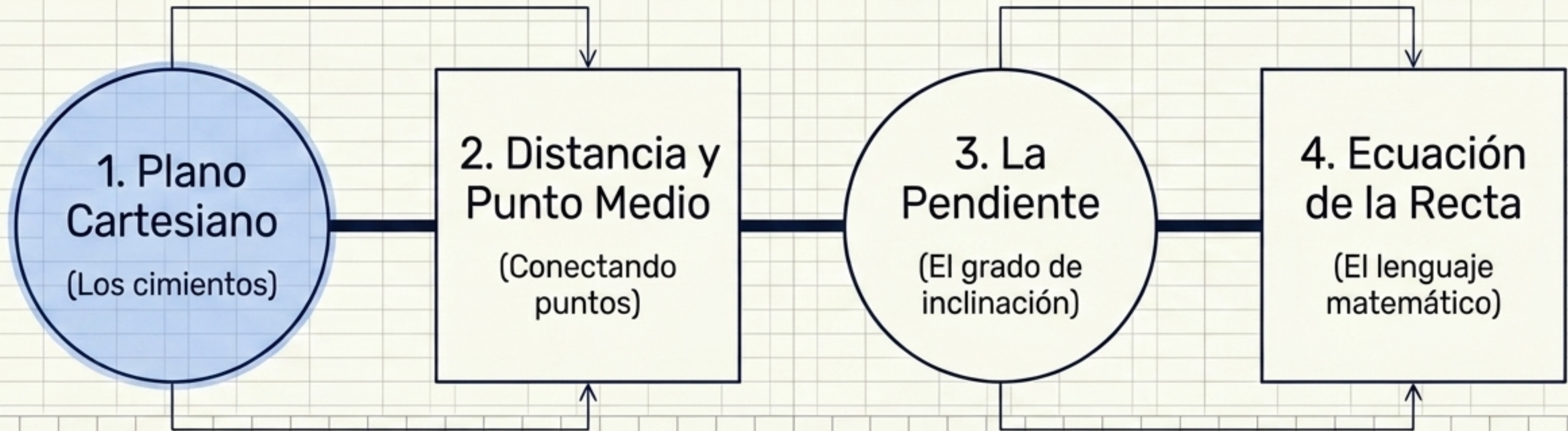
Geometría Analítica

CONTENIDOS DE ESTA PRESENTACIÓN

1. Plano Cartesiano
2. Distancia y Punto Medio
3. La Pendiente
4. Ecuación de la Recta



Estructura de la Sesión



El Plano Cartesiano

Formado por 2 ejes perpendiculares con un origen común. Estos ejes dividen el plano en 4 cuadrantes.

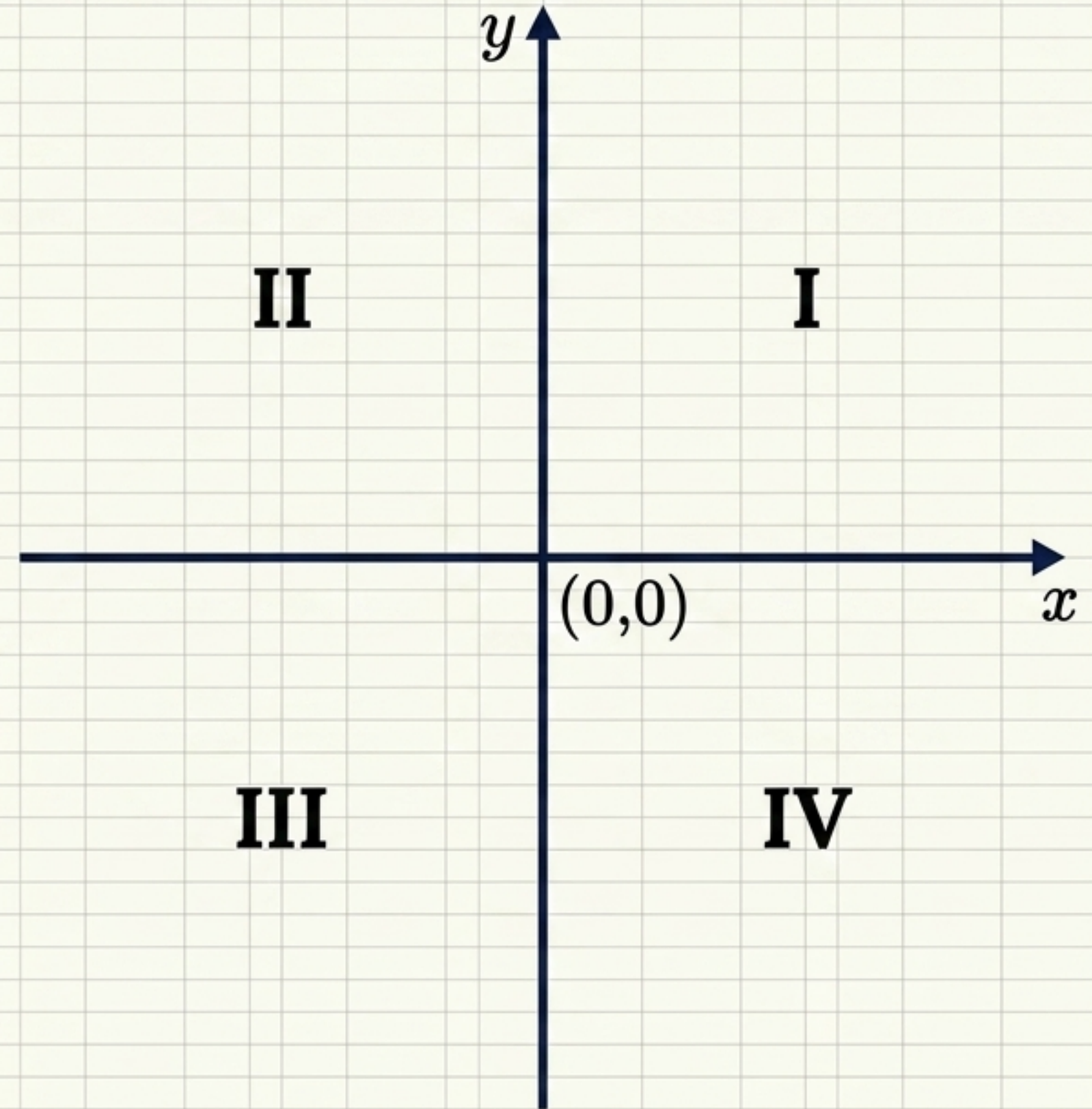
Los Ejes y Coordenadas

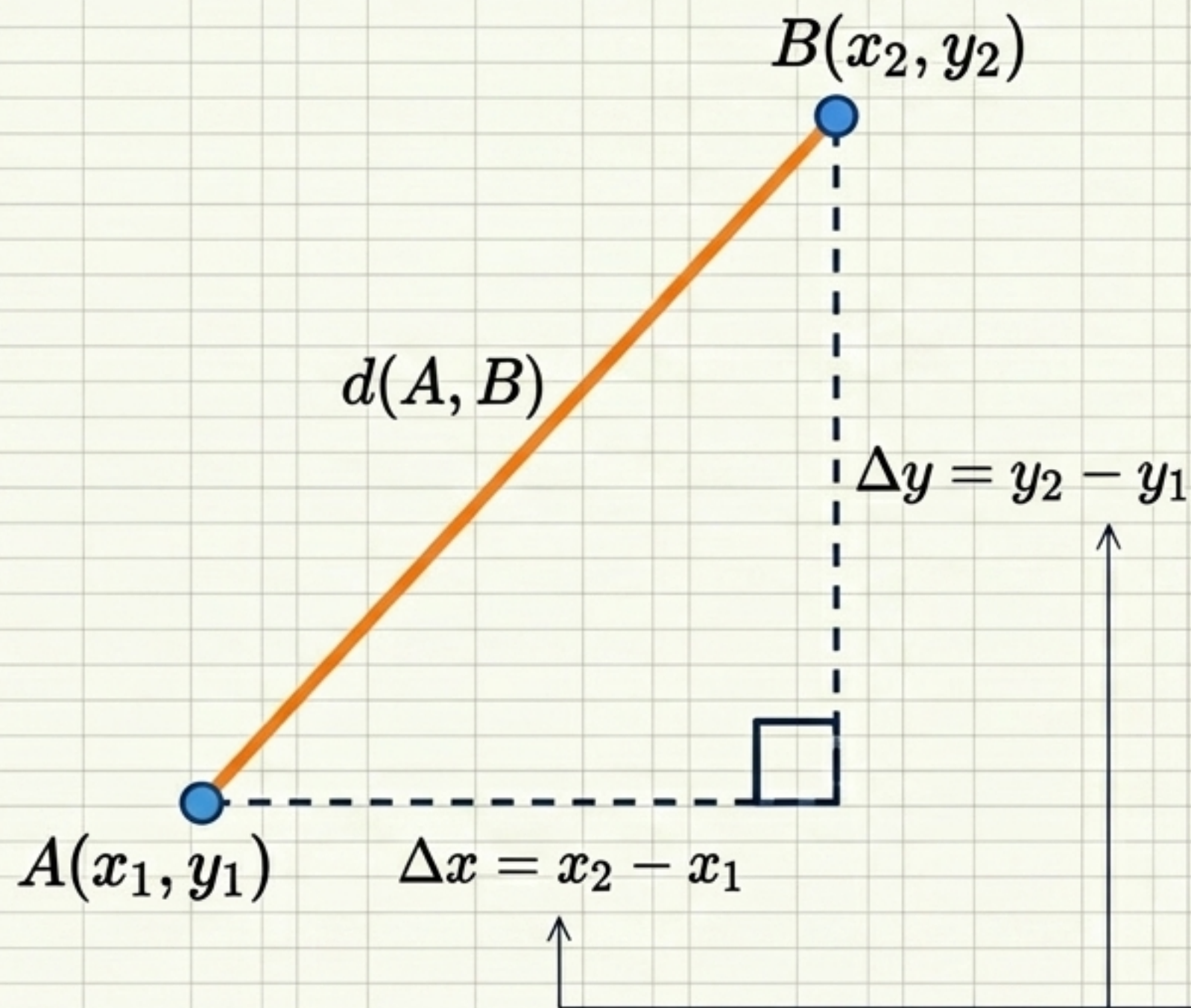
- **Eje x:** → Eje de las abscisas
- **Eje y:** → Eje de las ordenadas
- Los elementos del plano se denominan **pares ordenados** (x, y) .

Actividad Práctica

Ubicar los siguientes puntos en tu plano cartesiano:

$A(2, 3)$ $B(5, -1)$ $C(-3, 10)$ $D(-7, -5)$





Distancia entre dos puntos

Utilizando el Teorema de Pitágoras sobre las proyecciones en los ejes x e y:

$$d(A, B)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

Fórmula Principal:

$$d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Ejercicios: Aplicación de Distancia



Ejercicio 1

Calcular la distancia entre los puntos:

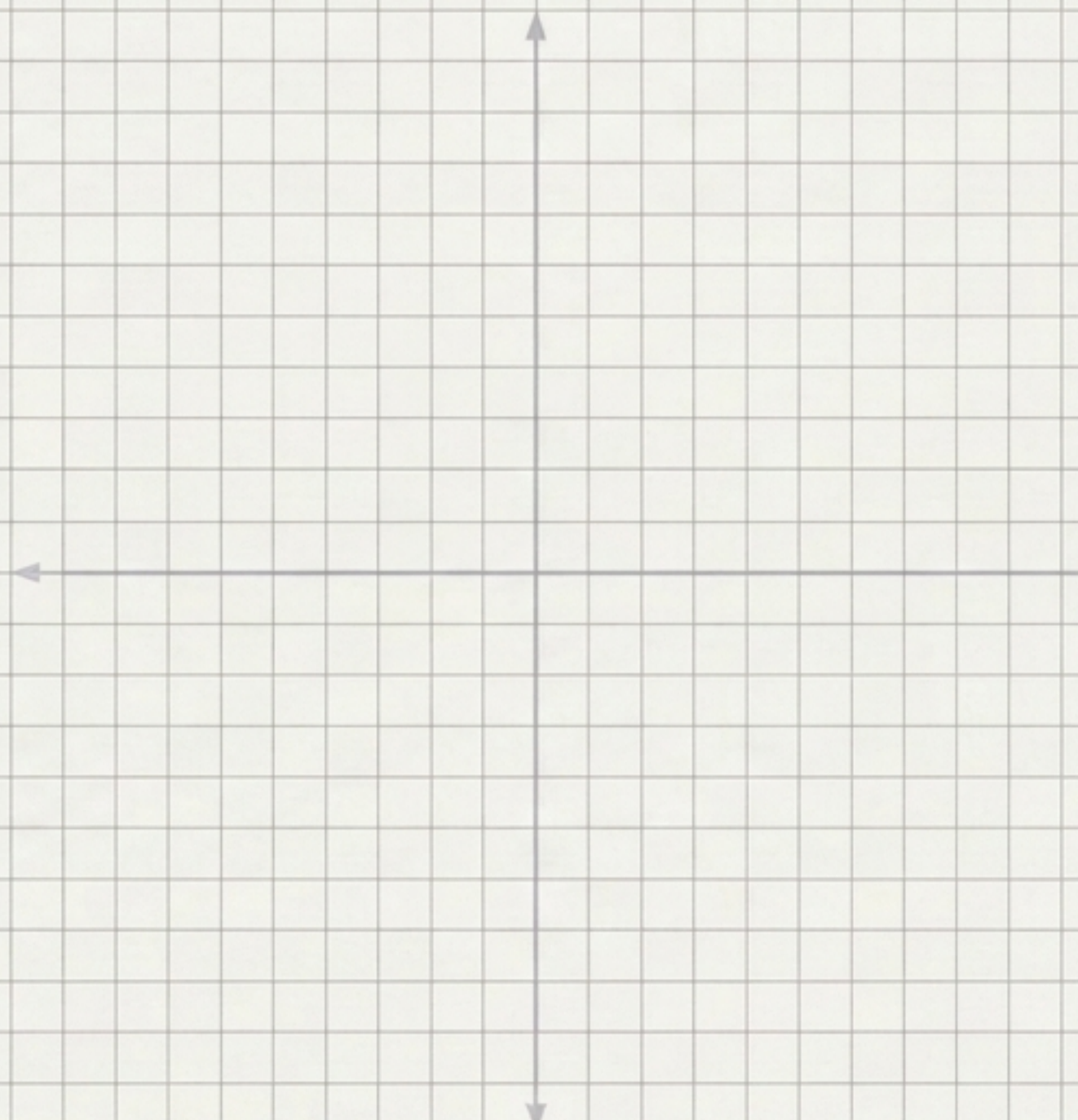
$$A(2, 5) \text{ y } B(-4, 3)$$



Ejercicio 2

Dados los puntos $P(-1, 3)$, $Q(3, -1)$ y $R(1, -2)$:

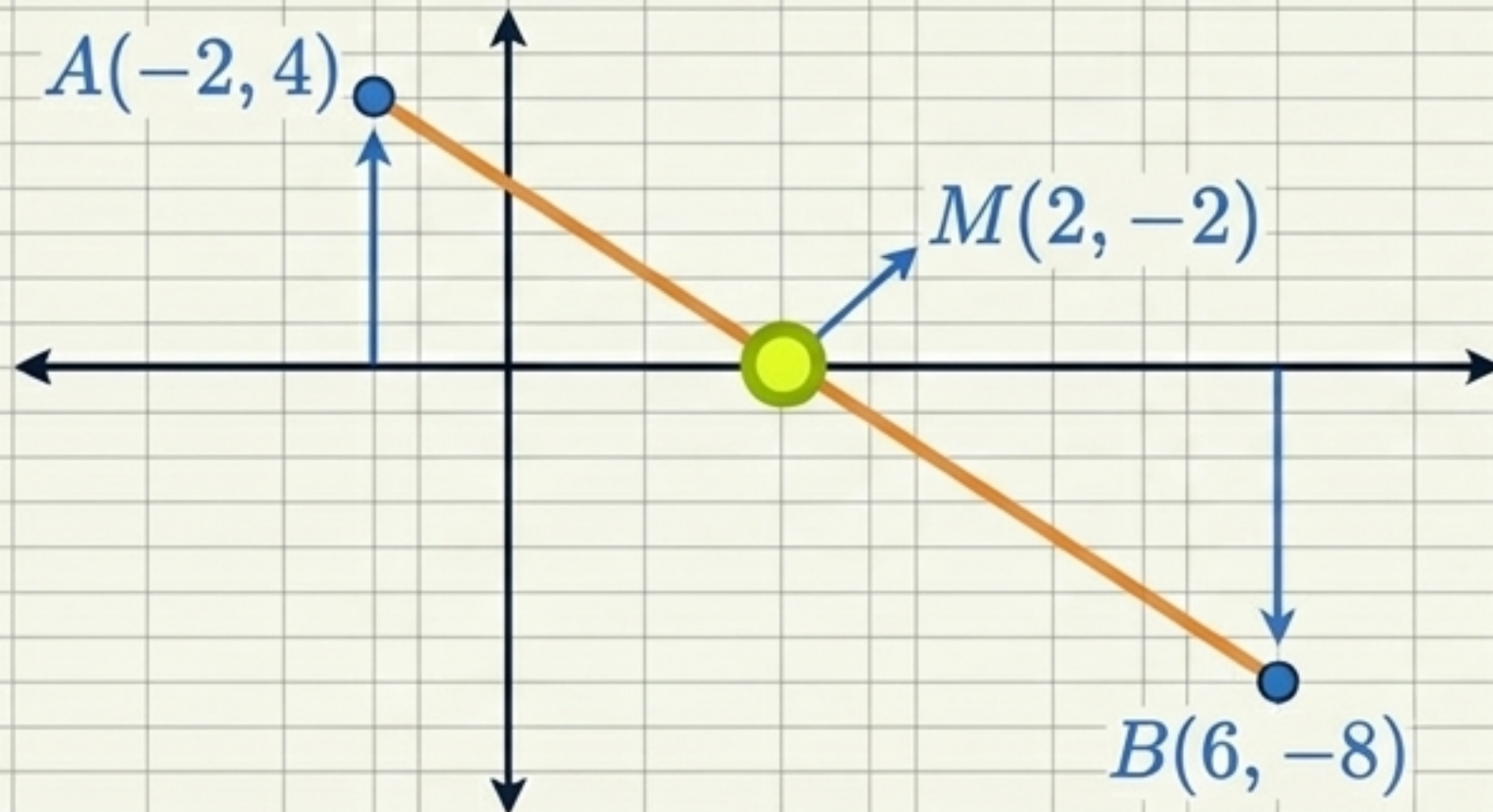
- A. Determinar el perímetro del triángulo PQR .



Punto Medio de un Segmento

Concepto: El centro exacto de un trazo se calcula promediando las coordenadas x e y de sus extremos.

$$\text{Fórmula: } M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$



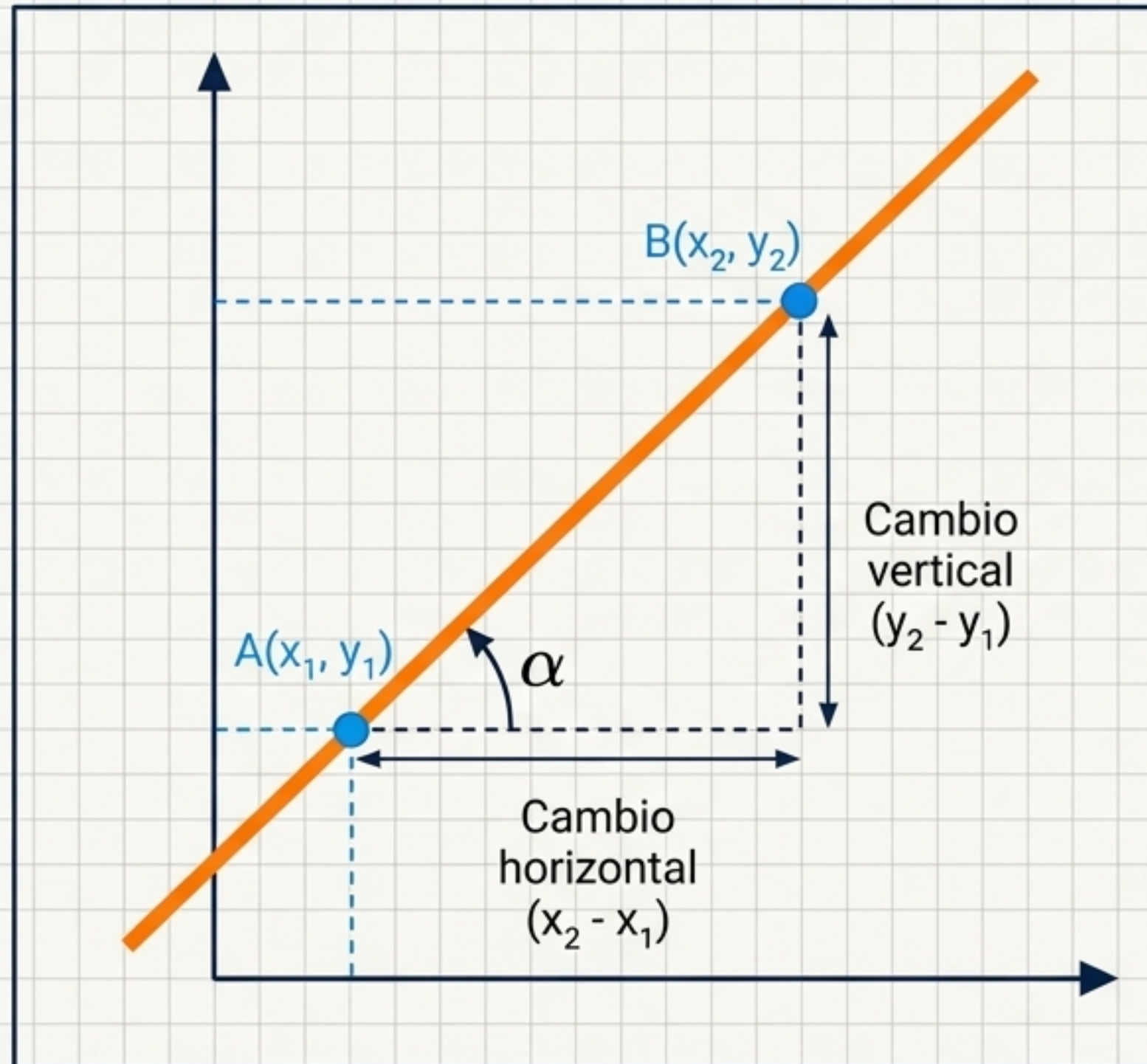
Ejemplo Paso a Paso

Encuentra el punto medio entre $A(-2, 4)$ y $B(6, -8)$:

- $M_x = \frac{-2 + 6}{2} = \frac{4}{2} = 2$
- $M_y = \frac{4 + (-8)}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

Solución: El punto medio es $M(2, -2)$.

La Pendiente de un Trazo (m)



Concepto

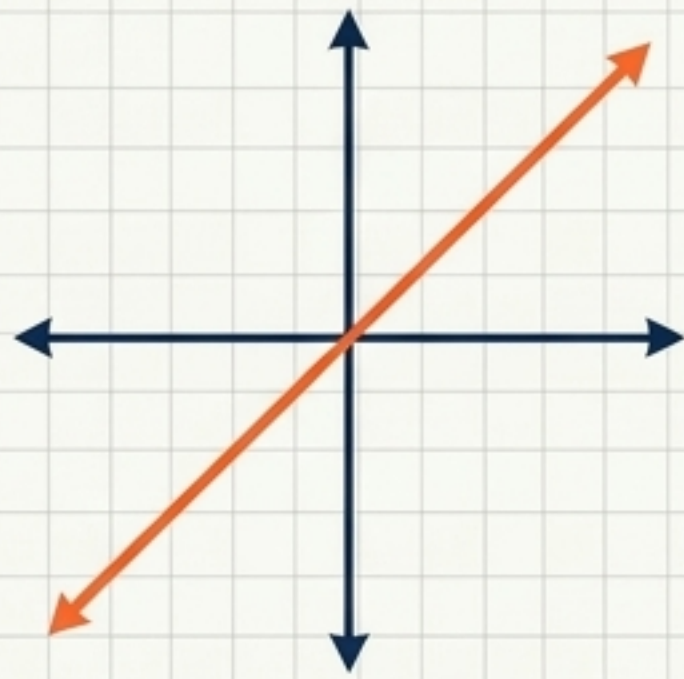
Representa el grado de inclinación del trazo respecto al eje X (ángulo α).

La Razón

La pendiente es la proporción entre el cambio vertical y el cambio horizontal.

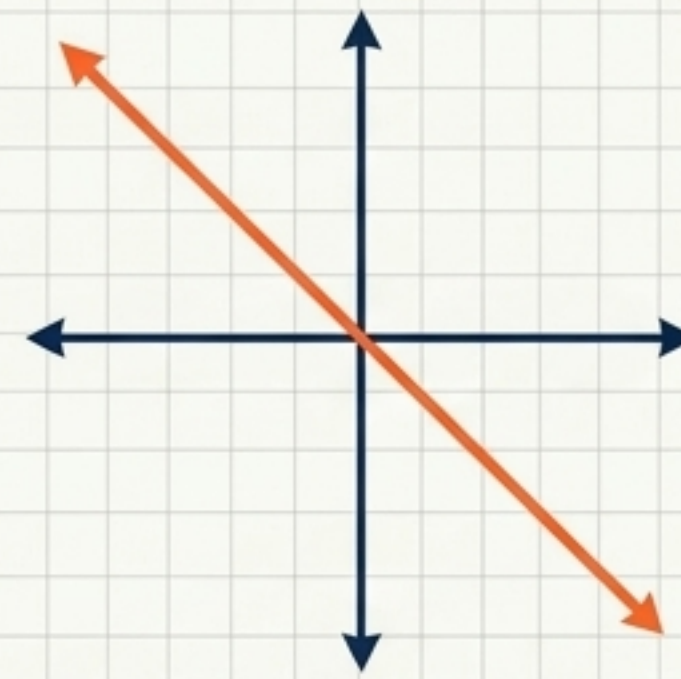
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Comportamiento de la Pendiente



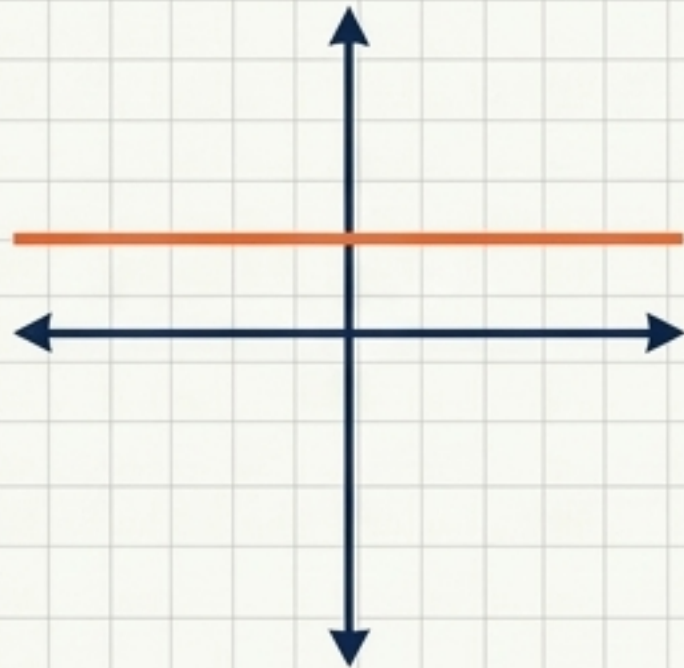
$$m > 0$$

Inclinación a la
derecha /
Ascendente



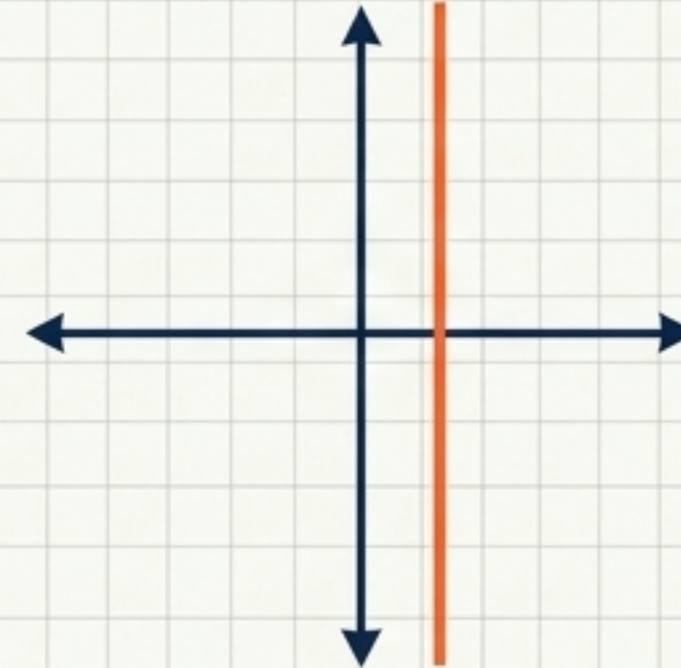
$$m < 0$$

Inclinación a la
izquierda /
Descendente



$$m = 0$$

Corresponde a rectas
de la forma $y = c$, con
 c constante.



m no está
definida

Corresponde a rectas
de la forma $x = c$, con
 c constante.

Ecuaciones de la Recta: Dos Formatos

Ecuación Principal

$$y = mx + b$$

Pendiente

Coeficiente de
posición
(Intercepto con
el eje Y)

Ecuación General

$$Ax + By + C = 0$$

Nota: Todos los términos se agrupan a un lado de la igualdad, igualando a cero.

Construyendo la Ecuación de la Recta

1. Ecuación Punto-Pendiente

Conocido el punto $A(x_1, y_1)$ de una recta y su pendiente m :

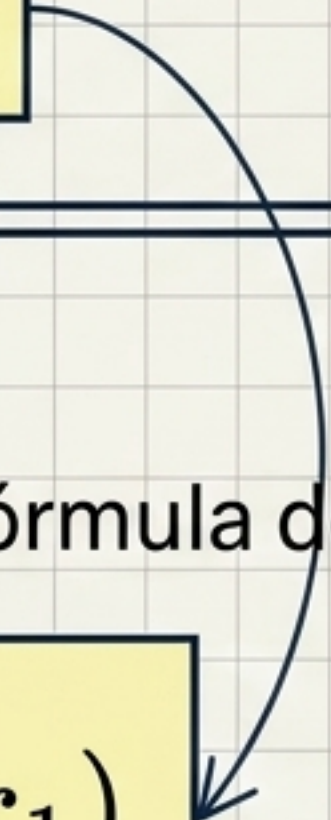
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

2. Ecuación que pasa por 2 puntos

Dados los puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, sustituimos la fórmula de la pendiente:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

Sustitución



Ejercicios: Construcción de Ecuaciones

1. Puntos a Recta



Determinar la ecuación de la recta que pasa por los puntos:

$$A(-3, 5) \text{ y } B(4, -1)$$

$$A(-2, 0) \text{ y } B(\frac{1}{2}, -3)$$

2. Punto y Pendiente



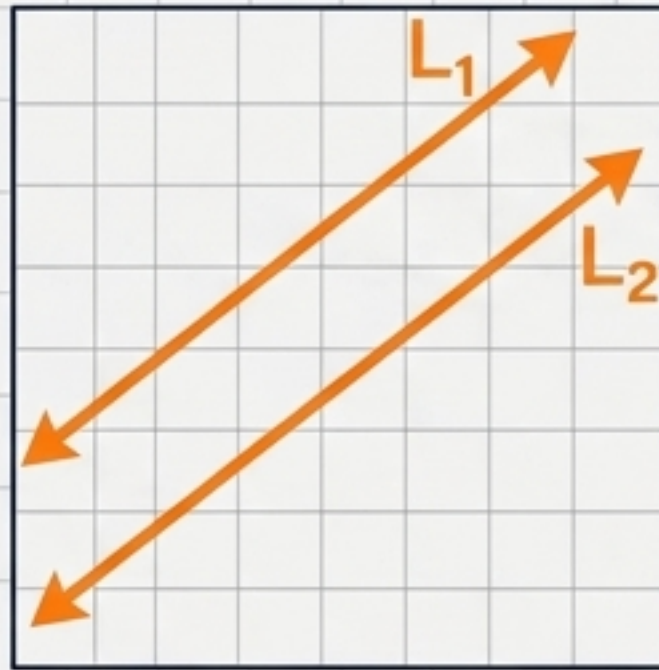
Determinar la ecuación de la recta que pasa por el punto dado con la pendiente indicada:

$$A(1, -2) \text{ y } m = -\frac{3}{5}$$

Relaciones entre Rectas

(Dadas las rectas L_1 y L_2 con pendientes m_1 y m_2)

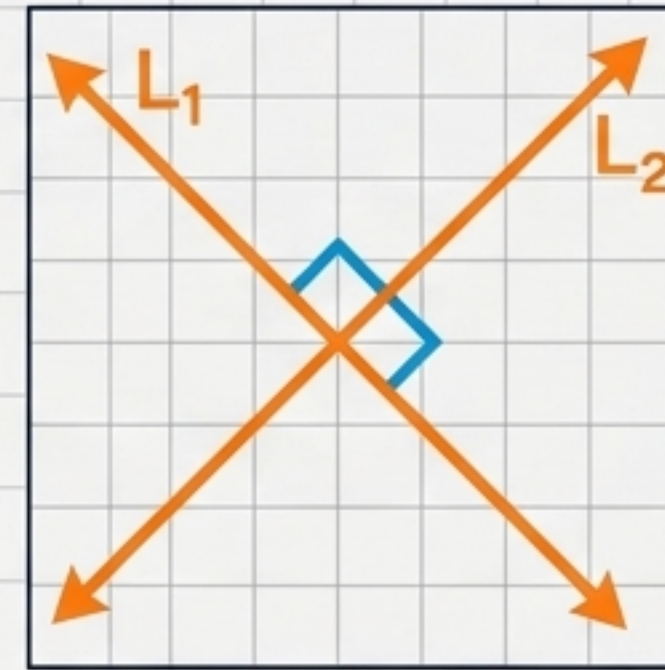
Rectas Paralelas ($L_1 \parallel L_2$)



Son paralelas si y solo si tienen la misma pendiente.

Regla: $m_1 = m_2$

Rectas Perpendiculares ($L_1 \perp L_2$)



Son perpendiculares si y solo si el producto de sus pendientes es -1 .

Regla: $m_1 \cdot m_2 = -1$

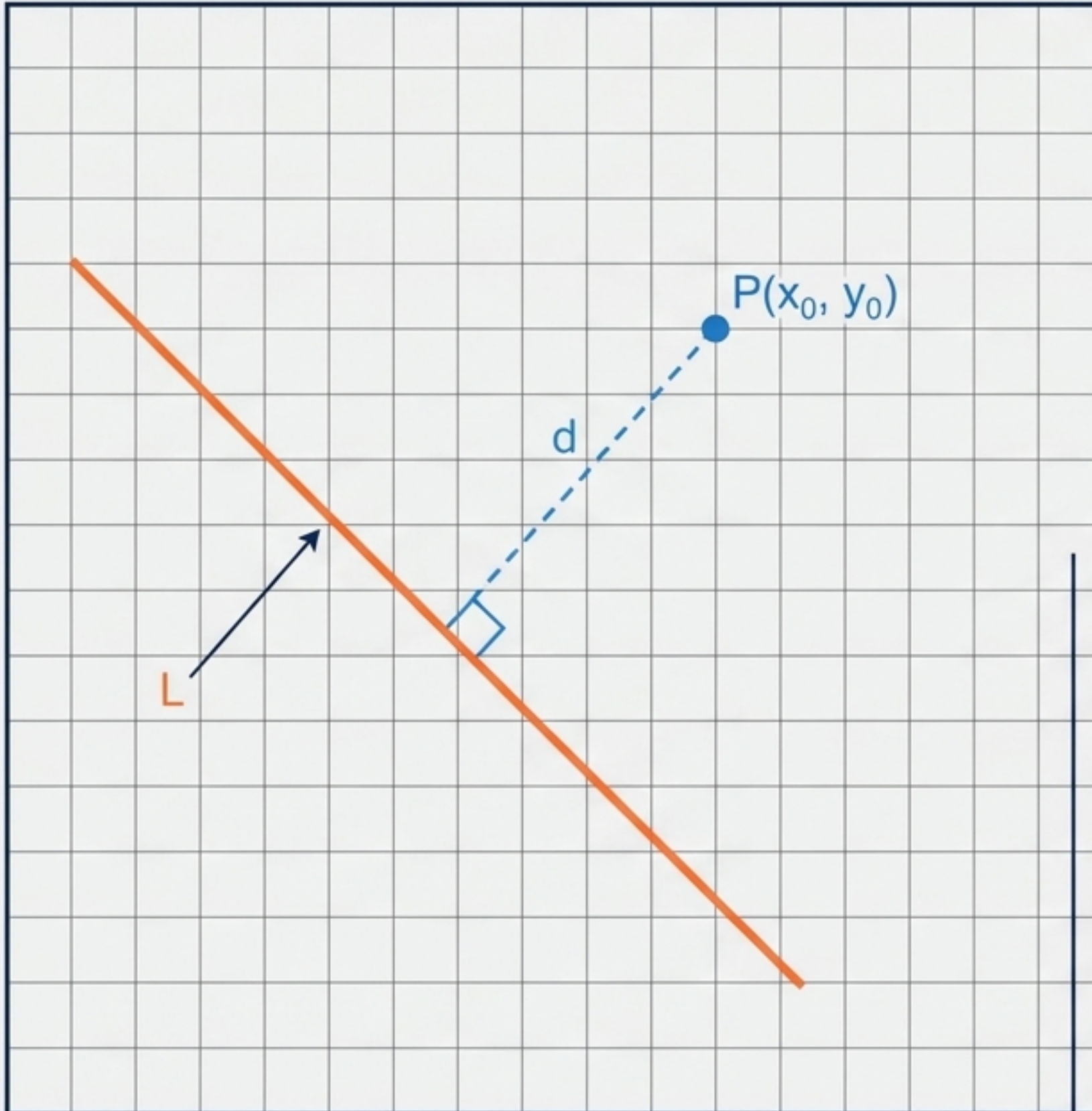
!!!Importante!!! Claves del Sistema

1. El punto de intersección de dos rectas lo obtenemos mediante un sistema de ecuaciones con ambas rectas.
2. Si un punto (x,y) pertenece o 'pasa' por una recta, ese punto se reemplaza x e y en la ecuación de la recta.

Desafíos de Aplicación

1. Ecuación principal de la recta que pasa por $A(1, -2)$ y:
 - **A.** es paralela a $L_1: 5x - 2y + 5 = 0$
 - **B.** es perpendicular a $L_2: 3x + 4y = 7$
2. Valor de k en $kx - (k+1)y + 3 = 0$ para que la recta:
A. pase por $A(2, -3)$ | **B.** sea paralela a $2x - y + 5 = 0$ |
C. sea perpendicular a $-x + y - 8 = 0$
3. Dada $L: (3k-2)x - (k^2-9)y + (3k+5) = 0$. Hallar k para que:
A. pase por el origen | **B.** corte al eje X en 5 | **C.** paralela a $5y + 4x - 10 = 0$ | **D.** perpendicular a $x - 2y = 0$

Distancia Punto-Recta



Dada la recta $L: Ax + By + C = 0$ y un punto exterior $P(x_0, y_0)$, la distancia se calcula como:

Ecuación general Coordenadas del punto

$$\text{Fórmula: } d(L, P) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Valor absoluto Raíz cuadrada

Ejemplo de Cálculo: Distancia desde $L: 3x + 5 = 4y$ al punto $A(-3, 4)$

Paso 1: Ordenar a forma general $\rightarrow L: 3x - 4y + 5 = 0$

Paso 2: Sustituir en la fórmula $\rightarrow d = \frac{|3(-3) + (-4)(4) + 5|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$

Paso 3: Resolver $\rightarrow d = \frac{|-9 - 16 + 5|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|-20|}{\sqrt{25}} = \frac{20}{5}$

Resultado Final: $d = 4$

Kit de Herramientas Geométricas (Resumen de Fórmulas)



Distancia entre Puntos

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



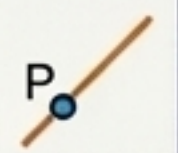
Punto Medio

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$



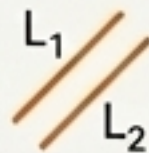
Pendiente (m)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



Ecuación Punto-Pendiente

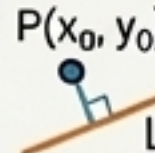
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$



Relaciones de Rectas

Paralelas: $m_1 = m_2$

Perpendiculares: $m_1 \cdot m_2 = -1$



Distancia Punto-Recta

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

