



MANUAL para LABORATORIO de FÍSICA

***No le deseamos éxito...,
lo preparamos para que
lo tenga.***

**Cátedra de Física
2017-2018**



Pertenece a : _____

Nº _____ Curso: _____



CUIDE EL MATERIAL DE LABORATORIO, ES DE TODOS Y PARA TODOS.

**"NO TEMAS IR DESPACIO...
SÓLO TEME NO AVANZAR"**



PRESENTACIÓN

La Física es una ciencia que se preocupa de estudiar aquellos fenómenos que nos rodean y, además, mediante algún tipo de análisis, determinar aquellas relaciones matemáticas que los cuantifican, por ejemplo, caminar, tomar un bolso, empujar un objeto y tantas otras que forman parte de nuestra vida diaria.

Desde comienzos del año 2001, los Profesores de la entonces Cátedra de Física y Mecánica Técnica, actualmente, Cátedra de Física, han realizado un esfuerzo tendiente a entregar a los alumnos un texto simple de apoyo para las Asignaturas de la Cátedra con el propósito de reforzar la labor docente y facilitar el aprendizaje, por parte del cadete, llevándolo a mejorar sus conocimientos previos.

Este Manual se elaboró pensando en entregar algunas herramientas fundamentales necesarias que pertenecen a su malla curricular o son previas a ella, con el propósito de que el Cadete pueda tener un resumen de relaciones, principios físicos y formatos de análisis destinados a la parte práctica relacionada con las Asignaturas de la Cátedra y de otras, cuya finalidad es contribuir al mejor entendimiento de los conceptos y su posterior aplicación en casos supuestos o reales llevados a la contextualización de la Física y, de lograr, en nuestros alumnos, un mejor desarrollo de sus capacidades y destrezas orientadas a optimizar el logro de su actividad profesional futura.

*En general, la asignatura contribuirá al desarrollo integrado de algunas capacidades con sus correspondientes destrezas, tales como: **Orientación Espacio-Temporal** (usar sistemas de referencia, usar instrumentos de medición, coordinar diferentes fuentes de información a la vez), **Razonamiento Lógico** (recopilar sistemáticamente la información, establecer secuencias, formular hipótesis, interpretar la información, establecer valores de verdad), **Resolución de Problemas** (traducir una situación, definir un problema, identificar las variables, comunicar respuestas, graficar y modelar) y **Análisis** (determinar relaciones, interpretar y evaluar).*

*En el contexto valórico, los esfuerzos estarán centrados en procurar que el Cadete internalice valores y actitudes como: **Disciplina** (saber organizarse en el tiempo, ser autoexigente evitando la ley del menor esfuerzo, manifestar perseverancia en el logro de los objetivos propuestos), **Responsabilidad** (cumplir con los deberes y*



*compromisos oportunamente, participar con interés en las actividades propuestas, participar y asumir los deberes colectivos), **Templanza** (utilizar un vocabulario correcto para expresar sus ideas y pensamientos, actuar y tomar las decisiones según criterios racionales, mantener la serenidad y el respeto al defender sus puntos de vista).*

***F**inalmente, a los colegas de la Cátedra de Física que han fortalecido este proyecto y a todos aquellos colegas de otras Cátedras, que creyeron en él y cooperaron con la contextualización mediante la relación inter-cátedras, ya sea, en redacción, contenido u otro, se les agradece su tiempo y dedicación.*

*Karel Yurjević Perin
Jefe Cátedra de Física
Escuela Naval
2017*



Más vale: "querer lo que hace..."

que... "hacer lo que quiera".

Las recopilaciones y el texto del Manual han sido encausados por los Profesores de la Cátedra de Física de la Escuela Naval "Arturo Prat".

*Profesores de la Cátedra de Física
Año 2019:*

*Sra. Damaris Arancibia B.
Srta. Javiera Sánchez E.
Sr. Manuel Plaza B.
Sr. Cristian Romanque A.
Sr. Hector Jaime F.*



INDICE DE CONTENIDOS

CAPÍTULO 1. NÚMERO.....	10
1.1 CONCEPTOS	10
1.1.i.- DEFINICIONES:.....	10
1.2 - APROXIMACIONES / REDONDEO.....	11
1.2.i.- REGLAS BÁSICAS DE APROXIMACIÓN.....	11
1.3 NOTACIONES.....	13
1.3.i.- PREFIJOS.....	13
1.3.ii.- NOTACIÓN CIENTÍFICA.....	14
1.3.iii.- NOTACIÓN INGENIERIL.....	15
1.3.iv.- ORDEN DE MAGNITUD.....	17
1.3.v.- EJERCICIOS:.....	19
CAPÍTULO 2. CANTIDAD FÍSICA.....	23
2.1 UNIDAD DE MEDIDA.....	23
2.2 CANTIDAD Y MAGNITUD FISICA.....	23
2.2.i.- SISTEMAS DE UNIDADES.....	23
2.3 TRANSFORMACION DE UNIDADES DE MEDIDA.....	26
2.3.i.- EL UNO CONVENIENTE.....	26
2.3.ii.- TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES DE MEDIDA	27
2.3.iii.- OPERATORIA CON MAGNITUDES FÍSICAS.....	28
2.4 EQUIVALENCIA DE UNIDADES:	29
2.4.i.- UNIDADES DE LONGITUD.....	29
2.4.ii.- UNIDADES DE MASA	30
2.4.iii.- SISTEMA DE UNIDADES CGS.....	30
2.5 ANÁLISIS DIMENSIONAL.....	31
2.6 EJERCICIOS.....	35
CAPÍTULO 3. MEDICIÓN Y ERROR.....	38
3.1 INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN.....	38
3.1.i.- MEDICIÓN.....	38
3.2 DEFINICIONES.....	39



3.2.i.- PRECISIÓN:	39
3.2.ii.- EXACTITUD:	39
3.3 CIFRA SIGNIFICATIVA.	40
3.3.i.- CIFRAS: CORRECTA y DUDOSA o INCIERTA.	40
3.3.ii.- CIFRA SIGNIFICATIVA.	41
3.3.iii.- OPERACIONES CON CIFRAS SIGNIFICATIVAS.	44
3.4 ERROR.	50
3.5 TIPOS DE ERRORES.	50
3.5.i.- ERRORES ACCIDENTALES.	50
3.5.ii.- ERRORES ALEATORIOS.	50
3.5.iii.- ERRORES SISTEMÁTICOS.....	50
3.5.iv.- REGLAS PARA EXPRESAR UNA MEDIDA Y SU ERROR.	51
3.5.v.- NOTACIÓN DEL ERROR	51
3.6 ERRORES Y CIFRAS SIGNIFICATIVAS.....	52
3.7 DETERMINACIÓN DEL ERROR.	52
3.7.i.- SUMATORIA, conceptos básicos.	52
3.7.ii.- ERROR PARA UNA MEDICIÓN.....	53
3.7.iii.- ERROR PARA UN GRUPO PEQUEÑO DE MEDICIONES ($X < 10$).....	55
3.7.iv.- ERROR PARA UN GRUPO GRANDE DE MEDICIONES ($X > 10$).....	57
CAPÍTULO 4. EL MODELO Y SU BÚSQUEDA.	64
4.1 RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN.....	64
4.2 SISTEMA DE REFERENCIA.	64
4.3 GENERALIDADES EN LA CONFECCIÓN DE GRÁFICOS.....	65
4.4 LA ROSA DE MANIOBRAS	68
4.5 EQUIVALENCIAS EN UN SISTEMA DE REFERENCIA:	72
4.6 TABULACIÓN DE INFORMACIÓN Y GRÁFICA.	73
4.6.i.- IDENTIFICACIÓN DE CURVAS.....	74
4.7 FUNCIONES ALGEBRAICAS A USAR (curvas algebraicas)	74
CAPÍTULO 5. ANEXOS.	104
5.1 EL ESTUCHE.....	105
5.2 TRIGONOMETRÍA.	106
5.3 POTENCIAS DE 10 Y PREFIJOS.	108
5.4 LOGARITMOS, PROPIEDADES.....	110
5.5 INFORME DE LABORATORIO, ELABORACIÓN.....	112
5.6 MÉTODO CIENTÍFICO.....	115



5.7 VECTOR Y FASOR.....	116
5.8 CÓDIGO DE COLORES EN LAS RESISTENCIAS	121
5.9 ALGUNAS UNIDADES DE MEDIDA Y TRANSFORMACIONES DE UNIDADES.....	123
ANOTACIONES:.....	131
ÍNDICE ALFABÉTICO	132



CAPÍTULO N°1: NÚMERO.



CAPÍTULO 1. NÚMERO.

1.1 CONCEPTOS

1.1.i.- DEFINICIONES:

a) DÍGITO:

La palabra "dígito" proviene del latín "digitus" (dedos) y tiene relación con los números porque los diez dedos vienen a representar a los dígitos del sistema decimal. En nuestro caso, corresponde a un "guarismo" o símbolo matemático que representa una cantidad. Existen 10 dígitos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

b) CIFRA:

Tiene relación con la posición de un dígito dentro de un número (por ejemplo, en un sistema decimal: unidad, decena, centena, etc.).

c) NÚMERO:

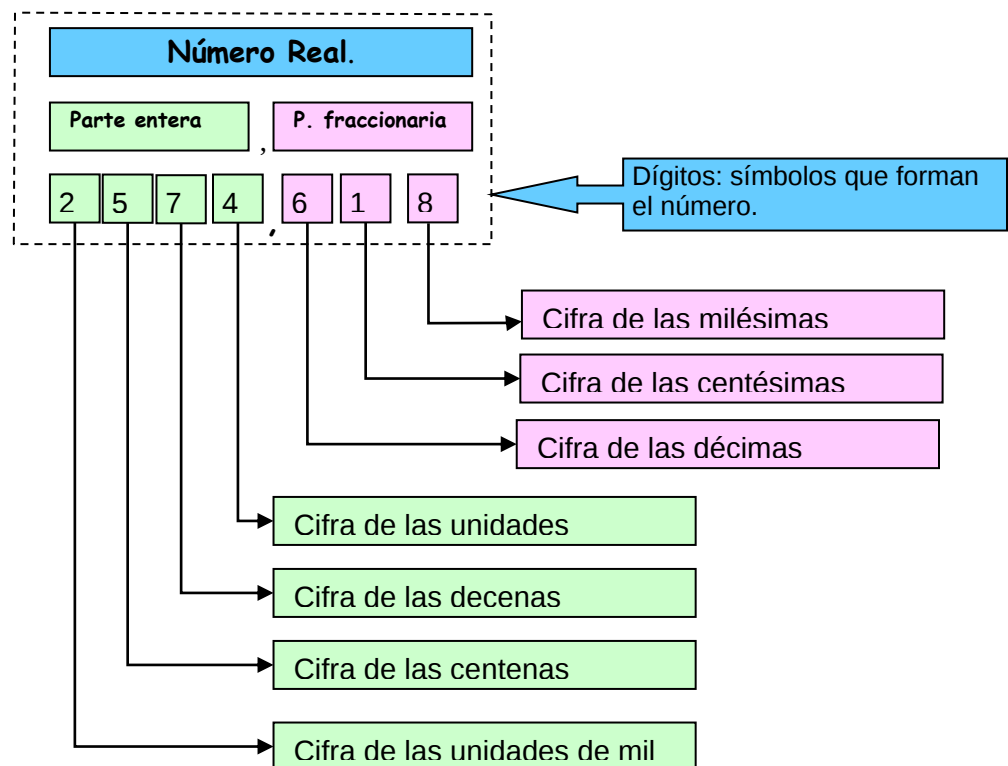
Se compone de uno o más dígitos ubicados según una posición identificada por la cifra. La agrupación de varios dígitos forma un número real.

Existen algunos tipos de numerales que representan el mismo valor numérico y son ocupados en diversos casos:

- Numerales arábigos: 1, 2, 3, 4, ...
- Numerales romanos: I, II, III, IV, ...

1.1.ii.- MAGNITUD:

Corresponde a un número real que indica cantidad de algo por ejemplo: tamaño, longitud.





Ejemplo:

Escribir la cantidad de dígitos que posee el número dado e indicar la ubicación de la cifra subrayada:

- a) 1234567,89... Tiene 9 dígitos; el "6" se ubica en la cifra de las decenas.
- b) 0,00003..... Tiene 6 dígitos; el "3" se ubica en la cifra de las cienmilésimas.
- c) 8,0001 Tiene 5 dígitos; el "8" se ubica en la cifra de las unidades.

1.2 - APROXIMACIONES / REDONDEO.

En general, aproximar es acercar, poner a menor distancia un objeto. En matemáticas, involucra la determinación de un valor cercano al valor exacto.

El redondear es un proceso mediante el cual se eliminan cifras significativas para obtener un valor que permita facilitar los cálculos, pero, el resultado puede variar considerablemente respecto al valor real.

En el "Manual de Laboratorio" se considerarán como equivalentes los términos redondear y aproximar.

1.2.i.- REGLAS BÁSICAS DE APROXIMACIÓN.

Para aproximar un número a "n" decimales, elimine todos aquellos dígitos que se encuentran a la derecha del dígito ubicado en la posición "n", tomando en cuenta lo siguiente:

- a) CASO I: Si el primero de los dígitos despreciados es menor que 5, dejar como están los "n" primeros dígitos. Ej. Redondear a la cifra de las diez milésimas el número 0,6537251:

Se asocia una letra, denominada variable, para identificar el número dado:

$$N = 0,6537251$$

*Al entregar la cantidad "aproximada" se cambia el signo **igual** ("=") por el de **aproximado** ("~").*

$$N \sim 0,6537$$

- b) CASO II: Al solicitar aproximar a la cifra "n", si el primer dígito despreciado excede a 5, debe aumentarse en "1" el dígito ubicado en la posición "n": Ej. Redondear a la cifra de las diez milésimas el número 0,6537651:

$$A = 0,6537651$$

$$A \sim 0,6538$$

- c) CASO III: Cuando se solicita aproximar a la cifra "n", si el primer dígito despreciado es exactamente 5 y le siguen otros **distintos de cero** entre los despreciados, debe aumentarse



en "1" (uno) el dígito ubicado en la posición "n". Ej. Redondear a la cifra de la milésima el número 3,4925341:

$$R = 3,492\underline{5}341.$$

$$R \sim 3,49\underline{3}.$$

d) CASO IV: Si el primer dígito despreciado, después de la posición "n", es exactamente 5 y el resto de los despreciados **son cero** debe considerar lo siguiente:

(d.a). Si el dígito conservado (posición "n") es par, éste se deja tal como está. Ej. Redondear a la cifra de la milésima el número 3,492500:

$$P = 3,492\underline{5}00$$

$$P \sim 3,49\underline{2}.$$

(d.b). Si el último dígito conservado (posición "n") es impar, éste se incrementa en una unidad. Ej. Redondear a la cifra de la milésima el número 3,49350:

$$D = 3,493\underline{5}0$$

$$D \sim 3,49\underline{4}.$$

e) CASO V: Cuando se aproxima una cantidad que tiene cifras decimales a una cantidad con "cero" cifras decimales (sólo con cifras enteras), debe colocarse una "coma: ," para indicar que se aproximó. "NO DEBE AGREGARLE CEROS". En general se habla de escribir el número aproximado a la cifra de las unidades. Ej.:

$$H = 6,\underline{38745} \approx 6,$$

$$E = 4,\underline{78543} \approx 5,$$

$$K = 0,\underline{43} \approx 0,$$

$$S = 0,\underline{63} \approx 1,$$

f) CASO ESPECIAL: En el desarrollo del curso y en este texto consideraremos el siguiente acuerdo para las reglas de aproximación:

(f.a). Si un número tiene más decimales de los que se han indicado, se agregará al final "puntos suspensivos". Por ejemplo: $D=46,27946\dots$

(f.b). Si un número NO tiene más decimales de los que se han indicado, asumiremos que después viene un "cero". Por ejemplo: $E=46,27946$ equivale a $E=46,279460$



1.3 NOTACIONES.

Los números pueden escribirse con infinitos dígitos representando alguna magnitud. Para abreviar la escritura del número, se utilizan las potencias de 10 y también, un nombre asociado a ella (en algunos casos) que recibe el nombre de prefijo.

1.3.i.- PREFIJOS

Elemento (morfema¹) que se antepone a una palabra para modificar su significado. En el caso de las potencias de 10, se está indicando un **factor** por el cual se debe multiplicar la magnitud indicada.

Factor multiplicador	Potencia	Prefijo	Símbolo
1.000.000.000.000.000	10^{18}	Exa	E
1.000.000.000.000	10^{15}	Peta	P
1.000.000.000.000	10^{12}	Tera	T
1.000.000.000	10^9	Giga	G
1.000.000	10^6	Mega	M
1.000	10^3	kilo	k
100	10^2	Hecto	h
10	10^1	Deca	da
0,1	10^{-1}	deci	d
0,01	10^{-2}	centi	c
0,001	10^{-3}	mili	m
0,000.001	10^{-6}	micro	μ
0,000.000.001	10^{-9}	nano	n
0,000.000.000.001	10^{-12}	pico	p
0,000.000.000.000.001	10^{-15}	femto	f
0,000.000.000.000.000.001	10^{-18}	atto	a

Obs.:

- En las cantidades decimales, de la columna del factor multiplicador, se incorporó un punto en la parte decimal con el propósito de facilitar, visualmente, la relación entre la forma decimal y la potencia de diez que la representa.
- Todos los prefijos que representan a las potencias de 10 con exponentes negativos, se anotan con minúscula. Además, se escriben con minúscula los prefijos que representan a las potencias positivas de 10 menores o igual a 10^3 (kilo: "k"; Hecto: "h"; Deca: "da").
- Existe otra base, Sistema Binario, en que el prefijo "kilo" equivale a $1024 = 2^{10}$. La base binaria se ocupa normalmente en todo lo que tiene relación con el almacenamiento de datos electrónicamente. Por ejemplo: 12[kb], 5[Mb], 3[Gb], 1[Tb], etc.

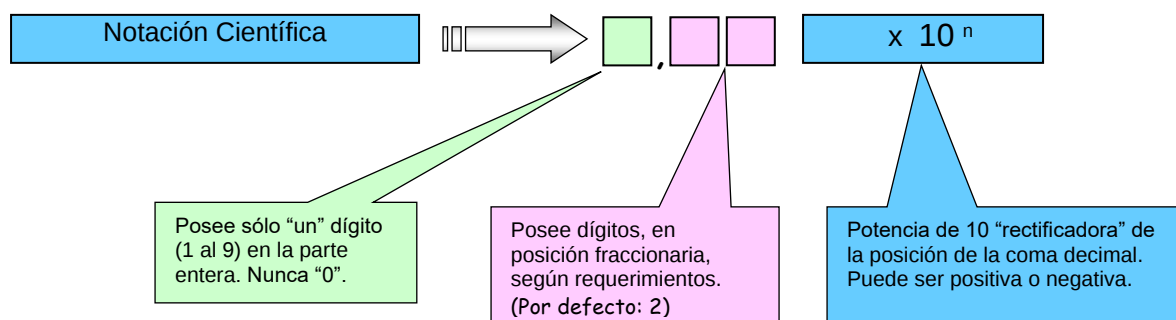
¹ Morfema: mínima unidad lingüística con significado.



1.3.ii.- NOTACIÓN CIENTÍFICA.

En general, corresponde a una forma de notación numérica que permite escribir una cantidad muy grande o pequeñísima (ambas tienen muchos "ceros"), como producto de un número (con una parte entera y la otra con decimales), y una potencia adecuada de 10.

Para transformar un dato a notación científica, debe anotarlo con una cifra entera (sólo la cifra de las unidades; dígitos: 1 al 9) y acompañarlo, por lo general, de 2 cifras decimales que corresponden a la mejor aproximación que pueda efectuarse.



La notación científica tiene el siguiente formato:

$$A, B \times 10^n$$

Donde:

- A:** Se anota un dígito entre 1 y 9 (ambos inclusive, nunca "0")
- B:** Corresponde a una cantidad decimal que dependerá del tamaño de las magnitudes y la exactitud de la medición (involucra la precisión del instrumento de medida - ver cifras significativas).
- n:** exponente de la base "10" que permite mantener el valor real del número que se ha escrito en el formato de notación científica. Su valor puede ser negativo, cero o positivo.

Ejemplo:

Número	→	Notac. Científ.
0,000456	→	$4,56 \times 10^{-4}$
893561,	→	$8,94 \times 10^{+5}$
0,00003592	→	$3,59 \times 10^{-5}$
46158,56	→	$4,62 \times 10^{+4}$
6,0	→	$6,0 \times 10^0$

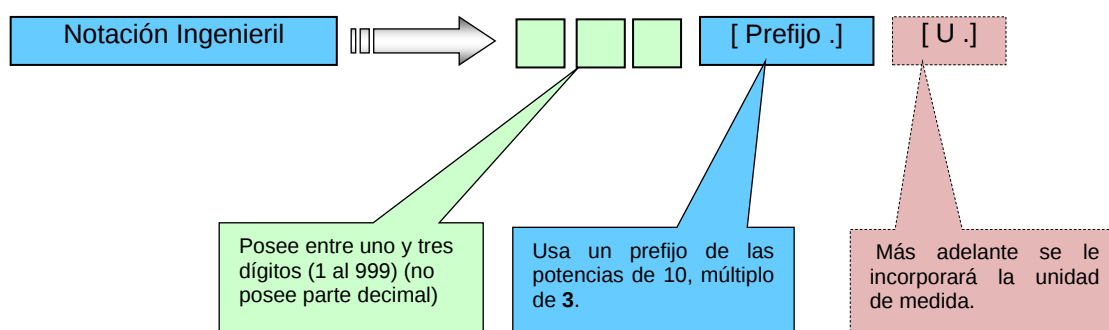
Nota: si no se especifica otra forma, el número se escribe aproximándolo hasta la cifra de las centésimas (dos cifras decimales).

1.3.iii.- NOTACIÓN INGENIERIL.

En determinadas ocasiones, las magnitudes a escribir requieren de una aproximación grande lo que lleva a escribirlas con la notación denominada "ingenieril". Este tipo de notación tiene la particularidad de ocupar las potencias de 10 ocupando solamente los múltiplos de 3, tales como: 10^{-3} , 10^0 , 10^3 , 10^6 .

La escritura de un número en notación ingenieril involucra considerar lo siguiente: se debe escribir un número entero (menor que mil: uno, dos o tres dígitos) acompañado de un prefijo de la respectiva potencia de 10 múltiplo de tres (10^{3n}).

En la Notación Ingenieril no se consideran los decimales (salvo alguna indicación especial), debiendo ocupar las correspondientes reglas de aproximación.



Observación: La unidad de medida que acompañe al prefijo deberá pertenecer al Sistema Internacional de unidades de medida, salvo, se indique otra cosa.

Observaciones:

El símbolo " $\approx$ " se lee: "se aproxima a", "es aproximadamente igual a".

Considere que el símbolo: "m" representa un "mili" y se escribe matemáticamente 10^{-3} .

Ejemplos: Escribir en notación ingenieril las siguientes cantidades:

1) Número $N = 2583,8 \times 10^4 = 2,583 \times 10^3 \times 10^4 = 2,6 \times 10^7$.

Como 10^7 tiene exponente "7", el cual no es múltiplo de "3", debe ubicarse una combinación adecuada que permita generar un número entero de a lo más tres cifras y cuya potencia de 10 sea múltiplo de "3". El prefijo conocido más cercano es 10^6 y corresponde a Mega (M), por lo que se puede anotar lo siguiente:

$$N = (2,6) \times 10^7 = (26 \times 10^{-1}) \times 10^7 = 26 \times 10^{-1+7} = 26 \times 10^6$$

De donde, el número, en notación ingenieril, se escribirá:

$$N = 26 \text{ M.}$$

2) Número $A = 0,0045 = 4,5 \times 10^{-3} \approx 4 \text{ m,}$

3) Número $B = 48,999 \times 10^5 = 4,899 \times 10^1 \times 10^5 = 4,899 \times (10^{1+5})$



$$B = 4,899 \times 10^6 \approx 5 \text{ M}$$

4) Número $C = 0,573 \times 10^6 (\text{m}) = 573 \times 10^{-3} \times 10^6 \times 10^{-3} = 573 \times 10^{-3+6-3}$
 $C = 573 \times 10^0 = 573.$

5) Número $N = 3,08 \times 10^{-2} [\text{s}] = 3,08 \times \boxed{10^{+1} \times 10^{-1}} \times 10^{-2} [\text{s}] = 30,8 \times 10^{-3} [\text{s}] \approx 31 [\text{ms}].$

Obs.: En el ejemplo (5) se aprecia el **artificio** de “multiplicar por 1”, para acomodar el número a la forma de escritura deseada o solicitada. El proceso aplicado lo denominaremos “método del uno conveniente”.

Ejercicios:

Escriba en notación ingenieril las siguientes cantidades (considere que los prefijos indicados corresponden a: $k = 10^3$ y $n = 10^{-9}$; no se indican unidades de medida en los ejemplos).

6) Número $D = 375,006 \times 10^7$

7) Número $E = 0,0005683 \text{ k}$

8) Número $F = 2476,23008 \text{ n}$



1.3.iv.- ORDEN DE MAGNITUD.

En muchas ocasiones, no interesa conocer exactamente el valor de la magnitud medida, sino, interesa solamente ubicar el "rango" donde se ubica esa cantidad. En tales casos se habla de "orden de magnitud" y serán aquellos en los cuales solamente interesa saber la potencia de diez del número escrito en notación científica (un entero acompañado de algunos decimales más una potencia de diez). Como nuestro sistema es el decimal, se compara con las potencias de diez como referencia.

"En el orden de magnitud de un número interesa la potencia de 10 más próxima a éste"

Estrategia: Considere un número cualquiera:

- (i) Escriba el número en notación científica.
- (ii) Si el multiplicador es menor que 3,162 (la raíz cuadrada de diez), el orden de magnitud del número es la potencia de diez en la notación científica. Si el multiplicador es mayor que 3,162. El orden de magnitud es uno más grande que la potencia de diez en la notación científica.
- (iii) Escriba el orden de magnitud (OM) a partir de la potencia de 10 obtenida.

$$N=0,0002539$$

$$(i) N= 2,539 \times 10^{-4}$$

$$(ii) 2,539 < 3,162 \rightarrow \text{próximo a}$$

$$10^0$$

$$(iii) 10^0 \times 10^{-4} = 10^{-4} \text{ por lo tanto el}$$

OM será: 10^{-4} .

$$P=0,007241$$

$$(i) P= 7,241 \times 10^{-3}$$

$$(ii) 7,241 > 3,162 \rightarrow \text{próximo a}$$

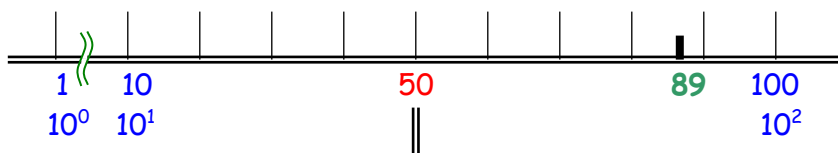
$$10^1$$

$$(iii) 10^1 \times 10^{-3} = 10^{-2} \text{ por lo tanto el}$$

OM será: 10^{-2} .

Ejemplo:

- El orden de magnitud de 89 es 10^2 debido a que se encuentra ubicado entre 10 y 100, pero más cerca de 100, o sea, 10^2 .



$$\text{donde: } 89 = 8,9 \times 10^1$$

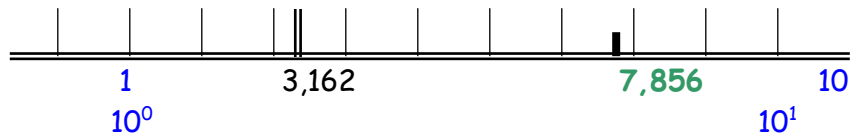
$$\text{pero } 8,9 \approx 10^1$$

$$\text{luego: } 89 = 8,9 \times 10^1 \approx 10^1 \times 10^1 = 10^2.$$

Por lo tanto, el orden de magnitud es 10^2 .

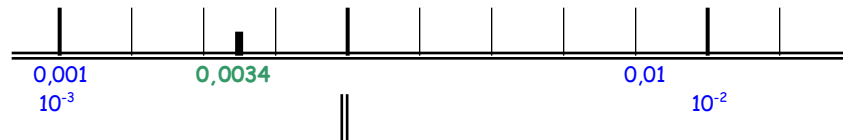


- El orden de magnitud de 7856 es 10^4 debido a que se encuentra ubicado entre 1.000 y 10.000, pero más cerca de 10.000, lo que se puede escribir como $7,856 \times 10^3$, pero, como "7" se encuentra más cercano de "10", se puede aproximar a 10^1 , luego, queda la expresión $7,856 \times 10^3 \approx 10^1 \times 10^3 \approx 10^4$, luego, su orden de magnitud es 10^4 .



donde: $7856 = 7,856 \times 10^3 \approx 10^1 \times 10^3 \approx 10^4$

- Determine el orden de magnitud de 0,0034. Análogamente, 0,0034 se puede escribir como $3,4 \times 10^{-3}$, luego, su orden de magnitud es 10^{-3} .



donde: $0,0034 = 3,4 \times 10^{-3} \approx 10^{-3}$

- Considere el número $H=62300$. $\rightarrow H = 62300 = 6,23 \times 10000$
 $H = (6,23) \times 10^4 \approx (10^1) \times 10^4$

Luego, el orden de magnitud de H es: 10^5

- Considere el número $M = 0,00002$. $\rightarrow 0,00002 = \frac{2}{100000} = \frac{2}{10^5} = 2 \cdot 10^{-5}$

Por lo tanto, el orden de magnitud de M es: 10^{-5}

- Realice la operación y determine el orden de magnitud: $G = 0,0021 \times 30000000$.

$$G = (2,1 \times 10^{-3}) \times (3 \times 10^7) = (2,1 \times 3) \times (10^{-3} \times 10^7) = 6,3 \times 10^{+4} \approx 10^1 \times 10^4$$

De donde se obtiene que el orden de magnitud de G es 10^5 .



1.3.v.- EJERCICIOS:

a) Complete la siguiente tabla escribiendo en la notación indicada.

Número	Cantidad de dígitos	Notación científica	Notación ingenieril	Orden de magnitud
108,555				
690000				
0,00345				
0,00000005500				
896000000000				

b) Aproxime, partiendo siempre del número original, según se indica.

Número original	Aproxime a la cifra de la centésima	Aproxime a la cifra de la milésima	Aproxime a la cifra de la millonésima
345,6785002			
34,007899			
1239,0345000			
0,124500			
56,798265			



c) Escriba el número sin la potencia de "10" y aproximar **al entero** correspondiente.

Ejemplo: $3,4 \times 10^{+5} = 340.000$

1) $A = 2 \times 10^{+3} =$ _____

2) $B = 1,2 \times 10^{+6} =$ _____

3) $C = 7,5 \times 10^{-1} =$ _____

4) $D = 8 \times 10^{-5} =$ _____

Resp.: A=2000; B=1200000; C=1,; D = 0,

d) Escriba, los números siguientes en notación científica, aproximando a la cifra de las centésimas.

1) $A = 382 =$ _____

2) $B = 21.200 =$ _____

3) $C = 62.000.000 =$ _____

4) $D = 0,042 =$ _____

5) $E = 0,756 =$ _____

6) $F = 0,0000698 =$ _____

Resp.: A= $3,82 \times 10^2$; B= $2,21 \times 10^4$; C= $6,20 \times 10^7$; D = $4,2 \times 10^{-2}$; E = $7,56 \times 10^{-2}$; F= $6,98 \times 10^{-5}$

e) Complete los espacios, indicados con un paréntesis cuadrado, para que se cumpla la igualdad.

1) $3.558.000 = 35,58000 \times 10^{[\quad]} = 3558 \times 10^{[\quad]}$

2) $0,0234 = 234 \times 10^{[\quad]} = 0,000000234 \times 10^{[\quad]}$

3) $12,2 = 122 \times 10^{[\quad]} = 1.220 \times 10^{[\quad]} = 0,122 \times 10^{[\quad]}$

4) $300 \times 10^3 = 300.000 \times 10^{[\quad]} = 0,0003 \times 10^{[\quad]}$



f) Efectúe las siguientes operaciones y escriba el resultado en notación científica.

1) $W = 2,8 \times 10^3 + 3,5 \times 10^2 =$

2) $X = 34,1 \times 10^{-4} + 3,5 \times 10^{-2} =$

3) $Y = 44 \times 10^5 - 235 \times 10^8 =$

4) $Z = 5,55 \times 10^{-1} - 3500 \times 10^2 =$

g) Efectúe las operaciones indicadas en la primera columna y, en las columnas siguientes, exprese el resultado: **(a)** en notación científica, manteniendo todos los dígitos, **(b)** en notación ingenieril y **(c)** orden de magnitud:

Cantidad a calcular	(a)	(b)	(c)
$R = (3,4 \times 10^2) \times (1,02 \times 10^5)$			
$S = (6,9 \times 10^{15}) \times (7,2 \times 10^{-11})$			
$T = (2 \times 10^6) \times (4 \times 10^{-2})$			
$N = \frac{-5,64 \times 10^{10}}{2,82 \times 10^4}$			
$M = \frac{10^{-15}}{8 \times 10^{-11}}$			
$P = \frac{2,2 \times 10^2 \times 4,8 \times 10^{-3}}{1,2 \times 10^4}$			



CAPÍTULO N°2: CANTIDAD FÍSICA.



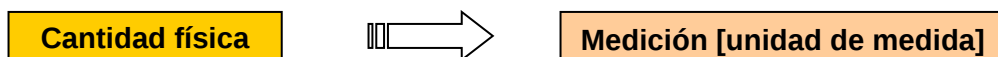
CANTIDAD FÍSICA.

1.4 UNIDAD DE MEDIDA.

Nombre que reciben las diferentes magnitudes físicas según el patrón de medición que se esté usando. Cada unidad de medida, de un mismo tipo, se agrupa en un conjunto de unidades denominado "Dimensión".

1.5 CANTIDAD Y MAGNITUD FÍSICA.

Una "Cantidad Física" es toda propiedad de un sistema susceptible de ser medido. Al valorizar² esa cantidad física, se obtiene una "Magnitud Física". La magnitud física se representa mediante una cantidad acompañada de la correspondiente unidad de medida anotada entre paréntesis corchete.



Ejemplo:

La **rapidez** de crucero de una nave es **20[Nudos]**.

Cantidad física: **Rapidez**.

Dimensión física: **LT⁻¹** (**L**ongitud / **T**iempo).

Magnitud física: **20 [Nudos]**.

1.5.i.- SISTEMAS DE UNIDADES.

La Física como toda Ciencia Experimental, requiere establecer relaciones entre diferentes tipos de magnitudes, para ello se ajusta a nomenclaturas internacionales (indicado más adelante). Para la Física, una cantidad no tiene sentido si no va acompañada de una unidad de medida que identifique el tipo de magnitud a que se refiere, es como el "apellido" para una persona.

En Física existen unidades de medidas denominadas **fundamentales** (básicas) y **derivadas** (compuestas).

² Valorizar corresponde a asignar un valor numérico obtenido por cálculo algebraico o por la utilización de algún instrumento de medida adecuado.



a) UNIDADES FUNDAMENTALES.

Según reuniones entre 1954 a 1971 de la Conferencia General de Pesas y Medidas, se estableció que las unidades fundamentales en el Sistema Internacional de Unidades (S.I) son:

Tabla N°1: Unidades de magnitudes físicas fundamentales.

CANT. FÍSICA FUNDAMENTAL	SISTEMA INTERNACIONAL (SI) M.K.S		C.G.S	
	Nombre	Símbolo	Nombre	Símbolo
Longitud.	Metro	m	Centímetro	cm
Masa.	Kilogramo	kg	Gramo	g
Tiempo.	Segundo	s	Segundo	s
Temperatura	Kelvin	K		
Cantidad de sustancia	Mol	mol		
Intensidad luminosa	Candela	cd		
Corriente eléctrica	Ampere	A		

Tabla N°2: Otro sistema de unidades utilizado es el sistema inglés:

CANT. FÍSICA FUNDAMENTAL	SISTEMA INGLÉS	
	Nombre	Símbolo
Longitud.	Yarda	yd
Masa.	Libra	lb
Tiempo.	Segundo	s

b) UNIDADES DERIVADAS:

Las unidades derivadas corresponden a combinaciones de las unidades fundamentales y definen conceptos más complejos dentro de la física.

Tabla N°3: Algunas magnitudes físicas derivadas:

CANT. FÍSICA DERIVADA	SISTEMA INTERNACIONAL (SI)
	Símbolo[unidad]
Volumen	V [m ³]
Rapidez	v[m/s]
Fuerza	F[N]
Energía cinética	K[J]



Obs: Las unidades de medida referidas al nombre de un científico, siempre van con mayúscula. En la tabla se muestran algunas de ellas:

Unidad de	Apellido	Identificador
Fuerza	Newton	[N]
Energía	Joule	[J]
Temperatura	Kelvin	[K]
Intensidad de corriente	Ampère	[A]

Obs: En navegación se utiliza la "milla náutica", [MN], para expresar distancias.

$$\text{Equivalencia: } 1 \text{ [MN]} = 1.852 \text{ [m]}$$

c) NOMENCLATURA:

Se utilizará el símbolo "[xx]" (paréntesis de corchete) para identificar las unidades de medida de las magnitudes físicas. Ejemplo: $6[\text{kg}]$, $12\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$, $1,8\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$. Esta notación es para **no confundir** la magnitud numérica con la unidad de medida, por ejemplo: si se escribe "m m", puede interpretarse como "milímetros, [mm]" en vez de $\text{m}[\text{m}]$, que sería "m [metros]".

Obs.: Para expresar las unidades de medida de una magnitud desconocida "Z", se usará el nombre de la variable entre corchetes, por ejemplo: para expresar "La unidad de medida de la magnitud Z", se anotará "[Z]". Una vez realizado el análisis dimensional (tema a tratar más adelante) de la situación, se establecen las unidades de medida que conformarán a la transitoria "[Z]".

Ejemplos:

a) Se tiene que $T = \frac{d}{r}$, determine la unidad de medida de T, si $d[\text{m}]$, $r\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$.

$$[T] = \frac{[d]}{[r]} \Rightarrow [T] = \frac{[\text{m}]}{\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]} = \frac{[\text{m} \cdot \text{s}]}{[\text{m}]} = [\text{s}]$$

b) Se tiene que $S = \frac{G \cdot H}{C^2}$, determine la unidad de medida de S, si

$$G[\text{kg}], H\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right], C\left[\frac{\text{m} \cdot \text{s}}{\text{kg}}\right].$$

c) ¿Qué diferencia hay entre anotar "k[m]" y "[km]"?



1.6 TRANSFORMACION DE UNIDADES DE MEDIDA.

1.6.i.- EL UNO CONVENIENTE

En matemáticas se puede escribir de otra forma una misma cantidad. Por ejemplo, el número "5" puede escribirse como "20/4", debido a la operación efectuada de multiplicar "por uno".

$$5 = 5 \cdot 1 = 5 \cdot \frac{4}{4} = \frac{5 \cdot 4}{4} = \frac{20}{4}$$

En la expresión indicada se ha multiplicado por un "**uno conveniente**" que tiene la forma "4/4".

Esta forma de "modificar" solamente la presentación (NO LA MAGNITUD) de una cantidad, permite hacer alguna otra suposición o simplemente arreglar un número para operarlo con otro de igual denominador. Normalmente para encontrar el uno conveniente en aritmética, se crea una ecuación y se despeja.

Ejemplo: Escribir "8" como expresión fraccionaria con denominador "3".

Tomando en cuenta que todo número entero se escribe como número racional dividiéndolo por "uno", se puede escribir una proporción que permite obtener la ecuación:

$$\frac{8}{1} = \frac{x}{3}$$

Despejando la incógnita, se obtiene

$$x = \frac{3 \cdot 8}{1} = 24,$$

Lo que implica: $\frac{x}{3} = \frac{24}{3} = \frac{8 \cdot 3}{3} = 8 \cdot \frac{3}{3},$

donde el uno conveniente está formado por la fracción "3/3".

Luego, la forma del uno conveniente será: "3/3".

Ejercicios:

Aplicando el uno conveniente, escriba cada cantidad entregada en el formato indicado:

1.- $A = \frac{5}{8}$, con denominador "2"

2.- $B = \frac{2}{3}$, con denominador "4"

3.- $C = 23$, con denominador "5"

Nota: En física, el "uno conveniente" se emplea en la transformación de unidades. Se coloca en el numerador una unidad y en el denominador su equivalente, con lo cual se pueden efectuar los cambios de unidad necesarios para que una expresión dada, quede en un mismo sistema de unidades y poder operar las magnitudes numéricas entre ellas, por ejemplo, para transformar cierta cantidad de "gramos" en "kilogramos":



$$P = 350[g] = 350[g] \cdot \frac{1[kg]}{1000[g]} = \frac{350}{1000} [kg] = 0,350[kg]$$

1.6.ii.- TRANSFORMACIÓN DE UNIDADES DE MEDIDA

Para transformar unidades de medida se utilizará la multiplicación por el "uno conveniente" ("1"). Por ejemplo, si se pide transformar entre las unidades de masa de 3,2 [kg] a libra debe considerar la equivalencia:

$$1[lb] = 0,45[kg] \rightarrow 1[kg] = 2,22[lb]$$

Luego:

$$3,2 \left[\frac{kg}{\cancel{kg}} \times \frac{2,22[lb]}{\cancel{1[kg]}} \right] = 3,2 \times 2,22[lb] = 7,1 [lb]$$

La conversión de unidades de medida se utiliza para transformar todas las unidades de una situación planteada a un mismo sistema de unidades y así, poder manipular los datos conforme a las relaciones matemáticas pertinentes. Todo cálculo efectuado debe ser revisado de modo que las magnitudes siempre tengan unidades de medida correspondientes a un mismo Sistema de Unidades.

Ejemplo:

Transformar a la unidad indicada:

a) $M = 12,33[g]$ a $[kg]$.

Equivalencia a utilizar: $1[kg] = 1000[g]$

Usando el "uno conveniente": $M = 12,33[g] \times \frac{1[kg]}{1000[g]} = 0,01233[kg]$

b) $V = 33 \left[\frac{cm}{s} \right]$ a $\left[\frac{m}{min} \right]$



Equivalencia a utilizar: $1[m] = 100[cm]$; $1[\text{min}] = 60[s]$

Usando el "uno conveniente":

$$V = 33 \left[\frac{cm}{s} \right] \times \left[\frac{1[m]}{100[cm]} \times \frac{60[s]}{1[\text{min}]} \right] = 19,8 \left[\frac{m}{\text{min}} \right]$$

Transforme las siguientes cantidades físicas anotando el desarrollo o procedimiento (identifique el "uno conveniente"). Cuando se trabaja con unidades de medidas equivalentes, se utiliza el símbolo " $\equiv$ ". En nuestro caso obviaremos tal regla para simplificar la notación y utilizaremos el símbolo " $=$ " como consecuencia de una operatoria entre magnitudes.

Considerar que:

$$1[kg] = 1.000[g] \quad 1[\text{min}] = 60 [s] \quad 1[MN] = 1.852[m] \quad 1[m] = 100[cm]$$

$$c) \quad N = 803 \left[\frac{kg \cdot m}{s} \right] \quad a \quad \left[\frac{g \cdot cm}{\text{min}} \right]$$

$$d) \quad R = 550,5 \left[\frac{g \cdot m^2}{s^2} \right] \quad a \quad \left[\frac{kg \cdot cm^2}{\text{min}^2} \right]$$

$$e) \quad T = 0,52 \left[\frac{MN}{\text{min}} \right] \quad a \quad \left[\frac{m}{s} \right]$$

1.6.iii.- OPERATORIA CON MAGNITUDES FÍSICAS

Para sumar o restar cantidades físicas, deben transformarse todas las magnitudes a un mismo tipo de unidades (normalmente se transforma a unidades del SI - MKS):

Ejemplo:

Sume las distancias: 4,5[m], 700[in] y 500[cm] y aproxime a la cifra de las décimas.

$$\begin{aligned} 4,5[m] \text{ (en el SI permanece igual)} & \dots\dots\dots 4,5 [m] \\ 700[in] &= 700 [2,540 \times 10^{-2} m] = 17,78[m] \dots\dots\dots 17,8 [m] \\ 500[cm] &= 500 [1 \times 10^{-2} m] = 5,00[m] \dots\dots\dots 5,0 [m] \end{aligned}$$



Por lo tanto: $4,5[m] + 17,8[m] + 5,0[m] = 22,3[m]$

a) Sume los siguientes tiempos en unidades del S.I.

$$t_1 = 10[\text{min}]; \quad t_2 = 320[\text{s}]; \quad t_3 = 0,03[\text{h}]$$

b) Sume las siguientes masas en unidades del S.I.

$$m_1 = 0,888[\text{T}]; \quad m_2 = 567880[\text{g}]; \quad m_3 = 103[\text{kg}]$$

(T: Tonelada).

1.7 EQUIVALENCIA DE UNIDADES:

1.7.i.- UNIDADES DE LONGITUD

Unidad	cm	m (SI)	km	pulg.	pie	yarda	Milla terrestre
1 cm	1	0,01	0,00001	0,393701	0,0328083	0,0109361	$6,21371 \times 10^{-6}$
1 m (SI)	100	1	0,001	39,3701	3,28084	1,09361	$6,21371 \times 10^{-4}$
1 km	$1,0 \times 10^5$	1000	1	$3,93701 \times 10^4$	3280,4	1093,6	0,621371
1 pulg.	2,54	0,0254	$2,54 \times 10^{-5}$	1	0,08333	0,027778	$1,57828 \times 10^{-5}$
1 pie	30,48	0,3048	$3,048 \times 10^{-4}$	12	1	0,333333	$1,8939 \times 10^{-4}$
1 yarda	91,44	0,9144	$9,144 \times 10^{-4}$	36	3	1	$5,6818 \times 10^{-4}$
1 milla náutica	185200	1852	1,852	79913,39	6076,12	2025,37	115,08
1 milla terrestre	$1,60934 \times 10^5$	1609,34	1,60934	$6,336 \times 10^4$	5280	1760	1

LONGITUD	UNIDAD SI [m]
1 Å (ångström)	$1,000\ 000 \times 10^{-10}$
1 año-luz	$9,460\ 730 \times 10^{15}$
1 braza (fathom)	1,828 800
1 furlong	$2,011\ 680 \times 10^2$
1 micrón	$1,000\ 000 \times 10^{-6}$
1 mil	$2,540\ 000 \times 10^{-5}$
1 milla	$1,609\ 344 \times 10^3$
1 pie	$3,048\ 000 \times 10^{-1}$
1 pulgada	$2,540\ 000 \times 10^{-2}$
1 unidad astronómica (UA)	$1,495\ 979 \times 10^{11}$
1 grillete	25
1 yarda	$9,144\ 000 \times 10^{-1}$



1.7.ii.- UNIDADES DE MASA

Unidad	g	kg (SI)	ton. métr.	onza	Lb	ton. corta
1 gramo	1	0,001	$1,0 \times 10^{-6}$	$3,5274 \times 10^{-2}$	$2,2046 \times 10^{-3}$	$1,1023 \times 10^{-6}$
1 kilogramo	1000	1	0,001	35,274	2,2046	$1,1023 \times 10^{-3}$
1 ton. métr.	$1,0 \times 10^{+6}$	1000	1	$3,5274 \times 10^{+4}$	2204,6	1,1023
1 onza	28,349	$2,8349 \times 10^{-2}$	$2,8349 \times 10^{-5}$	1	0,0625	$3,1250 \times 10^{-5}$
1 libra	453,59	0,45359	$4,5359 \times 10^{-4}$	16	1	$5,0000 \times 10^{-4}$
1 ton corta	$9,0718 \times 10^{+5}$	907,18	0,90718	$3,2000 \times 10^{+4}$	2000	1

1.7.iii.- SISTEMA DE UNIDADES CGS.

Existen otros sistemas de unidades, tales como: sistema Anglosajón (toma como magnitudes fundamentales la longitud, la fuerza, el tiempo y la temperatura), el sistema Técnico (toma como magnitudes fundamentales la longitud, la fuerza, el tiempo y la temperatura; $1[\text{kilopondio}] = (1[\text{Kp}] = 9,8[\text{N}])$ y segundo) o el Sistema Cegesimal (utiliza el centímetro, el gramo, el segundo como unidades básicas).

El Sistema CGS es un sistema de unidades basado en el centímetro, el gramo y el segundo. Su nombre es el acrónimo de estas tres unidades.

Magnitud	Nombre	Definición	Equivalencia (S.I.)
Longitud	centímetro	cm	0.01 m
Tiempo	segundo	s	1 s
Masa	gramo	g	$1 \text{ g} = 0.001 \text{ kg}$
Aceleración	gal	$1 \text{ gal} = 1 \text{ cm} / \text{s}^2$	$0.01 \text{ m} / \text{s}^2$
Fuerza	dina	$1 \text{ dina} = 1 \text{ g} \cdot \text{cm} / \text{s}^2$	10^{-5} N
Trabajo, energía	ergio	$1 \text{ erg} = 1 \text{ dina} \cdot \text{cm}$	10^{-7} J
Presión	baria	$1 \text{ baria} = 1 \text{ dina} / \text{cm}^2$	0.1 Pa
Flujo magnético	maxwell	$1 \text{ Mx} = 1 \text{ G} \cdot \text{cm}^2$	10^{-8} Wb
Densidad de flujo magnético	gauss	$1 \text{ G} = 1 \text{ Mx} / \text{cm}^2$	10^{-4} T
Intensidad del campo magnético	oersted	Oe	$(10^3 / 4\pi) [\text{A} / \text{m}]$



1.8 ANÁLISIS DIMENSIONAL.

Las unidades de medida están agrupadas según la dimensión que representan y según el sistema internacional de unidades de medida (indicado en el punto anterior). La tabla muestra las dimensiones para las unidades básicas: metro, kilogramo y segundo.

Tabla: Unidades de medida agrupadas por dimensión.

Cantidad Física	Dimensión	Unidades de medida
LONGITUD	L	m ; km; mm; mi; pie; in; año luz; ...
MASA	M	kg ; gr; slug; libra(masa); ...
TIEMPO	T	s; min; h; año; mes; ...

Efectuar un análisis dimensional significa: establecer una ecuación que permita determinar si existe compatibilidad dimensional entre dos expresiones que se comparan mediante el símbolo de proporcionalidad " $\propto$ ".

Suma o resta: al efectuar el análisis dimensional, para sumar o restar dos cantidades, éstas deben tener las mismas dimensiones, es decir, sus unidades de medida deben ser "equivalentes" (debería efectuarse la correspondiente transformación de unidades para dejarlas en un mismo sistema, por lo general, MKS). En general, se dice que deben tener las mismas dimensiones y sus correspondientes unidades de medida en un mismo sistema para efectuar una operación como la adición o la sustracción. Por ejemplo, la expresión:

$$\left[\frac{\text{longitud}^2}{\text{tiempo}} \right] = \frac{[\text{longitud}]}{[\text{tiempo}]} \cdot [\text{longitud}] + [\text{longitud}^3] \cdot \frac{[\text{tiempo}]}{[\text{longitud}] \cdot [\text{tiempo}^2]},$$

tiene dimensiones equivalentes en cada sumando. Por ejemplo, en la expresión:

$$A \left[\frac{\text{Km}^2}{\text{s}} \right] = B \frac{[\text{m}]}{[\text{s}]} \cdot C[\text{cm}] + D[\text{milla}^3] \cdot E \frac{[\text{ft}]}{[\text{m}] \cdot [\text{h}^2]},$$

las dimensiones en cada sumando son equivalentes y solamente debe efectuarse una transformación de unidades para poder operar con ellas. La operación suma o resta exige que las unidades de medida de cada sumando sean iguales.



Ejercicio 1:

En la tabla dada a continuación se entrega un listado de magnitudes físicas con la ecuación que relaciona las variables involucradas en ese concepto. Usted debe completar las columnas en blanco. Utilice unidades en sistema MKS o cgs.

Magnitud Física	Ecuación	Unidad de medida	Dimensión
Rapidez	$v = \frac{d}{t}$	$\left[\frac{m}{s}\right]$	Dim(v)=LT ⁻¹
Aceleración	$a = \frac{v}{t}$	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$	
Volumen esfera	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$		
Área de rectángulo	$A = a \cdot b$		
Fuerza	$F = ma$	$\left[\frac{kg \cdot m}{s^2}\right]$	
Cantidad de movimiento	$p = m \cdot v$		
Trabajo mecánico	$T = F \cdot d$		
Potencia mecánica	$P = \frac{F}{t}$		
Energía cinética	$K = \frac{1}{2}m \cdot v^2$		
Energía potencial gravitatoria	$U_g = mgh$		
Densidad	$\rho = \frac{m}{V}$		
Momento de inercia de una partícula	$I = MR^2$		
Presión	$P = \frac{F}{A}$		

Ejercicio 2: Compare las dimensiones de las siguientes magnitudes y concluya.

$$A = 4 \left[\frac{m}{s^2}\right] \text{ y } B = 12 \left[\frac{cm}{min^2}\right]; \quad C = 0,5 \left[\frac{kg}{m^2}\right] \text{ y } D = 50 \left[\frac{g}{cm^2}\right].$$



Producto o cociente: al dividir o multiplicar, las unidades asociadas a ellas deben generar (al operarlas) unidades de igual dimensión. Por ejemplo, si se dispone de la relación

$$[longitud] = \frac{[longitud]}{[tiempo]} \cdot [tiempo]$$

Se puede apreciar que las unidades resultantes en ambos miembros de la relación son iguales, pero en el segundo miembro, cada elemento, por sí sólo, no tiene unidades iguales. Lo mismo sucede en:

$$\left[\frac{longitud}{tiempo} \right] \cdot [(tiempo)^2] = [(longitud)(tiempo)]$$

Ejemplo 1: "La frecuencia ($f[1/s]$) de oscilación de una cuerda depende de:

- la longitud ($d[m]$) de la cuerda,
- la fuerza ($F[kg \cdot m/s^2]$) a la cual se encuentra sometida y
- la densidad volumétrica de masa ($\rho[kg/m^3]$).

Determinar, aplicando el análisis dimensional, la dependencia entre las variables".

Solución:

- a) Anotar las unidades de medida de cada elemento y sus correspondientes dimensiones:

MAGNITUD	UNIDAD		DIMENSIÓN
Longitud :	$d[m]$	→	$\dim(d) = L$
Fuerza :	$F[kg \cdot m/s^2]$	→	$\dim(F) = M L T^{-2}$
Densidad :	$\rho[kg/m^3]$	→	$\dim(\rho) = M L^{-3}$
Frecuencia :	$f[1/s]$	→	$\dim(f) = T^{-1}$

- b) Plantear la proporcionalidad:

$$f \propto d^a F^b \rho^c$$

donde: "a", "b" y "c" son las incógnitas que permitirán encontrar la equivalencia.

- c) Anotar la ecuación dimensional (en la que se cambia el símbolo "alfa" por el "igual"):

$$\dim(f) = [\dim(d)]^a [\dim(F)]^b [\dim(\rho)]^c$$

- d) Escribir las dimensiones en la ecuación dimensional:

Reemplazando las dimensiones determinadas en el paso (a):



$$\dim(d)=L$$

$$\dim(F)=MLT^{-2}$$

$$\dim(\rho)=ML^{-3}$$

$$\dim(f)=T^{-1}$$

se escribe la ecuación dimensional:

$$T^{-1} = L^a (MLT^{-2})^b (ML^{-3})^c$$

- e) Para resolver la ecuación exponencial, agregar en el primer miembro de ella, los factores que faltan (M y L); agregar L^0 y M^0 equivale a multiplicar por "1", con lo cual no se altera la expresión original.

$$L^0 M^0 T^{-1} = L^{a+b-3c} M^{b+c} T^{-2b}$$

Desde donde se obtiene el sistema de ecuaciones:

$$\text{para } L \rightarrow 0 = a + b - 3c \quad (1)$$

$$\text{para } M \rightarrow 0 = b + c \quad (2)$$

$$\text{para } T \rightarrow -1 = -2b \quad (3)$$

De (3) se obtiene $b = 1/2$, reemplazándolo en (2) se obtiene $c = -1/2$ y reemplazando todo en (1), se obtiene $a = -2$.

Finalmente, la relación entre las variables es: $f \propto d^{-2} F^{\frac{1}{2}} \rho^{\frac{-1}{2}}$,

lo que se puede escribir:

$$f \propto \frac{1}{d^2} \sqrt{\frac{F}{\rho}}$$

Si desea escribir una "ecuación", debe agregar una constante de proporcionalidad "k", la cual, puede determinarse por las condiciones de contorno del problema o experimentalmente (en laboratorio).

$$f = k \frac{1}{d^2} \sqrt{\frac{F}{\rho}} \quad \text{donde } k = \text{constante.}$$



1.9 EJERCICIOS.

Para cada ejercicio:

- Anote los datos entregados con sus respectivas unidades y dimensiones.
- Escriba la relación de proporcionalidad entre las variables
- Escriba su correspondiente ecuación dimensional.
- Escriba, a partir del análisis dimensional, la ecuación exponencial y resuelva.
- Escriba la relación de proporcionalidad para las variables dadas.
- Escriba una posible ecuación de equivalencia.

1. La variable $P \left[\frac{\text{kg}^2}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \right]$ depende de las variables $Q \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$ y $R \left[\frac{\text{kg}^2}{\text{m}^3} \right]$.

Determine la relación entre las variables.

$$R: P \propto Q^2 R.$$

2. El período “**T**” de las oscilaciones pequeñas de un péndulo depende de su longitud “**L**” y del valor de la aceleración de la gravedad “**g**” donde ésta oscile. Usando el análisis dimensional, encuentre la dependencia entre las variables. Considere las siguientes unidades para las magnitudes indicadas: **T**[s]; **L**[m] y **g**[m/s²].

$$R: T \propto \sqrt{\frac{L}{g}}$$

3. Un cuerpo de masa “**m**[kg]” se mueve a lo largo de una circunferencia de radio “**r**[m]” con rapidez constante “**v**[m/s]”, mediante la acción de una fuerza constante en magnitud denominada fuerza centrípeta “**F**[kg·m/s²]”. A través del análisis dimensional, encuentre la dependencia de **F** con **m**, **r** y **v**.

$$R: F \propto \frac{m \cdot v^2}{r}.$$

4. Efectuando un análisis dimensional, determine la relación existente entre **F**[s³/m²] con las variables: **J**[m s], **t**[kg s] y **h**[s²/kg²].



$$R: F \propto \frac{t^{\frac{5}{2}} \cdot h^{\frac{5}{4}}}{j^2}.$$



CAPÍTULO N°3: MEDICIÓN Y ERROR.



CAPÍTULO 2. MEDICIÓN Y ERROR

2.1 INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN.

Las ciencias llamadas exacta (Física, Química, Astronomía), se basan en la medición de algún fenómeno observado. En otras, en cambio, lo principal es la descripción y la clasificación. Así, la Zoología describe y clasifica los animales y establece "casilleros", para los mamíferos, los vertebrados, etc.

Un instrumento de medición es una herramienta utilizada para obtener la **cuantificación** de un fenómeno observado.

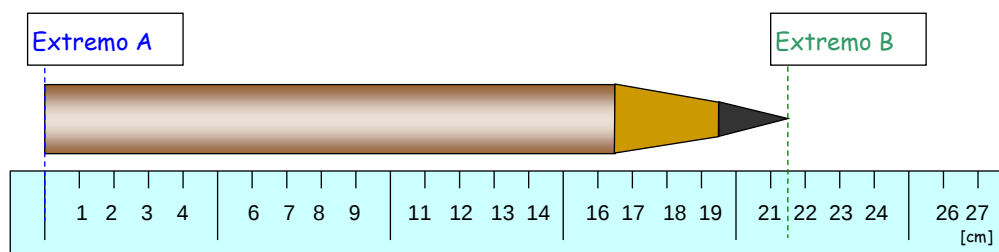


Figura 1: Comparación de longitud con patrón de medida.

2.1.i.- MEDICIÓN.

¿ Qué es Medición?. Es un proceso mediante el cual se cuantifica la observación. Es una técnica por medio de la cual se asigna un número a una cantidad física que resulta de la comparación de dicha magnitud con otra similar, tomada como patrón, la cual se ha designado como UNIDAD PATRÓN.

Hay elementos que pueden medirse, tales como: masa, peso, tiempo, volumen, superficie, temperatura. Todo aquello que puede medirse posee una MAGNITUD³. También existen aquellos que no pueden medirse, por lo tanto, no poseen magnitud; por ejemplo: la verdad o la alegría.

Las magnitudes son de diferente naturaleza; no es lo mismo una longitud que un peso, por ejemplo, carecería de sentido medir la extensión de un terreno en kilogramos o la longitud de una calle en litros. Por tal razón, cada magnitud medida debe ir acompañada de un "apellido" que la identifique, indicando "la familia a que pertenece".

³ Toda MAGNITUD, en Física, corresponde a una cantidad numérica acompañada de una unidad de medida o grupo de ellas.

2.2 DEFINICIONES

2.2.i.- PRECISIÓN:

Es la variación de magnitud más pequeña que puede apreciar el aparato o instrumento de medida. Debe dar resultados iguales al repetir varias veces la medida.

2.2.ii.- EXACTITUD:

Mide la concordancia entre el valor hallado y el valor real de la medida; cuanto más cercano esté del valor real, más exacta será la medida. La exactitud de un instrumento o método de medición está asociada a la calidad de calibración del mismo.

Una medida puede ser precisa, pero inexacta. Lo ideal es que sea precisa y exacta.

Resumen:

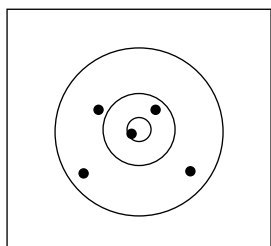
Preciso: Valores concentrados.

No preciso: Valores muy dispersos.

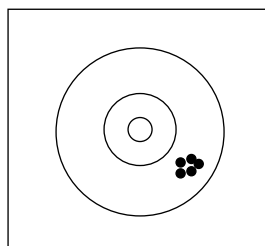
Exacto: Promedio corresponde al valor real o cercano a él.

Inexacto: Promedio lejos del valor real.

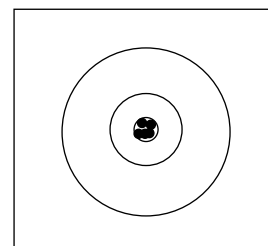
Ejercicio: Indique (SI o NO) cuán preciso y/o exacto es lo que muestran los cuadros dados a continuación.



I



II



III

Responda Si o No según corresponda:

Preciso: _____

Exacto: _____

Respuestas ejercicio:

I: No preciso y exacto;

II: Preciso e inexacto;

III: Preciso y exacto.



2.3 CIFRA SIGNIFICATIVA.

Corresponde a la cantidad de cifras que se deben considerar para anotar un número que representa la cuantificación de una magnitud teniendo en cuenta la precisión del instrumento de medida (precisión: se relaciona con la menor subdivisión en su escala de medida)

2.3.i.- CIFRAS: CORRECTA y DUDOSA o INCIERTA.

Imagine que realiza una medición, por ejemplo, la de una longitud de una barra.

Considere que la regla utilizada tiene divisiones hasta el milímetro, es decir, 0,1 [cm]. Suponga una medida que está entre 13,7[cm] y 13,8[cm]. Para expresar el resultado de esta medición, el segmento debe ser subdividido en sectores más pequeños para poder medir en forma más precisa y obtener sólo un decimal más. Si la regla no posee esa subdivisión entre dos milímetros, no puede darse un "tercer decimal".

Para efectuar la medición, entre 13,7 [cm] y 13,8[cm] subdividido mentalmente en 10 partes iguales y, con ello, se estima la fracción de milímetro que debe aumentarse a 13,7[cm] encontrando el segundo decimal de la medición.

Se estima que la fracción mencionada puede ser de 5 décimos de milímetro y el resultado de la medición se podrá expresar como:

$$x \approx 13,75[cm]$$

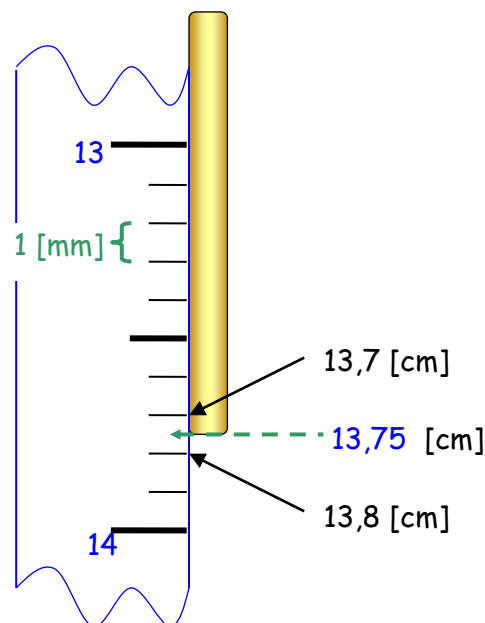


Figura: Medición de longitud.

Obsérvese que las magnitudes "13,7" y "13,8" son cifras exactas (o seguras), porque se obtienen directamente de la lectura de las divisiones señaladas en la regla, es decir, son cifras no objetables.

Por otra parte, la cantidad 5 (ubicada en la cifra de las centésimas) fue estimado, esto es, no podemos estar completamente seguros de su valor, ya que otra persona podría apreciar, por ejemplo, la cifra "5" como un "4" ó un "6". Por ello, este número estimado se conoce como cifra dudosa o incierto.

Está claro que no tendría sentido tratar de ver qué número debería escribirse, para la medida después del número 5. Para ello, sería necesario imaginar el intervalo de 1 [mm] subdividido mentalmente en 100 partes iguales, lo cual es obviamente imposible. En la figura "Medición de longitud", no sería una buena lectura el número 13,756[cm].

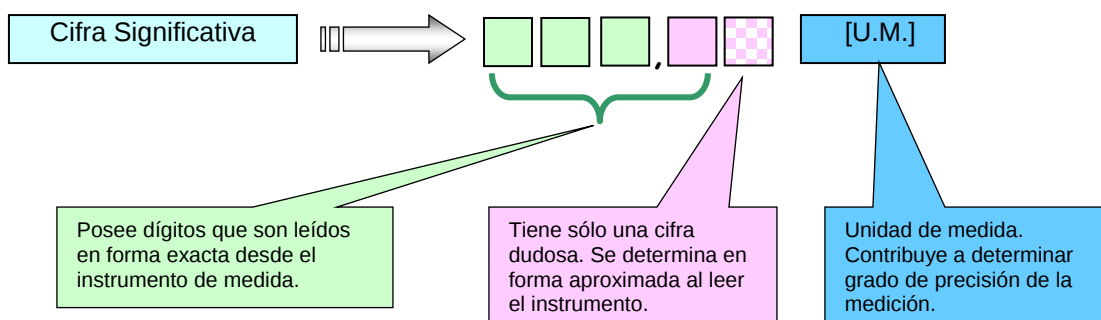
En Química, la cifra 13,75 debe indicarse con la precisión que entrega el instrumento de medición, en este caso, 3 cifras significativas, ocupando las reglas de aproximación, es decir, el valor a entregar debería ser 13,8[cm].

2.3.ii.- CIFRA SIGNIFICATIVA.

Definimos:

En **FÍSICA**: La cantidad de cifras significativas de una medida debe considerar todas las cifras correctas y el primer dígito dudoso entregado por el instrumento de medición.

En **QUÍMICA**: La cantidad de cifras significativas de una medida debe considerar todas las cifras que pueden leerse directamente del instrumento de medición, efectuando la correspondiente aproximación según las reglas de redondeo.



De este modo, al realizar una medición debemos hacer aparecer en el resultado únicamente las cifras significativas. Basándose en lo anterior, el resultado de la medición de la Figura, debe expresarse como:
13,75 [cm].

COMENTARIOS.

Si cada división de 1[mm] de la regla de la figura "Medición de longitud", realmente estuviera subdividida en 10 partes iguales, al efectuar la lectura de la longitud de la barra (empleando un microscopio, por ejemplo) el número 5 pasaría a ser una cifra correcta, pues correspondería a una división entera de la regla, ver Figura: "Subdivisión menor".

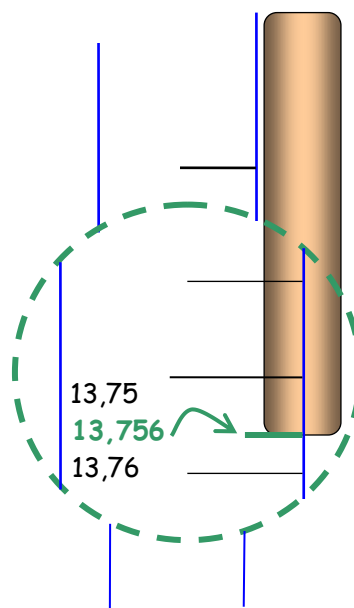


FIGURA: Subdivisión menor



En este caso, el número siguiente sería la primera aproximación y pasaría a ser, por lo tanto, la última cifra significativa.

Si al aproximar se considera el número 6 como valor intermedio del segmento sin divisiones, el resultado de la medida **puede escribirse como 13,756[cm]**, siendo significativos todos los números. Por lo tanto, si la regla mostrada en la Figura "Medición de longitud", no tuviese divisiones de milímetros, sólo los números enteros corresponderían a cifras correctas, es decir, la cifra 7 sería el primer número aproximado y el resultado de la medida se expresaría, en ese caso, como 13,7 [cm], con sólo tres cifras significativas.

El número de cifras significativas que se obtienen en el resultado de la medición de una magnitud depende del APARATO O INSTRUMENTO empleado para tal fin.

La convención de enunciar el resultado de una medida únicamente con las cifras significativas es adoptada de manera general, no sólo en la medición de longitudes, sino también, es empleada al expresar los resultados de cálculos en que interviene la medición de magnitudes.

Cuando una persona informa que al medir la temperatura de un objeto obtuvo 37,82[°C], deberá entenderse que la medida se hizo de tal manera que los números 3, 7 y 8 son correctos, y el último, en este caso 2, siempre es INCIERTO.

A partir de este momento podrá comprenderse que dos medidas expresadas, por ejemplo, como 42[cm] y 42,0[cm] **no representan exactamente lo mismo**. En la primera la magnitud "4" es correcto, siendo el "2" la cifra dudosa y en la segunda, el "2" es correcto y "0" es la cifra dudosa. De la misma manera, resultados como 7,65[Kg] y 7,67[Kg], no son fundamentalmente distintos, pues sólo difieren en el número estimado.

Ejemplo:

La magnitud $N = 4678,23[\text{cm}]$ fue medida con un instrumento de medición cuya menor subdivisión es el [mm].

a) Determine la cantidad de cifras significativas.

Resp. a.1) La cantidad de cifras significativas son 6.

Resp. a.2) Se consideran 5 cifras exactas (los dígitos: 4-6-7-8-2) más una incierta (el dígito: 3).

b) Determine la precisión del instrumento con que se efectuó esa medición.

Resp. b.1) Para determinar la precisión del instrumento debe tenerse en cuenta la unidad de medida entregada y la posición anterior a la de la cifra incierta; en este caso, la precisión del instrumento corresponde a 0,1[cm] o 1[mm].

c) Escribir el número en notación científica:

Resp. c.1) $N = 4,68 \times 10^3[\text{cm}]$.

d) Escribir el número en notación ingenieril.

Resp. d.1) Debe transformarse a la unidad de medida fundamental de longitud: metro.

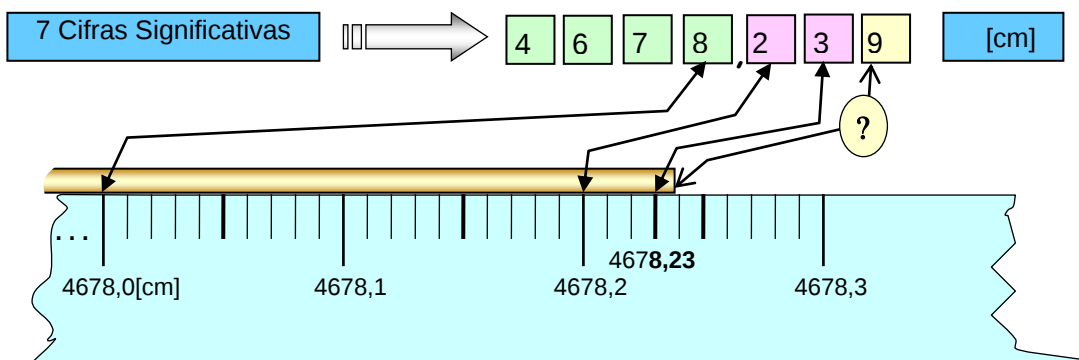
Resp. d.2) $1[\text{cm}] = 10^{-2}[\text{m}]$, por lo tanto, $N = 4678,23 \quad [\text{cm}]$

$N = 4678,23 \quad [10^{-2} \text{m}]$

$N = 46,7823 [\text{m}]$.

Resp. d.3) Lo que en notación ingenieril es: $N = 47[\text{m}]$.

Relación con el instrumento de medición:



Donde: $4678,230 < 4678,239 < 4678,240$



2.3.iii.- OPERACIONES CON CIFRAS SIGNIFICATIVAS.

a) ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN.

Regla: Para sumar o restar números de mediciones se debe considerar la precisión de cada medición, transformando todos los números a la misma unidad de medida, es conveniente usar la unidad mayor, el resultado quedara con la misma precisión del numero que tenga menor precisión.

Ejemplo: Se desea sumar las siguientes magnitudes:

2.807,5 [m]; 0,0648 [m]; 83,645 [m]; 525,35 [m].

Seguir los siguientes pasos:

1º. Ubicar aquel número con menos decimales.

2º. Aproximar los demás números a la misma precisión que el número escogido anteriormente, aplicando las reglas de redondeo.

Cantidad o medición	Cant. de cifras significativas	Precisión Cifra Exacta+ Incierta	Cant. de Cifras decimales	Cantidad a ocupar
2.807,5 [m]	5	decimas de metro	1	2.807,5 [m]
0,0648 [m]	3	diezmilésimas de metro	4	0,7 [m]
83,645 [m]	5	milésima de metro	3	83,6[m]
525,35 [m]	5	centésima de metro	2	525,4

La magnitud 2.807,5 [m], cuya precisión en décima de metro, es la menos precisa, por eso aproximamos a esa cifra el resto de las magnitudes.

Opción 1:

2.807,5 [m]
0,0648 [m]
83,645 [m]
525,35 [m]

→ permanece invariable:
→ queda como:
→ se reduce a:
→ se escribe como:

Opción 2:

2.807,5 [m]
0,1 [m]
83, 6 [m]
+ 525,4 [m]

3.416,5598 [m]

→ 3.416,6 [m]



b) MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

Regla: para la multiplicación y la división se considera la cantidad de cifras significativas de cada dato de medición, conservando en el resultado la cantidad de cifras significativas del número que tenga menor cantidad de éstas.

Ejemplo: Supongamos que deseamos multiplicar 3,67 por 2,3. Al realizar la operación en la forma acostumbrada, resulta:

$$3,67 \times 2,3 = 8,441.$$

Donde aparecen números que no son significativos. Para evitarlo, se debe aplicar la siguiente regla:

"Verificar cuál es el factor que tiene menor cantidad de cifras significativas y, en el resultado, se conservará solamente un número de cifras igual a ese factor".

$$3,67 \times 2,3 = 8,4.$$

Tema para discutir:

1. Determine la forma en que puede escribirse el resultado de efectuar la operación:
 - a. $P = (2.345,1[\text{kg}]) \cdot (0,00245[\text{m}^{-1}])$. ¿Cómo influyen las cifras significativas? ¿Qué importancia tienen las reglas de aproximación? (R: 5,75[kg/m]).
 - b. $H = (32.589,4[\text{s}]) \cdot (1,6[\text{m}^{-1}])$. (R: $5,2 \times 10^4[\text{s/m}]$).

Comentarios:

(I). Las reglas citadas para efectuar operaciones con cifras significativas no deben considerarse absolutamente rigurosas. Su único propósito es evitar que perdamos el tiempo trabajando inútilmente con una gran cantidad de cifras que no tienen significado alguno. Como estas reglas no son muy rígidas, en la multiplicación que se acaba de realizar, puede ser razonable un número más en el resultado: 8,44.

(II). EL CERO SIGNIFICATIVO. Al contar los dígitos significativos de una medida, se debe observar que el dígito "cero" sólo es significativo si está colocado a la derecha de una cifra significativa. Así, magnitudes como: 4,3[cm], 0,43[cm], 0,043[mm] y 0,00043 tiene solamente dos cifras significativas (los dígitos: 4 y 3), ya que los ceros no lo son, por el contrario: 430,00 tiene cinco cifras significativas.

430,00 tiene cinco cifras significativas, pues aquí los ceros si son significativos.

0,000**403** tiene tres cifras significativas, ya que los ceros a la *izquierda* del número 4 no son significativos.

0,000**40300** tiene **cinco cifras** significativas, ya que los ceros a la *derecha* del número 3 son significativos.



(III). USO DE POTENCIAS DE 10. Cuando se efectúa un cambio de unidades hay que tener cuidado de escribir ceros que sean significativos. Por ejemplo, suponga que quisiera expresar en gramos la magnitud 7,3 [Kg]. Observe que ésta tiene dos números significativos y que el número 3 es dudoso. Si se escribe:

$$7,3 \text{ [Kg]} = 7300 \text{ [gr]}$$

se estaría dando la idea errónea de que el 3 es un dígito correcto, y que el último cero aumentado sería la cifra dudosa. Para evitar este error de interpretación, se utiliza la notación con potencias de 10 (notación científica) y se escribe:

$$7,3 \text{ [Kg]} = 7,3 \times 10^3 \text{ [gr]}$$

de este modo se efectúa el cambio de unidades y se mantiene el dígito 3 como dudoso.

(IV). APLICACIÓN DE FÓRMULAS. Es necesario poner atención respecto de ciertas cantidades que resultan de la aplicación de una "fórmula".

- i. Cuando se dispone de **una** constante y **una** magnitud con cierta cantidad de cifras significativas se debe expresar el resultado considerando la cantidad de decimales indicados en la magnitud medida.

$$P = 2 \cdot \pi \cdot r$$

- ii. Es necesario poner atención respecto de ciertas cantidades que resultan de la aplicación de una "fórmula", la cual genera un resultado producto de **dos o más** mediciones, por lo tanto, no tendría sentido hablar de número de cifras significativas. Por ejemplo, en la "fórmula" que proporciona el área "A" de un triángulo de base "b" y altura "h":

$$A = \frac{1}{2} b \cdot h$$

Si "b" se midiera con tres cifras significativas y "h" con cinco, el área, como ya sabemos, deberá expresarse con tres cifras significativas. El número "2" no se obtuvo por medición, por lo cual, no debe tomarse en cuenta al contar las cifras significativas del resultado.



c) EJERCICIOS:

1. Desarrolle y complete la tabla

Medición	Dígitos	División menor del instrumento (respecto al [m])	Cifras significativas	Notación científica (S.I) Manteniendo cifras significativa
1,05 [m]	3	decímetro	3	$1,05 \times 10^0$ [m]
212[m]				
0,005[cm]				
12,0[cm]				
345 [mm]				
23[cm]				

2. ¿Cuántas cifras significativas hay en cada una de las medidas siguientes? (Suponga que el instrumento de medición permite leer la cantidad indicada de decimales)

- a. 702 [cm]. → tiene ____ cifras significativas
- b. 36,00 [Kg]. → tiene ____ cifras significativas
- c. 0,00815 [m]. → tiene ____ cifras significativas.
- d. 0,05080 [lt]. → tiene ____ cifras significativas

3. Indique (dentro del paréntesis) la cantidad de cifras significativas:

- a. 25,250 → (____)
- b. $3,462 \times 10^3$ → (____)
- c. $3,462 \times 10^{-3}$... → (____)
- d. 0,00234 → (____)
- e. 3462 → (____)
- f. 54200 → (____)
- g. 0,000000002501 → (____)
- h. 250100000000 → (____)



4. Recordando las "reglas del redondeo", escriba las mediciones siguientes, con sólo tres cifras significativas:

a. 422,32 [cm]. $\rightarrow$ _____

b. 3,428 [gr]. $\rightarrow$ _____

c. 16,150 [s]. $\rightarrow$ _____

5. Responda las consultas sobre la operación: $(342,2[m]) \times (1,11[m])$

a. ¿Cuál de los factores tiene la menor cantidad de cifras significativas? _____

b. ¿Con cuántos dígitos debemos expresar el resultado? _____

c. Escriba el producto de la multiplicación con sus cifras significativas. _____

d. ¿Sería conveniente escribir 379,8 o 379,84 como resultado de esta multiplicación?

Justifique su respuesta. _____

6. Aproxime los siguientes números a la cantidad de cifras significativas indicadas entre paréntesis (recuerde que puede usar potencias de 10).

a. 5,3651 (3) $\rightarrow$ _____

b. 48645, $\times 10^5$. (4) $\rightarrow$ _____

c. 6,2336 (2) $\rightarrow$ _____

d. 894,246850 $\times 10^2$. (5) $\rightarrow$ _____

e. 0,3618465 (7) $\rightarrow$ _____

7. Resuelva las siguientes operaciones y entregue el resultado en S.I, notación científica y aproximado a tres cifras significativas:

a. 2,7453[km] + 14,4[cm] = _____ []

b. 564,3[lts] $\times$ 2,546[cc] = _____ []

c. 13,56[m/s] - 1,5673[km/hr] = _____ []

d. 5467,543[cm] : 3,2[Hm] = _____ []



a) PROBLEMAS DE PLANTEO.

Prob.1. En la proyección de una película pasan 24 cuadros en 1 [s]. ¿Cuántos cuadros hay en una película que dura 1[h] 30[min]? Si cada cuadro mide 15[mm], ¿qué longitud tiene la película?

R: 129.000[cuadros]; 1.994[m].

Prob.2. En una pantalla de televisión aparecen "20 cuadros" por segundo (1 cuadro equivale a una pantalla). En cada cuadro el haz de electrones marca 400 líneas en la pantalla.

(a) ¿Cuánto demora el haz en recorrer una sola vez la pantalla de lado a lado?

(b) ¿Cuántas veces el haz recorre la pantalla de lado a lado en un programa de $\frac{1}{2}$ hora?

Prob.3. Una campanilla hace un "tic" cada 0,02 [s]. ¿En cuánto tiempo, en horas, efectúa diecinueve mil doscientos cincuenta y tres tics.

Prob.4. Juan tiene tres amigos que viven a cierta distancia de su casa. Carlos vive a 8,7[mi], Pedro a 2,8[league] y Raúl a 71[furlong], de su casa respectivamente. Determine cuál de los amigos vive más lejos de la casa de Juan. Use las equivalencias siguientes para sus cálculos:

1 [furlong] = 40 [rod].

1 [rod] = $5 \frac{1}{2}$ [yd].

3 [mi] = 1 [league] .

1 [yd] = 0,914 [m].

1 [mi] = 1609 [m]

Prob.5. Imagine que una hormiga le contara que en la última reunión de la SOCHO (Sociedad Científica de Hormigas) decidieron normalizar su "unidad de longitud" con las del sistema métrico, para ello eligieron la siguiente equivalencia:

1 [horm] = 0,5 [mm].

Ayude a la SOCHO transformando a "horms" las siguientes distancias: 1 [mm]; 6,1 [cm]; 1,3 [m], 1[yd], 0,5[mi] y 2,7 [Km]. Use las equivalencias siguientes para sus cálculos: 1 [milla terrestre] = 1603[m]; 1 [milla náutica] = 1852[m].



2.4 ERROR.

Nuestras mediciones están afectadas de errores o incertidumbres de medición, que provienen de las limitaciones impuestas por:

- *La precisión y exactitud de los instrumentos usados.*
- *La interacción del método de medición con el mensurado (medido).*
- *La definición del objeto a medir.*
- *La influencia del observador u observadores que realizan la medición.*

En ciencias de la ingeniería, el concepto de error tiene un significado diferente del uso habitual de este término. Coloquialmente, es usual el empleo del término error como análogo o equivalente a equivocación. En ciencias e ingeniería, el error de una medición está asociado al concepto de incertidumbre en la determinación del resultado de la misma. Más precisamente, lo que procuramos en toda medición es conocer las cotas o límites probabilísticos de estas incertidumbres.

2.5 TIPOS DE ERRORES.

2.5.i.- ERRORES ACCIDENTALES.

Los errores accidentales o casuales son aquellos que se deben exclusivamente al observador, debido a la falta de habilidad o descuido.

2.5.ii.- ERRORES ALEATORIOS.

Son aquellos que se producen por factores imposibles de predecir o controlar. Por ejemplo, al medir la tensión en la red del alumbrado público, esta puede subir o bajar de un instante a otro.

2.5.iii.- ERRORES SISTEMÁTICOS.

Son aquellos que siempre se deben a algún defecto del instrumento de medición, o bien, al mal uso de un método adecuado de medición. Se puede evitar este tipo de error usando buenos instrumentos de medición, calibrados periódicamente.

Nota: Los errores accidentales y aleatorios pueden disminuirse efectuando una mayor cantidad de mediciones y luego calcular el promedio de todas ellas, obteniendo así el valor aproximado más cercano al exacto. El método estadístico exige efectuar un gran número de mediciones de la misma magnitud. El número de mediciones adoptado es mayor o igual a 10.

El objetivo principal de la teoría de errores, es estudiar un método matemático que debe darse a los diferentes resultados obtenidos al medir una magnitud, para tratar de hallar el valor más probable o mejor estimación de la medida buscada.



2.5.iv.- REGLAS PARA EXPRESAR UNA MEDIDA Y SU ERROR.

- a) Todo resultado experimental o medida efectuada en el laboratorio, debe ir acompañada del valor estimado del error de la medida y a continuación las unidades empleadas.
- b) Los errores se deben dar solamente con una única cifra significativa. En casos excepcionales se puede dar una cifra y media (la segunda cifra es 5 ó 0).
- c) La última cifra significativa en el valor de una magnitud física y en su error, deben ir expresadas en las mismas unidades y deben corresponder al mismo orden de magnitud (centenas, decenas, unidades, etc.).

2.5.v.- NOTACIÓN DEL ERROR .

Al realizar una medición, obtenemos un valor numérico, el cual corresponde a un número real. Un número real en el sentido matemático está representado por un número infinito de cifras.

Cuando se realiza una medición hay un límite dado por el instrumento o aparato de medición. De lo anterior se infiere que se desea saber cuán distante se encuentra la medida o valor teórico del experimental, es decir, indicar la exactitud o confiabilidad de la medición.

Se acostumbra en los trabajos de laboratorio entregar el resultado de una medición, incluyendo en éste una estimación de su error.

Por ejemplo, al determinar el radio de curvatura de un espejo esférico, el resultado se expresa como;

$$R = (526 \pm 3) [\text{mm}].$$

Esto significa que esperamos que el radio de curvatura tenga una longitud comprendida en el intervalo de 523 a 529 [mm]. Sin realizar una estimación de su error, no es posible sacar conclusiones significativas de los resultados de un experimento.



2.6 ERRORES Y CIFRAS SIGNIFICATIVAS.

Tanto el error como el número de cifras significativas entregados deben ser coherentes, esto es, la posición de la cifra que representa el error debe coincidir con la ubicación del último dígito significativo de la medición, estando todo expresado en las mismas unidades de medida.

$$F = (7,56 \pm 0,02)[m]; \quad G = (0,6 \pm 0,1)[cm];$$

$$H = (23,441 \pm 0,003)[s]; \quad F = (257 \pm 5)[m]$$

2.7 DETERMINACIÓN DEL ERROR.

En todo grupo de mediciones existe un factor de error que no depende de quien tome la medición, sino, que del instrumento de medida utilizado. La escala que posee el instrumento de medida puede tener subdivisiones muy grandes o muy pequeñas, las cuales llevan a determinar la precisión de la medición efectuada como también, puede ser que las subdivisiones no se encuentren a una distancia igual, lo que producirá un error de lectura debido a la poca exactitud del instrumento.

Para un instrumento de medida, se establece una precisión y una resolución. La resolución está dada por la menor subdivisión del instrumento, mientras que la precisión está dada por el error de la medición (error de la persona) con el instrumento.

2.7.i.- SUMATORIA, conceptos básicos.

La sumatoria o sumatorio se emplea para representar la suma de muchos o infinitos sumandos.

$$\sum_{i=1}^n X_i$$

La expresión se lee: "sumatoria de X_i , donde i toma los valores de 1 a n ".

La operación **sumatoria** se expresa con la letra griega sigma mayúscula Σ .

- "i" es el valor inicial llamado límite inferior.
- "n" es el valor final llamado límite superior.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} S &= \sum_{i=3}^6 2n_i = (2 * 3) + (2 * 4) + (2 * 5) + (2 * 6) = \\ S &= 6 + 8 + 10 + 12 \\ S &= 36 \end{aligned}$$

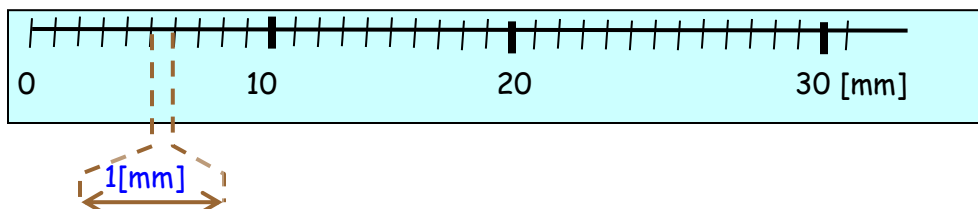
Si la sumatoria abarca la totalidad de los valores, su expresión se puede simplificar:

$$\sum_{i=1}^n X_i = \sum X_i$$

2.7.ii.- ERROR PARA UNA MEDICIÓN

a) ERROR ABSOLUTO:

Se determina solamente un "error absoluto" que considera el rango de menor subdivisión del instrumento de medida como principal fuente del error. Consideremos una longitud "d" medida con una regla cuya subdivisión menor es en [mm]. Una cota posible de error de lectura puede ser:



$$\Delta d = \frac{1[\text{mm}]}{2} \Rightarrow \Delta d = 0,5[\text{mm}]. \text{ Error absoluto de la medición}$$

Esta cantidad se llama cota superior del error absoluto, si se admite que el error no es ciertamente superior a 0,5 [mm].

El verdadero valor "d_v" de la magnitud "d", será:

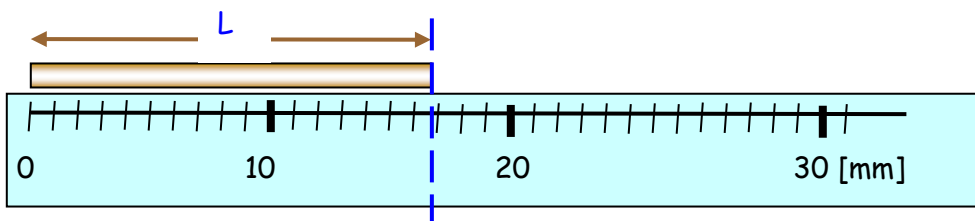
$$d - \Delta d < d_v < d + \Delta d.$$

$$d_v = d \pm \Delta d$$

Ya que en general no se conoce el signo de "d", se dice también que "d_v" se encuentra entre:

$$(d - \Delta d) \text{ y } (d + \Delta d).$$

Ejemplo1: Cuando la menor subdivisión es de "1" en "1", el error afecta a la última cifra significativa (escogida por quien mide), o sea, la cifra dudosa.

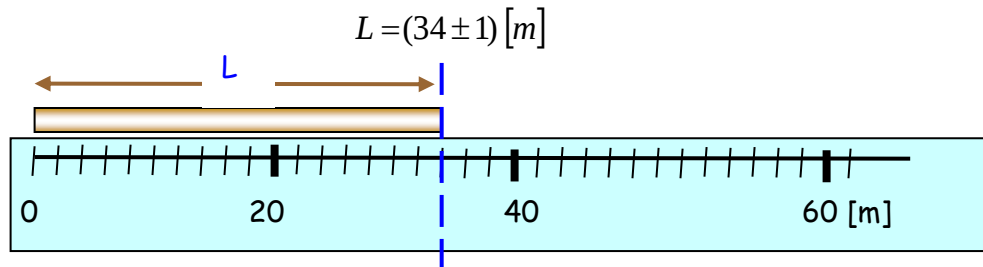


Según la figura, el valor de "L" se anotará con un error de medición que no supere la última cifra significativa del valor medido, luego, si la lectura de "L" es 16,8 [mm], entonces, su valor se anotará:

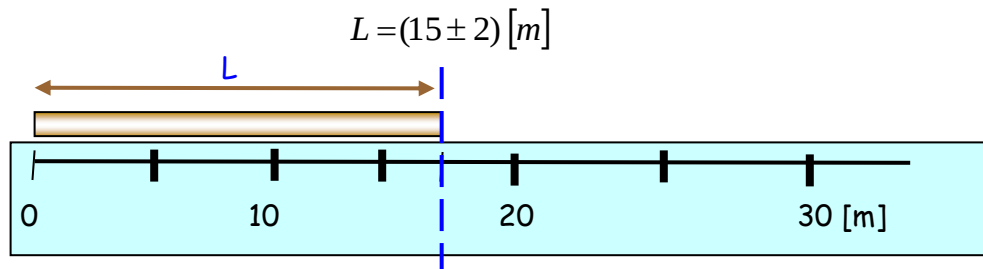
$$L = (16,8 \pm 0,5) [\text{mm}]$$



Ejemplo2: Cuando la menor subdivisión es de "2" en "2", el error afecta a la última cifra significativa, ya que el error se determina mediante la operación diferencia de dos marcas consecutivas: "n+1" con "n" y se divide por dos, lo que siempre arroja como resultado "1". Esto permite escribir la magnitud medida con su error afectándole la cifra de las unidades.



Ejemplo3: Cuando la menor subdivisión es de "5" en "5", el error afecta a la última cifra significativa, y se determina mediante la operación diferencia entre dos marcas consecutivas y se divide por dos, lo que siempre arroja como resultado "2,5" que es aproximada a "2" debido a la aplicación de las reglas de aproximación.



2.7.iii.- ERROR PARA UN GRUPO PEQUEÑO DE MEDICIONES ($X < 10$)

Cada una de las mediciones obtenidas al efectuar una experiencia de laboratorio se denominan: x_n . Los subíndices más comunes son: "n" o "i".

Se representa por $\bar{X}$, o x_p , al valor promedio de las magnitudes obtenidas experimentalmente.

a) ERROR ABSOLUTO "EA".

Corresponde a la diferencia entre el valor hallado " x_n " al medir una magnitud y el valor verdadero (valor más probable), que generalmente se toma como el valor promedio de una serie de mediciones " $\bar{X}$ ".

Error Absoluto "EA"

$$E_A = |x_n - \bar{X}|$$

Valor promedio " $\bar{X}$ "

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

b) EL ERROR RELATIVO, "ER".

Corresponde a la cantidad que resulta de dividir el error absoluto entre el valor más probable.

$$E_R = \frac{E_A}{\bar{X}} = \left| \frac{x_n - \bar{X}}{\bar{X}} \right|$$

El valor del error relativo es respecto del valor más probable o valor verdadero. Numéricamente, el error relativo debe ser una magnitud inferior a la unidad.

c) EL ERROR PORCENTUAL, "Ep".

Corresponde al valor del error relativo multiplicado por 100.

$$E_P = 100 \cdot E_R \%$$

d) ERROR PROMEDIO, "Em".

Es el promedio aritmético de los valores absolutos.

$$E_m = \frac{\sum_{i=1}^n |E_A|}{n}$$



Por último, el resultado de la medición debe ir acompañado de su correspondiente unidad de medida y la cantidad de cifras significativas correspondiente y se expresa en el formato:

$$X = (\bar{x} \pm E_m)[u]$$

Ejemplo:

Para hallar la masa de una sustancia, se realizan sucesivas mediciones: 100,10[g], 100,00[g], 100,10[g], 99,80[g], 100,00[g], 100,00[g], 99,90[g], 99,80[g] y 100,00[g].

n	x_n [g]	$E_A = x_n - x_p $ [g]
1	100,10	0,13
2	100,00	0,03
3	100,10	0,13
4	99,80	0,17
5	100,00	0,03
6	100,00	0,03
7	99,90	0,07
8	99,80	0,17
9	100,00	0,03
n=9	$X_p = 99,97$	$\sum E_A = 0,79$

Donde n = 9 corresponde a la cantidad de mediciones.

$$E_m = \frac{\sum^n |E_A|}{n} = \frac{0,79}{9} = 0,087777 \dots \approx 0,09$$

$$\bar{X} = 99,97[g]$$

El valor de la muestra quedaría expresada como:

$$m = (99,97 \pm 0,09)[g]$$

Trabajo personal: Confeccione una tabla auxiliar y determine el error relativo de cada medición dada.



2.7.iv.- ERROR PARA UN GRUPO GRANDE DE MEDICIONES ($X > 10$)

Cuando se dispone de un grupo grande de mediciones, el procedimiento se efectúa utilizando la desviación estándar. Consideremos un ejemplo para estudiar el caso.

EJEMPLO:

Se ha medido varias veces la longitud de un objeto y se obtuvo la siguiente tabla:

Número de Medida. (n)	Valor x_n [cm].
1	9,25
2	9,15
3	9,20
4	9,10
5	9,20
6	9,15
7	9,20
8	9,10
9	9,25
10	9,25
11	9,15
Suma: $\Sigma x^n =$	9,181818...

Obtenemos el Promedio de la Medidas: $\bar{X} = 9,181818... \text{ [cm]}$

Se aprecia que el resultado obtenido es más exacto que el instrumento, lo que NO PUEDE SER (por cifras significativas), luego, el resultado verdadero (aproximando) es:

$$\bar{X} = 9,18 \text{ [cm].}$$

La diferencia

$$d_n = X_n - \bar{X},$$

d_n corresponde a la desviación de X_n respecto de $\bar{X}$, e indica cuánto difiere la medición X_n del promedio $\bar{X}$.

Si estas diferencias (d_n) son pequeñas, las mediciones son precisas.

Para estimar la precisión promedio de las mediciones $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$, podríamos promediar las desviaciones " d_n ", sin embargo, el promedio de las desviaciones es cero, con lo cual se cumple, para cualquier conjunto de mediciones. La mejor manera de evitar este inconveniente



es "elevar al cuadrado" todas las desviaciones, esto crea sólo números positivos, los cuales podemos promediar.

Si tomamos la raíz cuadrada del resultado, se obtiene la **desviación estándar** de los valores: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. (considere $\bar{x} = x_p$).

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_n - x_p)^2}{n}}$$

. Desviación estándar

Escriba en el recuadro el valor obtenido anteriormente:

$X_p = _, _ \text{ [cm].}$

y complete la tabla para poder obtener el valor de la desviación estándar para las medidas anteriores.

Tabla : Cálculo de desviación estándar			
	X_n	$d_n = X_n - X_p$	$d_n^2 = (X_n - X_p)^2$
1	9,25	0,07	0,0049
2	9,15		
3	9,20		
4	9,10		
5	9,20		
6	9,15		
7	9,20		
8	9,10		
9	9,25		
10	9,25		
11	9,15		
			$\Sigma d_n^2 =$



Se determina la desviación estándar:

$$\sigma = \quad , \quad [\quad] .$$

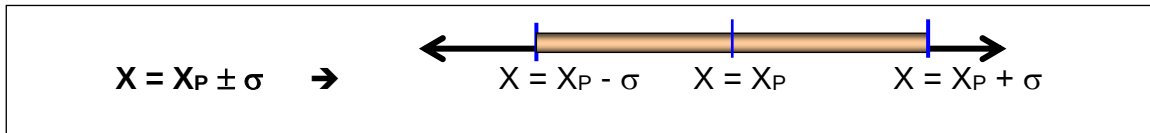
Para escribir una medición usaremos el siguiente convenio:

$$\text{Medición} = \text{Medición Promedio} \pm \text{Desviación Estándar} . \rightarrow$$

$$X = X_P \pm \sigma .$$

Por lo tanto, la medición definitiva quedará expresada como:

$$X = \quad \pm \quad [\quad] .$$



Obs.: En el caso de una gran cantidad de mediciones, mientras menor sea la desviación estándar, mayor será la precisión de la medición.



EJERCICIO: Instrumento de medición de longitud.

Usted dispone de tres 3 instrumentos de medición de longitud (reglas) cuyas unidades de medida son: centímetro, horms y mote.

Objetivo: Medir y determinar errores absolutos de cada instrumento de medición.

Procedimiento:

1. Usando la regla 1 mida la longitud de cada barra. (ubíquela en la página siguiente, puede calcar, cortar o fotocopiar la hoja)
2. Determine el error absoluto ΔL_1 de la regla 1 y regístrelo en el recuadro.
3. Anote la medida de cada barra, medida con la regla 1, de acuerdo a: $L = L_n \pm \Delta L_n$.
4. Repita lo anterior usando las reglas 2 y 3 para cada una de las barras.
5. Complete la tabla usando la notación adecuada.

Error absoluto de reglas:

$\Delta L_1 = \text{_____} [\text{_____}]$

$\Delta L_2 = \text{_____} [\text{_____}]$

$\Delta L_3 = \text{_____} [\text{_____}]$

Notación: $L = L_n \pm \Delta L_n$, donde "L" es la longitud" y " $\pm \Delta L$ " es el error.



Barra 1



Barra 2

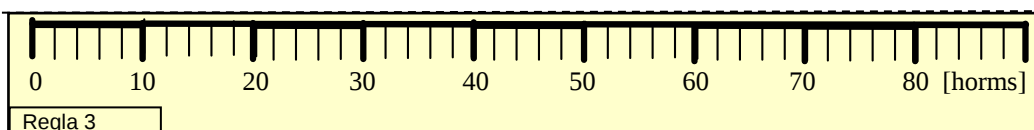
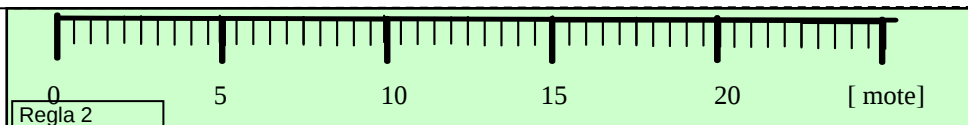
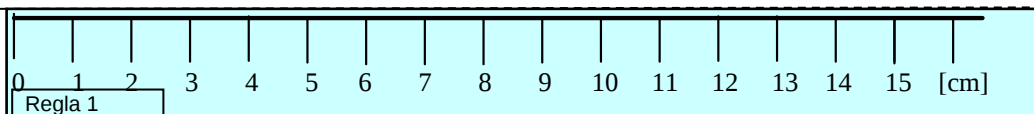


Barra 3

BARRA	Instrumento 1 $L_1 \pm \Delta L_1$	Instrumento 2 $L_2 \pm \Delta L_2$	Instrumento 3 $L_3 \pm \Delta L_3$
1			
2			
3			



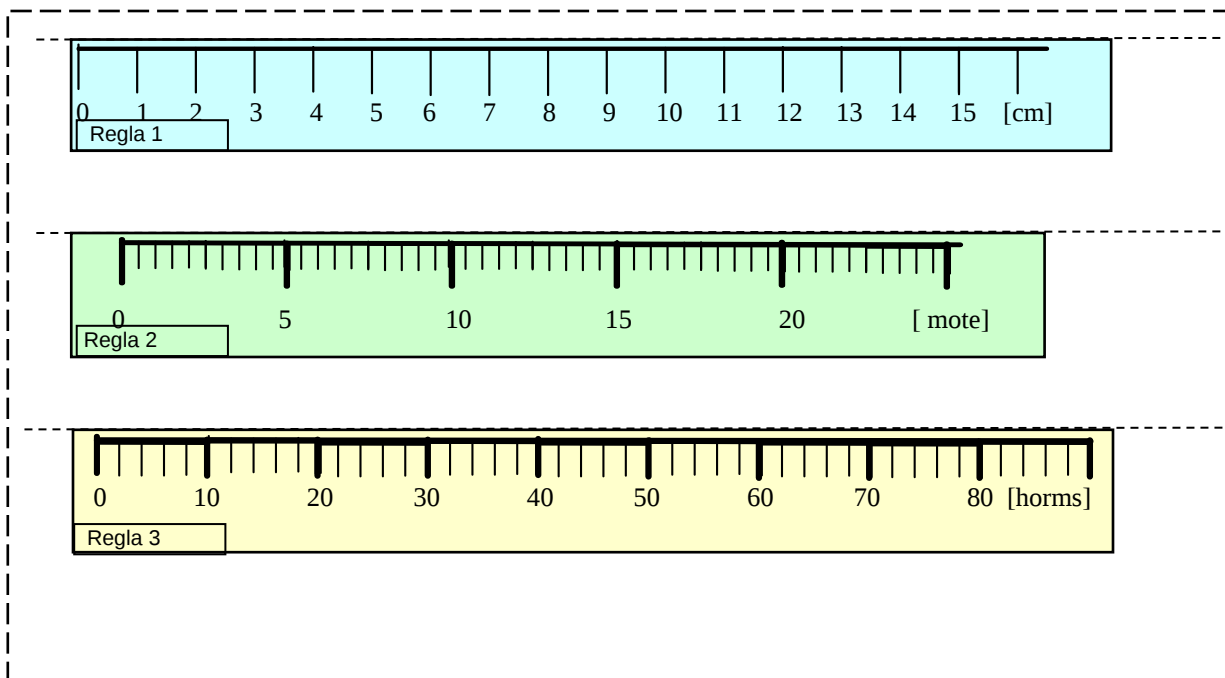
Para medir con ellas puede fotocopiarlas o copiarlas sobre un papel transparente. Se puede cortar el sector y dóblelas por las líneas segmentadas.





Hoja para recortar.

Corte por la línea entrecortada





CAPÍTULO N°4: EL MODELO Y SU BÚSQUEDA.



EL MODELO Y SU BÚSQUEDA.

- A.- Recolección de información.
 - B.- Sistemas de referencias.
 - C.- Tabulación de información y gráfica.
 - D.- Rectificación de curvas.
 - E.- Análisis de información. Determinación de constantes.
 - F.- Ejemplos / Ejercicios.
-

2.8 RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN.

La recolección de información proviene de efectuar una experiencia o de la observación y control de un fenómeno que se presente en forma periódica. Normalmente, los datos obtenidos se ordenan en tablas de valores, cuyo análisis, permite la obtención de "información" acerca del fenómeno en cuestión.

La recolección de los datos debe efectuarse en forma prolija y con mucha seriedad si se desea obtener un resultado certero en lo que se desea comprobar. Aquí deben identificarse correctamente las variables (dependiente e independiente) para efectuar un posterior análisis de la situación y así establecer una conclusión valedera.

2.9 SISTEMA DE REFERENCIA.

Cada vez que deseamos indicar la posición de un objeto, lo hacemos estableciendo una referencia, por ejemplo: "el florero que se encuentra sobre la mesa al centro del comedor". Hemos indicado el objeto y una secuencia de información que identifica su posición. En general, para fijar los elementos que intervienen en los fenómenos en estudio, se utilizan sistemas de referencia, entre los que podemos mencionar: coordenadas rectangulares, coordenadas cilíndricas, coordenadas esféricas y otros, que permiten la vinculación con otros temas, por ejemplo: notaciones de rumbo (navegación), coordenadas polares (relación con la electrónica: uso de fasores).

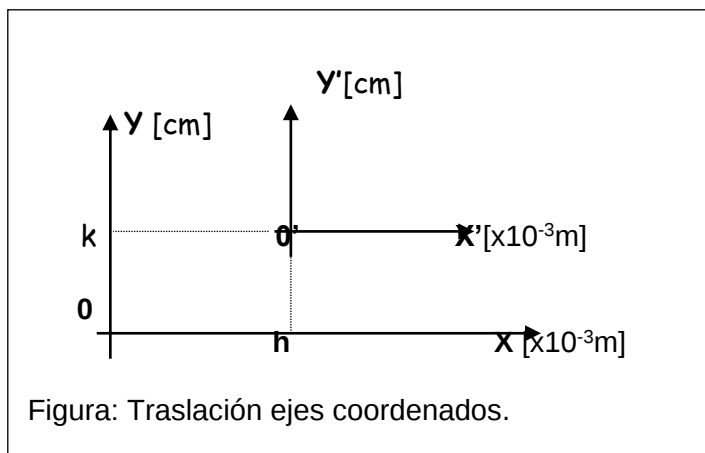
En los trabajos o problemas presentados en la asignatura de Física, se encontrarán diversos tipos de notación referida a la posición de un punto en el plano (o en el espacio) y su relación con los ángulos, lo que se relaciona con otras nomenclaturas, por ejemplo: coordenadas polares y rumbo.

2.10 GENERALIDADES EN LA CONFECCIÓN DE GRÁFICOS.

Independientemente del tipo de gráfico que se construya, hay algunas normas de aplicación general que deben considerarse: nombre de los ejes, escala de subdivisión, unidad de medida y otras más según los datos a graficar.

2.10.i.- ESCALAS AXIALES.

Se deben seleccionar las ESCALAS de los ejes (graduación en intervalos o subdivisiones), de tal manera que ocupe toda la hoja (o la mayor parte posible), evitando así que la gráfica quede reducida a una pequeña figura en una esquina. Las escalas (subdivisiones) en cada eje pueden ser diferentes en unidad de medida y tamaño de la subdivisión.



2.10.ii.- EJES.

En el eje vertical (eje de las ordenadas) va siempre la variable dependiente y en el eje horizontal (eje de las abscisas) la variable independiente, salvo que se indique explícitamente lo contrario. Generalmente la extensión física de las ordenadas y de las abscisas, por razones de equilibrio estético, son diferentes.

- En los ejes deben aparecer la notación de las variables, unidades y factores de multiplicación, si los hay.
- Las escalas empleadas en los ejes pueden ser diferentes.
- No es necesario que las unidades empleadas en los ejes tengan la misma magnitud.



2.10.iii.- IDENTIFICACIÓN.

Todo gráfico debe llevar un título claro y breve, más una referencia a la tabla de donde provienen los datos.

TÍTULO

2.10.iv.- ERROR.

Los puntos representados en la gráfica deben ir rodeados de pequeños círculos que indican aproximadamente los errores de la medición obtenida experimentalmente.

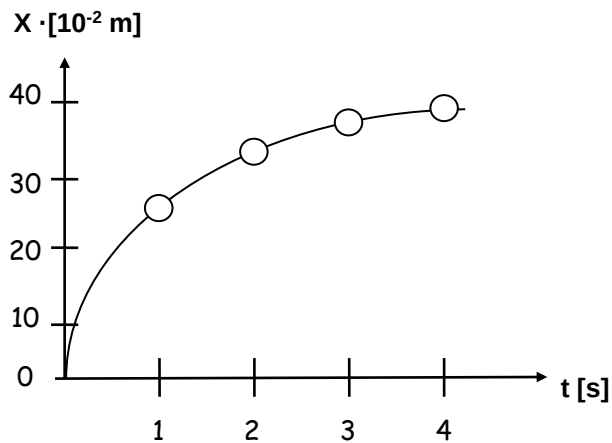


Figura: Ejemplo de gráfica

2.10.v.- TRAZADO DE CURVA.

La unión de los puntos se hace a través de una curva suave (sin cambios bruscos) que se adaptan lo mejor posible al conjunto. Hablar de curvas es genérico, es decir, la "recta" es considerada una curva cuando se refiere a los tipos de funciones.

Normalmente se habla de la gráfica de la "función lineal" cuando se refiere a la "recta", nombre geométrico de la gráfica obtenida.



La tabla muestra algunas equivalencias entre ejes que dividen el plano respecto al centro "O" del sistema:

SISTEMA	Horizontal hacia la derecha	Horizontal hacia la izquierda	Vertical hacia arriba	Vertical hacia abajo
GEOMETRÍA o TRIGONOMETRÍA	+X	-X	+Y	-Y
	0°	180°	90°	270°
Coordenadas Rectangulares; Par ordenado	(+X ; 0)	(-X ; 0)	(0 : +Y)	(0 ; -Y)
NAVEGACIÓN	Este E	Oeste / Weste O	Norte N	Sur S
	Rv 090°	Rv 270°	Rv 000°	Rv 180°
Vector unitario en coord. cartesianas o rectangulares	$+\hat{i}$	$-\hat{i}$	$+\hat{j}$	$-\hat{j}$

Rv: Rumbo verdadero (referido al norte geográfico).

El sistema de referencia a utilizar como base será el de **Coordenadas Cartesianas** o también denominadas **Coordenadas Rectangulares**.

Las asignaturas dictadas por la Cátedra de Física, ocuparán la nomenclatura indicada en la figura "Sistemas de referencia". Es necesario recordar que las equivalencias mostradas, relacionan los siguientes grupos:

- Ejes Coordenados Cartesianos o Rectangulares.
- Notación de Navegación (Rumbo y orientación geográfica).
- Geometría y trigonometría (cuadrantes, ángulos, puntos en el plano)
- Vectores (notación cartesiana hasta tres dimensiones).



2.11 LA ROSA DE MANIOBRAS .

La "Rosa de Maniobras" corresponde a un sistema de coordenadas utilizado en navegación. La Rosa de Maniobras es una hoja impresa con círculos concéntricos que representan distancias o velocidades y radios espaciados de diez en diez grados que representan rumbos o demarcaciones, según el caso. Se emplean para la resolución gráfica de problemas de cinemática naval, en especial en cursos superiores y de Capitán de Yate.

La subdivisión del plano se efectúa asignando los cuatro puntos cardinales en lugar de los ejes de matemáticas "X" e "Y". Además, contiene una subdivisión de la circunferencia en 360 partes comenzando desde la posición norte y aumentando de uno en uno hacia la derecha hasta el valor 359. En ella, la lectura del ángulo involucra pronunciar sus tres dígitos por el nombre de cada uno, por ejemplo: 030° se lee "cero", "tres", "cero" (no se pronuncia: "treinta").

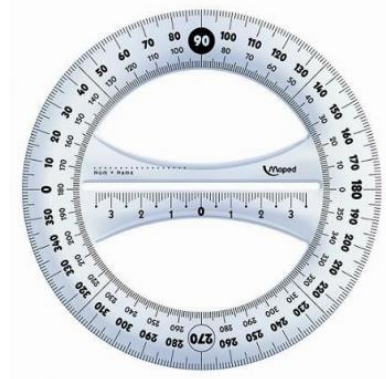
Las escrituras sobre la rosa de Maniobras pueden ser efectuadas considerando el norte geográfico (rumbo verdadero) o la proa del buque (rumbo relativo).

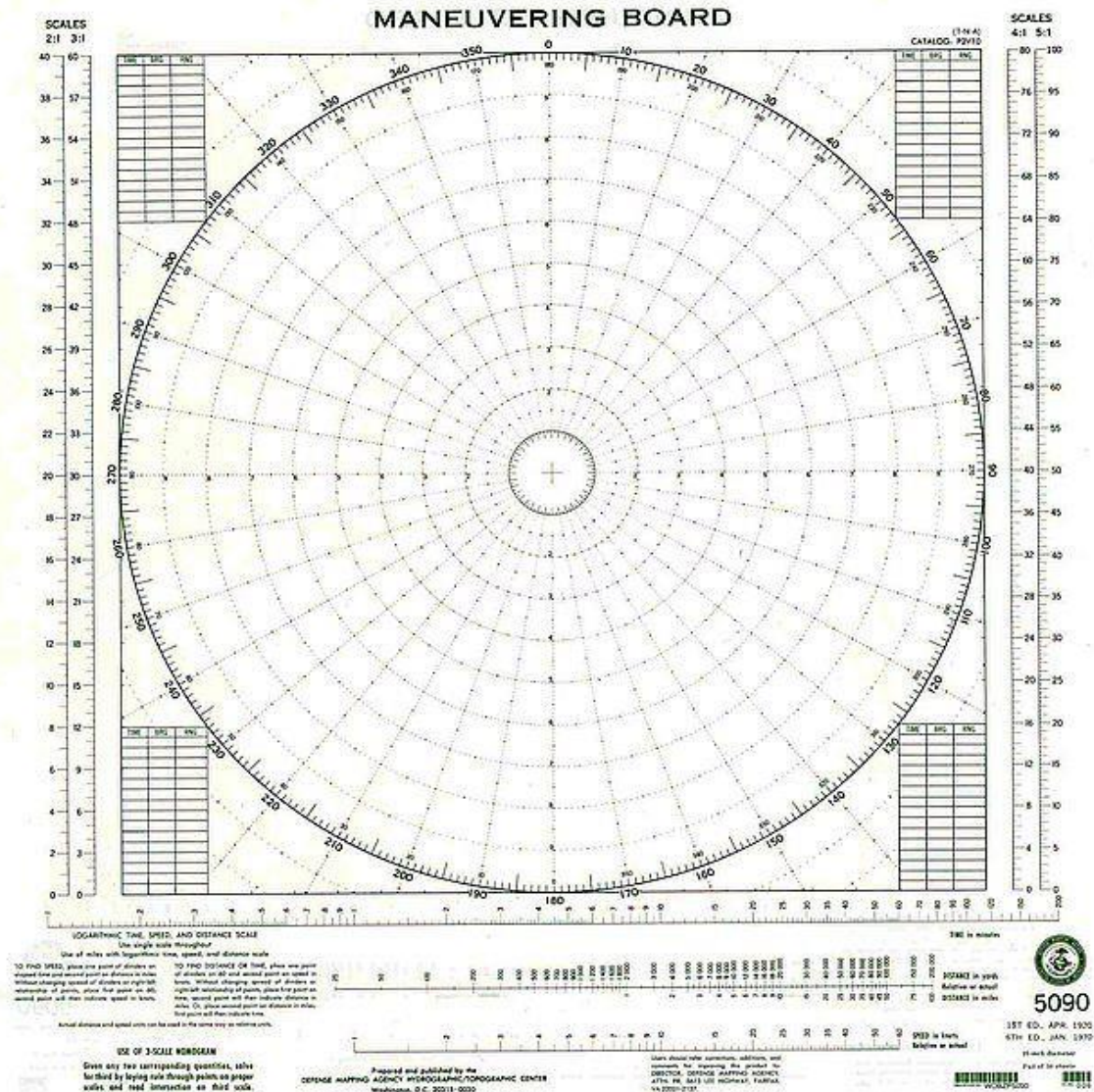
En la Rosa de Maniobras:

- Se ubica al buque en el origen "O" (al centro de los círculos concéntricos).
- La Rosa de Maniobras tiene diez círculos concéntricos de línea continua y nueve de línea discontinua.
- La distancia desde "O" al primer círculo (líneas entrecortadas) es la mitad de la distancia de "O" al primer círculo de línea continua.
- Se asume como una unidad la distancia entre cada círculo concéntrico de línea continuo.
- La distancia entre cada círculo puede ser modificada según necesidades manteniendo la correspondiente proporcionalidad.
- Las unidades de medida más usadas son: milla (para distancias) y nudo (para rapidez).

Obs,:

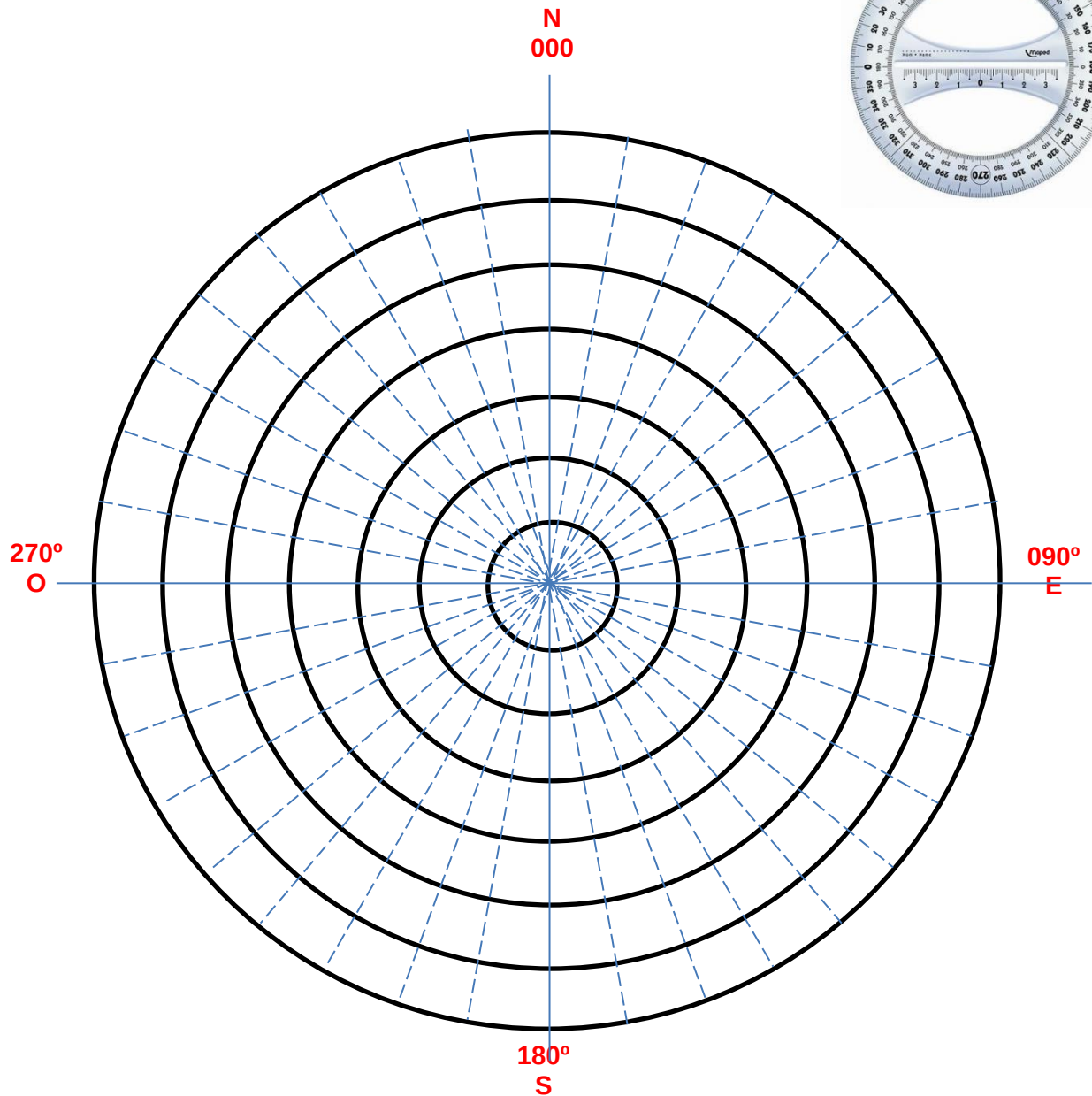
El "transportador" es un instrumento utilizado en geometría para medir ángulos.







ROSA DE MANIOBRAS (Ejercicios)



Ejercicios:

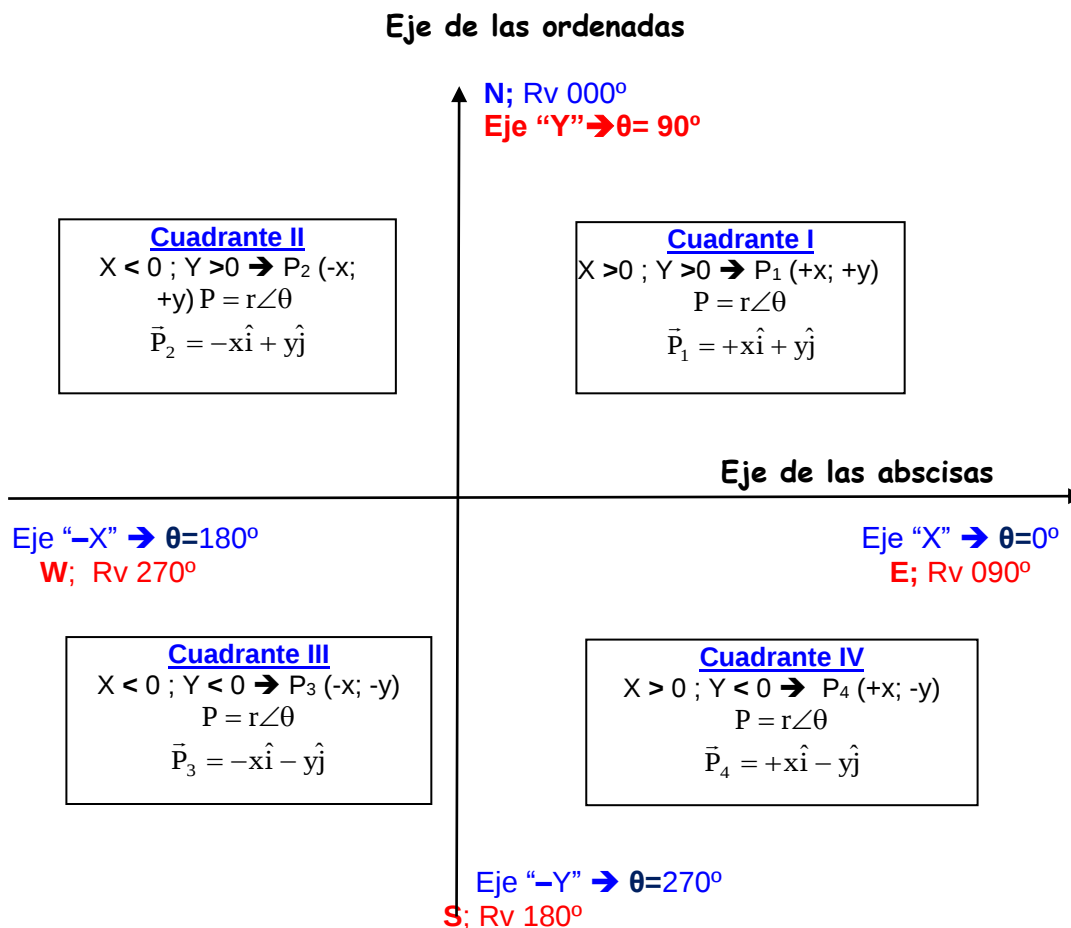
- 1.- Dibuje las siguientes demarcaciones sobre la misma Rosa de Maniobras.
r=12[mi], al 070°. - d=10[mi], al 180°. - x=8[mi], al 250°. - h=12[mi], al 340°.



2.- Ocupando las demarcaciones anteriores, súmelos como desplazamientos y determine la demarcación del punto final de llegada.



2.12 EQUIVALENCIAS EN UN SISTEMA DE REFERENCIA:



Importante:

Un punto $P(x;y)$ se escribe en coordenadas polares como " r/θ " (magnitud de la distancia al punto, símbolo de ángulo y la magnitud del ángulo).

Magnitud o longitud:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \text{ donde "r" es el radio o distancia al origen.}$$

Ángulo con el eje polar (equivale al eje "X" positivo):

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right), \text{ donde "θ" corresponde a la inclinación.}$$



Ejercicio:

- Confeccione un sistema de coordenadas rectangulares adecuado en el que pueda dibujar los siguientes puntos en el plano cartesiano (representan demarcaciones):
 $A(6;8)[\text{cm}]$, $B(-12;5)[\text{cm}]$; $C(-16;-12)[\text{cm}]$ y $D(4;3)[\text{cm}]$.
- Transforme cada demarcación dada a notación: (a) polar, (b) de navegación (rumbo).
- Graficar, en una Rosa de Maniobras, cada demarcación.
- Determinar la suma de todas las demarcaciones dadas y obtenga una demarcación resultante.

2.13 TABULACIÓN DE INFORMACIÓN Y GRÁFICA.

Difícilmente, con la sola observación de una tabla de valores, se podrá establecer el tipo de relación que exista entre las variables involucradas, por tal motivo, se dispone de algunos métodos de análisis. Un método poderoso para estudiar los datos es su representación gráfica. Permite obtener y predecir un modelo matemático, para la relación entre las variables. En todo caso, el gráfico nos permite observar rápidamente donde se encuentra aproximadamente: un intercepto, un punto de mínimo o de máximo, algún punto de inflexión, y el tipo de curva entre otros parámetros.

En estadística existen diversos tipos de gráficos, como: de pastel, de barras, de puntos, histogramas, etc. Utilizaremos en nuestro curso, gráficos de puntos en el plano cartesiano, de los cuales se analizarán todos sus elementos.



2.13.i.- IDENTIFICACIÓN DE CURVAS.

a) POR COMPARACIÓN:

Este método consiste en relacionar la curva graficada con alguna curva establecida por la Geometría Analítica o, a través de una tabla de curvas (por ej.: la Tabla Larsen) y sus respectivas ecuaciones.

b) POR TANTEO:

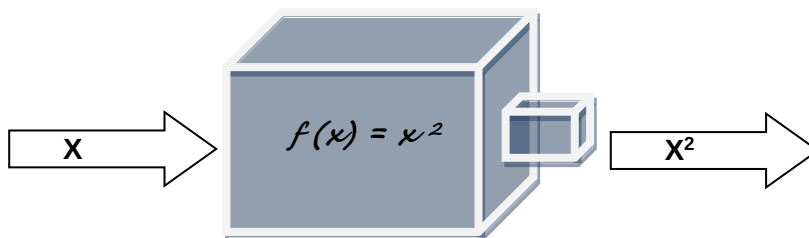
Se reemplaza los valores de la variable independiente en el modelo escogido, para obtener el valor de la variable dependiente. Si coincide con los medidos el modelo es el correcto.

El método que utilizaremos para determinar el tipo de curva es el de comparación.

2.14 FUNCIONES ALGEBRAICAS A USAR (curvas algebraicas)

Una función es como una máquina: tiene una entrada y una salida. Lo que sale está relacionado de alguna manera con lo que entra. Así que $f(x)$ corresponde a la función (lo que hace la máquina) y se anota: " f ", y el argumento " x " se pone dentro del paréntesis indicando la variable independiente (valores que se ingresarán a la máquina para ser procesados por " f ").

Por ejemplo, al escribir la función: $f(x) = x^2$ se indica que la función " f " toma a " x " y lo eleva al cuadrado para cada valor de " x " considerado en el rango de definición de la función.



Nota: A veces las funciones no tienen nombre, y puede que vea algo como $y = x^2$. En el texto, se trabajará en dos variables y se estudiarán solamente las funciones: Lineal, de Potencia y Exponencial.

2.14.i.- FUNCIÓN LINEAL.

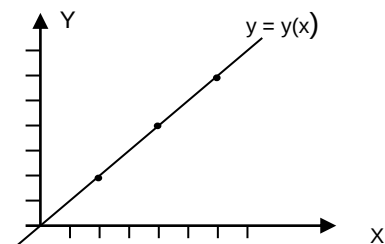


Fig.: Función lineal.

Modelo matemático:

$$y(x) = m \cdot x + b$$

Donde: "m" y "b" son las constantes.

Nombre: Función Lineal.

- a) Ejercicio: Graficar los datos de la tabla, determinar el tipo de función obtenida y escribir el modelo matemático que representa la gráfica. En el ejemplo no se consideran unidades de medida.

(a.a). Tabla 1:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	17	14	11	8	5	2	-1	-4	-7	-10

(a.b). Tabla 2:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	-3	-1	1	3	5	7	9	11	13	15

2.14.ii.- FUNCIÓN DE POTENCIA.

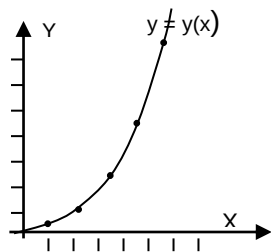


Fig.: Función de potencia

Modelo matemático:

$$y(x) = k \cdot x^n$$

Donde: "k" y "n" son las constantes.

Nombre: Función de potencia



- a) Ejercicio: Graficar los datos de la tabla, determinar el tipo de función obtenida y escribir el modelo matemático que representa la gráfica. En el ejemplo no se consideran unidades de medida.

(a.a). Tabla 3:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	5	8	13	20	29	40	53	68	85	104

(a.b). Tabla 4:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	3	0	-5	-12	-21	-32	-45	-60	-77	-96

2.14.iii.- FUNCIÓN EXPONENCIAL.

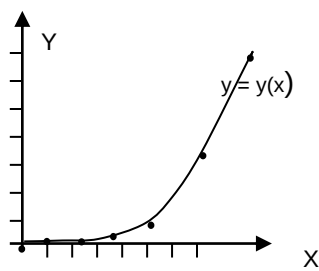


Fig.: Función exponencial

Modelo matemático:

$$y(x) = k \cdot e^{nx}$$

Donde: "k" y "n" son las constantes.

Nombre: Función exponencial

- a) Ejercicio: Graficar los datos de la tabla, determinar el tipo de función obtenida y escribir el modelo matemático que representa la gráfica. En el ejemplo no se consideran unidades de medida.

(a.a). Tabla 5:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

(a.b). Tabla 6:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	100	50	25	12,5	6,25	3,125	1,563	0,781	0,391	0,195



2.15 EJERCICIOS: Para cada grupo de datos dados, confeccione un gráfico e indique el tipo de función que representa y la ecuación que lo representa. No se consideran unidades de medida.

a) $P=P(r)$.

R	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Resp.: Función lineal, ecuación representativa: $P=mr+b$.

b) $M=M(t)$.

M	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8
T	3,0	3,5	5,5	8,2	11,7	16,0	21,3	27,6	35,2	43,9

Resp.: Función de Potencia, ecuación representativa: $M=kt^n$.

c) $H=H(k)$.

k	1	3	4	5	6	7	8	9	10
H	1,5	5	11,9	30,7	81,7	220,3	587,2	1621,6	4406,3

Resp.: Función Exponencial, ecuación representativa: $H=ce^{nk}$.

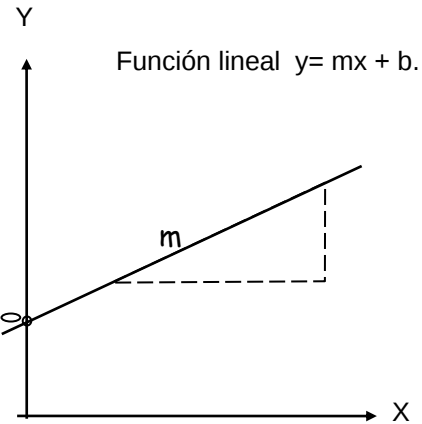


2.16 LA RECTA Y SU ECUACIÓN.

La función más simple es la **"función lineal"**, conocida como **"ecuación de la recta"**.

Su modelo matemático es:

"b": Intercepto con eje vertical.



$$y = m x + b$$

donde "m" corresponde a la pendiente de la recta y "b" al intercepto con el eje vertical.

La pendiente se puede determinar utilizando dos puntos de la recta mediante:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

El intercepto con el eje vertical "Y" es "b" y se puede obtener directamente de la tabla de valores o del reemplazo del valor de la pendiente "m" y uno de los puntos P(x ; y) de la gráfica en la ecuación de la recta. Según lo dicho, resulta:

$$b = y - mx$$

Para determinar los valores de las constantes "m" y "b" se utilizarán dos métodos: "Ajuste Libre" y "Cuadrados Mínimos". Ambos se estudiarán más adelante.



a) **INCERTIDUMBRE.**

La curva debe llevar el tamaño de la hoja o el espacio dispuesto, para su construcción. No debe mostrar más exactitud que la incertidumbre en las mediciones, por lo tanto, la incertidumbre no debe corresponder a más de una o dos de las divisiones más chicas del instrumento utilizado.

b) **SISTEMA COORDENADO CONVENIENTE.**

Dependiendo de los datos, el punto de intersección del par de ejes no tiene que ser necesariamente el origen del sistema de coordenadas $O(0,0)$, sino, el que sea conveniente $\{O'(h;k)\}$

2.17 **RECTIFICACIÓN DE CURVAS. .**

Muchas veces los pares de puntos se disponen siguiendo una función **no lineal** conocida (como son: la función de potencia y la función exponencial); mediante un cambio conveniente se puede transformar (mediante un procedimiento adecuado) la función del caso para convertirla en una función lineal, puesto que la recta es la forma más satisfactoria de una gráfica para ser identificadas con seguridad sus constantes: pendiente ("m") e intercepto con eje ("b"). Por tal motivo se han desarrollado procedimientos que permiten conseguir una representación lineal de datos experimentales, conocidos como métodos de rectificación de curvas.

- Rectificar: se entenderá como una "transformación" de una función no lineal (correspondiente al caso en estudio), a una función lineal mediante la aplicación de la función "logaritmo" (en base 10 (decimal, vulgar o de Briggs) o en base "e" (Neperiano o natural)) al modelo escogido.

2.18 **RECTIFICACIÓN POR COMPARACIÓN.**

En el texto ocuparemos solamente la comparación con dos curvas simples de dos funciones no lineales: función de potencia y función exponencial.

Identificación de curva: Este método consiste en relacionar la curva graficada (idealmente en papel milimetrado) con alguna curva establecida por la Geometría Analítica o, a través de una tabla de curvas (por ej.: la Tabla Larsen) y sus respectivas ecuaciones.

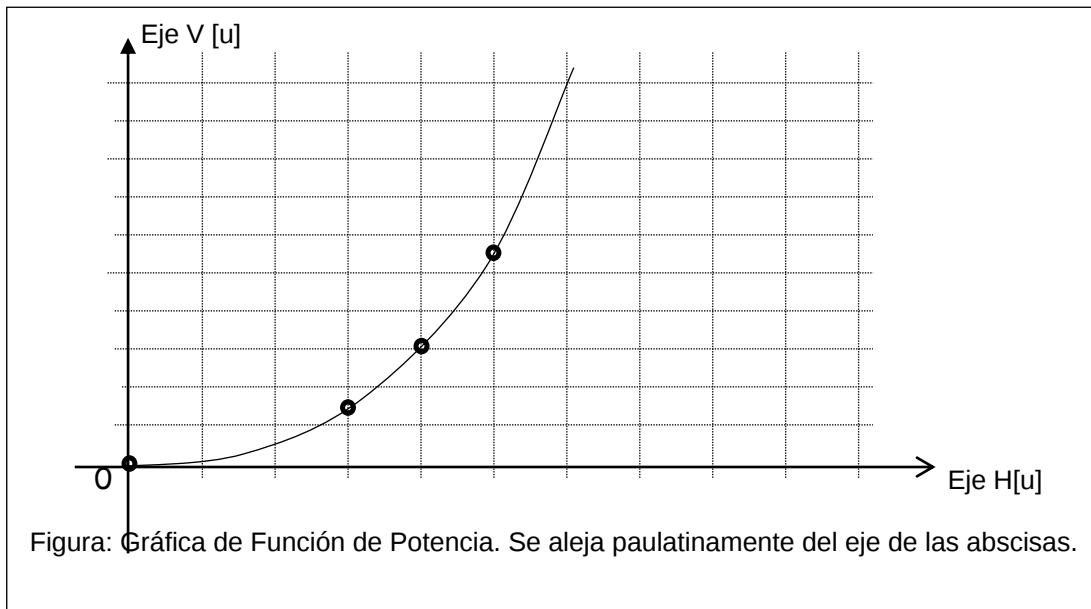


Determinación de ecuación: Una vez determinada la curva (con su ecuación), más parecida a la del gráfico del problema, se reemplaza la variable independiente de éste por la "ecuación posible".

Función de rectificación: Se aplica la función logaritmo (natural o decimal) según el tipo de función algebraica que cumpla con ser similar a la gráfica experimental. Si la suposición de semejanza fue correcta, se habrá de obtener una línea recta de pendiente positiva, cero o negativa.

2.19 RECTIFICACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE POTENCIA POR MÉTODO ANALÍTICO.

La característica de esta curva es que se aleja suavemente del eje horizontal (se aproxima si el exponente es negativo) a medida que se avanza a lo largo de él.

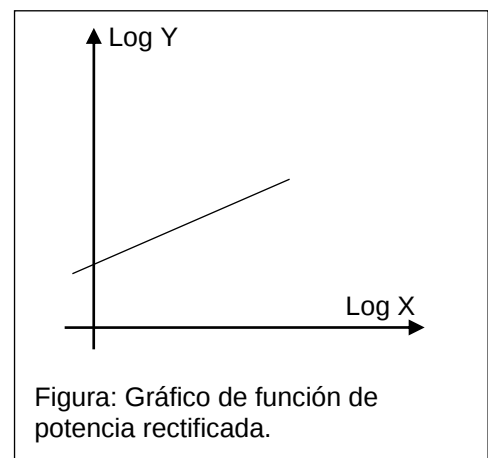


Este método es el indicado cuando el fenómeno en estudio se rige por una expresión matemática del grupo de las funciones de potencia de la forma:

$$v = k h^n,$$

donde "k" y "n" son constantes de proporcionalidad.

Para analizar la gráfica se recurre a un método de análisis que implica la **aplicación del logaritmo decimal**, cuyo propósito de obtener una recta (ver figura: Gráfico de función de potencia rectificada), de la cual, es más fácil



obtener su pendiente e intercepto con el eje de las ordenadas, luego, efectuando la operatoria inversa (antilogaritmo) se obtienen los valores para el modelo de la función.

Aplicando el logaritmo decimal (ver propiedades de logaritmos en anexos) a ambos miembros de la igualdad, se tiene:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Log } v & = & n \cdot (\text{Log } h) & + & \text{Log } k. \\ \boxed{} & & \boxed{} & & \boxed{} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ Y & = & m \cdot X & + & b \end{array}$$

La expresión anterior concuerda con el modelo matemático de la ecuación de la recta:

$$Y = m \cdot X + b.$$

Además, como “k” es constante, también lo es, **Log(k) = b** (que corresponde al intercepto de la curva con el eje de las ordenadas o eje vertical).

Si se asocian los logaritmos con las constantes y variables indicadas:

$$\begin{array}{ll} \text{Log}(v) \rightarrow Y \\ \text{Log}(h) \rightarrow X \\ \text{Log}(k) \rightarrow b \end{array} \quad \text{obteniendo:} \quad Y = m \cdot X + b$$

Donde:

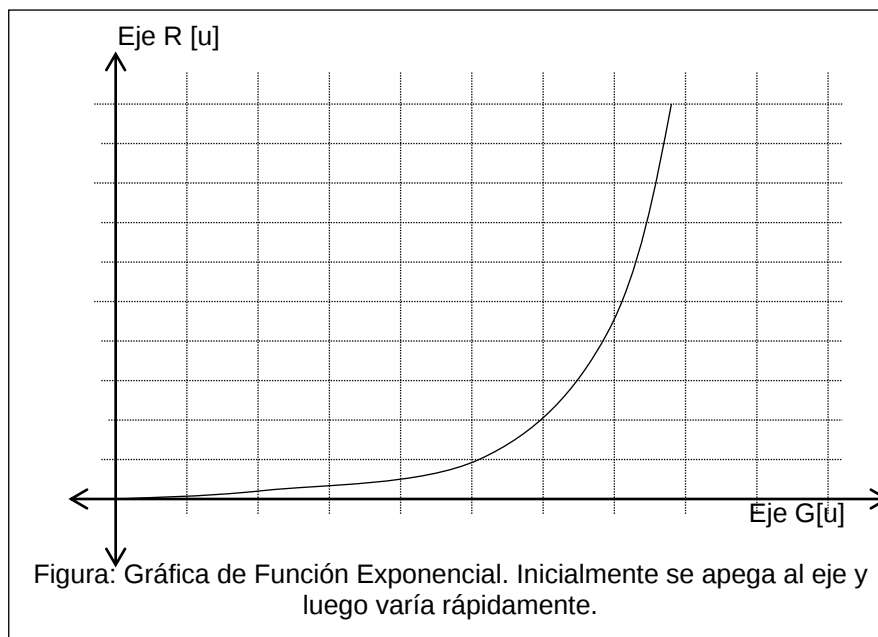
- “m” corresponde a la pendiente de la ecuación de una recta (correspondiendo en este caso a la de una curva rectificada).
- “b” es el intercepto con el eje vertical.

Por esta razón:

- Si se grafica **Log(v)** v/s **Log(h)**, se obtendrá automáticamente una recta si es que la función en juego es del tipo: función de potencia.
- La pendiente de esta recta entregará el **valor del exponente “n”** (donde $n=m$).
- El intercepto vertical, $b = \text{Log}(k)$ entregará el **valor de la constante de proporcionalidad “k”**.
- Luego, calculando “ $k = \text{Log}^{-1}(b) = \text{antilog}(b)$ ”, se obtendrá el valor de la constante “k” de la función.



2.20 RECTIFICACIÓN DE UNA FUNCIÓN EXPONENCIAL.



La característica de la gráfica es: en su comienzo se encuentra muy cerca al eje "G" y luego se aleja rápidamente (cuando el exponente es positivo).

Trabajo personal:

- Averiguar qué sucede cuando el exponente es negativo y cuando es fraccionario.
- Grafique las funciones: $P(x)=2e^{3x}$; $Q(t) = 2e^{-3t}$; $T(n)=-2e^{3n}$; $S(v)= -2e^{-3v}$.

Si un conjunto de pares de datos se distribuyen como se muestra en la figura, entonces se dice que la distribución de puntos es de la forma de curva exponencial, cuya ecuación representativa es:

$$r = k e^{ng}$$

donde "n" y "k" son constantes por determinar.

Como la base utilizada en el modelo es de tipo exponencial, o sea, “e” ($e=2,718281\dots$), se utiliza el logaritmo natural para rectificar la función, lo que genera una lista de datos lineales. Se aplica la función logaritmo natural a ambos miembros de la igualdad, obteniendo:

$$r = k e^{ng} \quad \text{/aplicando "Ln"}$$

$$\text{Ln } r = \text{Ln } k + n \cdot g$$



Asociando: $Y = b + m \cdot X$

Donde la pendiente es: $m = n$,

y el intercepto vertical es:

$$b = \text{Ln } (k).$$

despejando “k”:

$$k = \text{antiln}(b) = \ln^{-1}(b)$$

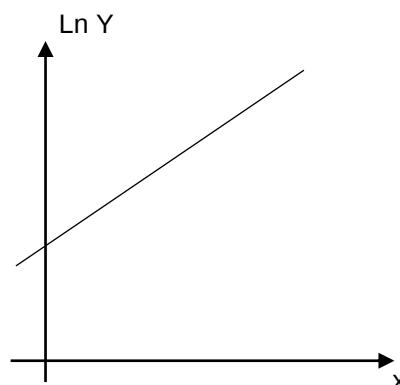


Fig.: Gráfico rectificación
función exponencial

2.21 RELACIÓN ENTRE TRES VARIABLES.

Cuando en un experimento la variable dependiente “depende” de dos variables independientes, por ejemplo, $T = T(L; d)$, el procedimiento consiste en considerar primero la variable dependiente sólo con una variable independiente, manteniendo la otra constante. Debe encontrarse la relación identificando la constante de proporcionalidad ($T = T(L)$), con “d” constante. A continuación debe encontrarse la relación entre la variable dependiente con la otra variable independiente, manteniendo la otra constante. De igual manera debe determinarse la constante de proporcionalidad ($T = T(d)$), con “L” constante.

Finalmente, la relación de dependencia de la variable dependiente en función de las dos independientes será el resultado de las dos anteriores, donde debe evaluarse la constante de proporcionalidad, que de alguna manera está relacionada con las otras constantes de proporcionalidad ($T = T(L, d)$).



2.22 ANÁLISIS DE INFORMACIÓN. DETERMINACIÓN DE CONSTANTES.

Suponga que al representar los datos de una tabla de valores en papel milimetrado ordinario, se obtiene un conjunto de puntos que sugiere el trazado de una recta.

Debido al error experimental inherente al proceso de medición, el alineamiento de los puntos nunca será perfecto y sólo se aproximará a una recta. Entonces se tiene el problema de que varias rectas ligeramente diferentes podrían servir, y debemos elegir una que naturalmente ha de ser la mejor que se ajusta al conjunto de los datos representados.

Para determinar las constantes de la mejor función lineal (recta) que representa la curva en cuestión, pueden ocuparse dos métodos:

- CRITERIO DE LA OBSERVACIÓN PERSONAL, lo que se llama "RECTA DE AJUSTE LIBRE".
- CRITERIO MATEMÁTICO ESTADÍSTICO que da origen a la "RECTA DE CUADRADOS MÍNIMOS".

a) RECTA DE AJUSTE LIBRE.

Se construye con la ayuda de una regla (de preferencia: transparente) trazando una recta que deje, por sobre y bajo ella, más o menos, la misma cantidad de puntos. Se sugiere lo siguiente:

- Graficar los puntos de la tabla de datos experimentales.
- En torno a cada uno de los puntos dibujar una circunferencia con centro en el punto en cuestión. Cada circunferencia debe tener un radio estimado por quien construye el gráfico, teniendo en cuenta las unidades usadas en su medición. Por ejemplo, si las medidas experimentales están en metros, su error puede ser del orden de los 4 [mm], luego, la circunferencia debería tener un radio aproximado de 2 [mm]. El círculo representa el error en la medición experimental obtenida.
- Finalmente, se traza una recta que debe dejar por sobre ella la misma cantidad de puntos que por debajo de ella, tratando de que la recta pase por la mayor cantidad de puntos posibles.

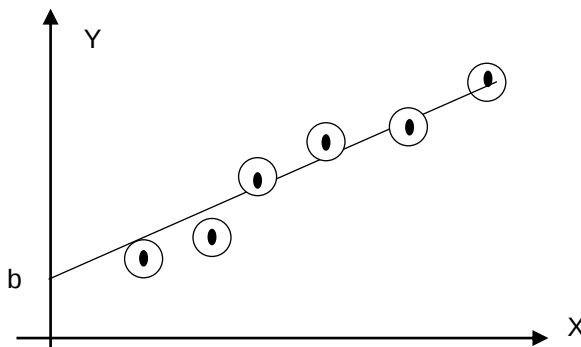


Fig.: Recta de ajuste libre.



La pendiente se calculará tomando dos puntos que **se encuentren sobre la recta**, en caso de que los puntos experimentales no concuerden con la recta dibujada, debe determinarse un par de puntos cercanos a los extremos de la recta y con ellos determinar las constantes.

El intercepto "b", se lee directamente del gráfico o se determina mediante la ecuación general de la recta.

$$\text{Pendiente: } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Conviene tomar puntos cercanos a los extremos y, sobre la recta, muy próximos a ella para minimizar el error. No olvide el manejo de unidades en el cálculo y determinación de la pendiente y del intercepto.

b) MÉTODO DE LOS CUADRADOS MÍNIMOS.

Es un método estadístico que permite determinar los valores de la correlación, la pendiente y del intercepto de una recta.

Se calcula la PENDIENTE "m", el INTERCEPTO VERTICAL "b" y el COEFICIENTE DE CORRELACIÓN de la recta de cuadrados mínimos a través del método explicado a continuación.

Considerar "i" como el número indicador de cada una de las mediciones; "X" e "Y" los valores de las variables independiente y dependiente respectivamente. Previo al cálculo de "m" y "b", es recomendable ordenar los datos en base a la tabla "Análisis de cuadrados mínimos":

Tabla: Análisis de cuadrados mínimos					
' i '	X _i	(X _i) ²	Y _i	(Y _i) ²	(X _i)·(Y _i)
1					
2					
...					
...					
X _i					
n= __	Σ(X _i)=	Σ(X _i) ² =	Σ(Y _i)=	Σ(Y _i) ² =	Σ(X _i ·Y _i)=
	(ΣX _i) ² =		(ΣY _i) ² =		



El que se haya dibujado una recta no significa que realmente lo sea, lo que los mínimos cuadrados hacen es dar la mejor recta que se puede asociar al conjunto de puntos, para saber si realmente el conjunto de puntos corresponde a una recta debe usarse la correlación lineal "r" dada por:

$$r = \frac{n\sum(x_i y_i) - \sum(x_i) \cdot \sum(y_i)}{\sqrt{[n\sum(x_i^2) - (\sum x_i)^2] \cdot [n\sum(y_i^2) - (\sum y_i)^2]}}$$

Relación para calcular la correlación lineal.

Si su valor es cercano a "1" o "-1", como **0,99988**, la recta es buena, sin embargo, si es 0,988, lo más probable es que los puntos no correspondan a una recta (se ha escogido mal el modelo inicial y debe buscar otro).

Una vez verificada la correlación, se calculan los valores numéricos de la pendiente "m" y del intercepto "b" con el eje vertical, según las relaciones dadas por:

$$m = \frac{n\sum(x_i \cdot y_i) - \sum(x_i) \cdot \sum(y_i)}{n\sum(x_i^2) - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum(x_i^2) \cdot \sum(y_i) - \sum(x_i) \cdot \sum(x_i \cdot y_i)}{n\sum(x_i^2) - (\sum x_i)^2}$$

n: número de mediciones.
m: pendiente de la recta de cuadrados mínimos.
b: Intercepto de la recta con eje de las ordenadas.

Una vez calculados los valores de "m" y "b", se reemplazan en el modelo, y se escribe la ecuación de la recta de cuadrados mínimos en las siguientes formas:

$Y = m x + b$:.....si originalmente es una recta.

$\text{Log}(y) = m \cdot \text{Log}(x) + \text{Log}(K)$ si originalmente es una función de potencia.



$\ln(y) = m \cdot (x) + \ln(K)$:si originalmente es una función exponencial.

Nota :

- Las variables X e Y corresponden a los puntos (X;Y) de la tabla obtenida de las mediciones.
- Los logaritmos no llevan unidades (en los ejes coordenados).

Luego, en esta última expresión, se da a "X" dos valores arbitrarios del mismo orden de los que tiene X_i , pero no iguales a ellos, y se calcula el valor de " Y_i " en cada caso. Con esto, se tienen dos puntos $P_1(X_1;Y_1)$ y $P_2(X_2;Y_2)$ de la recta; representándolos en el papel junto a los otros se pueden unir por una recta. Esta es la recta de cuadrados mínimos, o sea, la que estadísticamente es la que se ajusta en forma más precisa a sus mediciones.



2.23 EJEMPLOS Y EJERCICIOS.

A) EJEMPLO 1: Mediante Una experiencia de laboratorio se obtiene la siguiente tabla de datos:

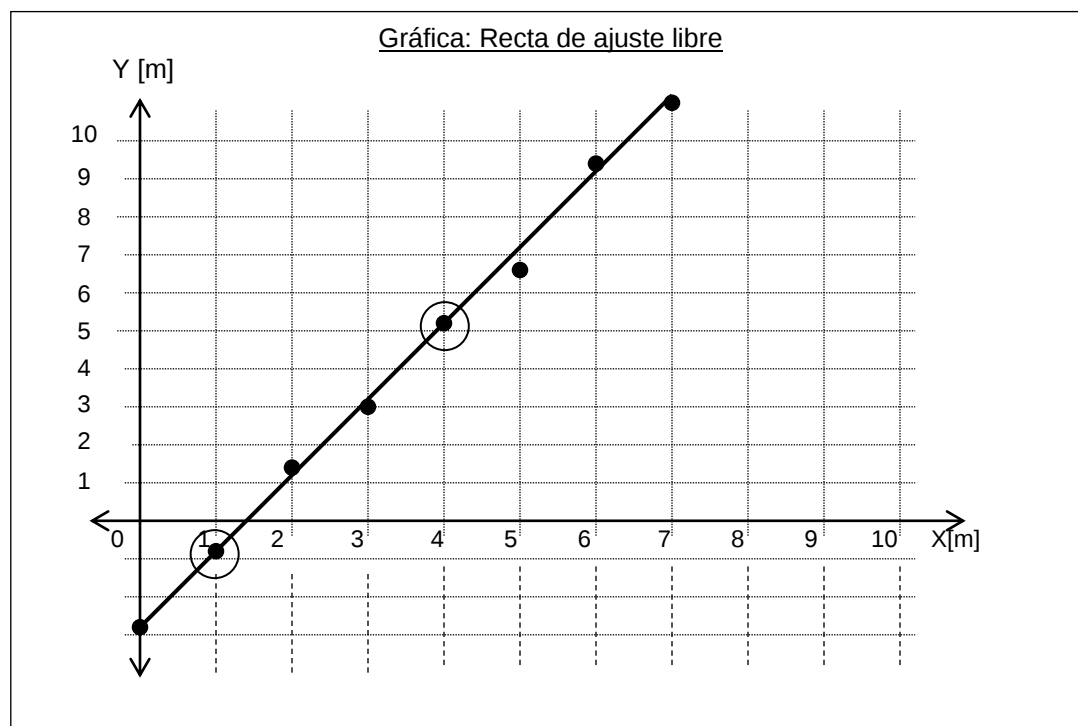
X[m]	0	1	2	3	4	5	6	7
Y[m]	-2,8	-0,8	1,4	3,0	5,2	6,6	9,4	11,0

Sobre un mismo gráfico y con diferente color, graficar las rectas que resultan de aplicar el método:

- (a) de ajuste libre.
- (b) de los cuadrados mínimos.

2.23.i.- DESARROLLO USANDO MÉTODO DE AJUSTE LIBRE.

Al graficar los datos por el método de libre ajuste se obtiene la recta mostrada en la gráfica "Recta de ajuste libre", desde donde se obtienen el intercepto con el eje de las ordenadas y pendiente de la recta.





Intercepto: Se obtiene del gráfico (apoyado en la tabla de datos) y corresponde al punto en donde $x=0$, es decir,

$$y = b = -2,8 \text{ [m]}$$

Pendiente: Se consideran dos puntos de la recta y se aplica la relación

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Si se consideran los puntos contenidos en la recta: $P_1(1;-0,8)$ y $P_2(4;5,2)$, se obtiene:

$$m = \frac{5,2 - (-0,8)}{4 - 1} = 2,0$$

Trabajo personal: Analice los datos y cálculos efectuados y responda: ¿Qué unidad de medida tiene "m" y por qué razón?

2.23.ii.- DESARROLLO USANDO MÉTODO DE CUADRADOS MÍNIMOS.

Primero se genera la tabla de valores para obtener los valores de "m" y "b" según indicaciones anteriores.

i	X_i	X_i^2	Y_i	Y_i^2	$X_i * Y_i$
1	0	0	-2,8	7,84	0
2	1	1	-0,8	0,64	-0,8
3	2	4	1,4	1,96	2,8
4	3	9	3,0	9,00	9,0
5	4	16	5,2	27,04	20,8
6	5	25	6,6	43,56	33,0
7	6	36	9,4	88,36	56,4
8	7	49	11,0	121,00	77,0
N = 8	$\Sigma X_i = 28$	$\Sigma X_i^2 = 140$	$\Sigma Y_i = 33$	$\Sigma Y_i^2 = 299,4$	$\Sigma X_i * Y_i = 198,2$
	$(\Sigma X_i)^2 = 784$		$(\Sigma Y_i)^2 = 1089$		

Segundo: Para verificar que realmente si se trata de una recta, hay que determinar el coeficiente de correlación "r":



$$r = \frac{8(198,2) - 28(33)}{\sqrt{[8(140) - 784] \cdot [8(299,4) - 1089]}} = \frac{661,6}{662,4} = 0,99879...$$

Análisis del valor de "r".

Como "r" es cercano a "1", los datos de la tabla representan los puntos de una recta. Luego, se determina el valor de "m" y "b" ocupando las relaciones para ello:

Tercero: Determinación de los valores de las constantes "m" y "b".

$$m = \frac{8(198,2) - 28(33)}{8(140) - 784} = \frac{661,6}{336} = 1,969...$$

$$b = \frac{140(33) - 28(198,2)}{8(140) - 784} = \frac{-929,6}{336} = -2,766...$$

Cuarto: Se escribe la ecuación de la recta cuyas constantes se han obtenido mediante el método de los cuadrados mínimos:

$$y = 1,969 x - 2,766$$

Que puede aproximarse a: $y = 2 x - 2,8$

Quinto: Verificación de la ecuación obtenida:

- De la ecuación se obtiene el intercepto ($b = -2,8[m]$) con el eje de las ordenadas y la pendiente de la recta ($m = 2,0$).
- Se considera un punto "x" cualquiera que no pertenezca a los de la tabla y se determina su ordenada "y". Con el par (x,y) más el intercepto se grafica la recta de los cuadrados mínimos.

Consideremos $x = 6,5$ y calculamos la ordenada correspondiente. $Y = 2(6,5) - 2,8 = 10,2$

Se dibuja en el gráfico los punto "b" (intercepto) y P(6,5); Luego se traza la recta de cuadrados mínimos:





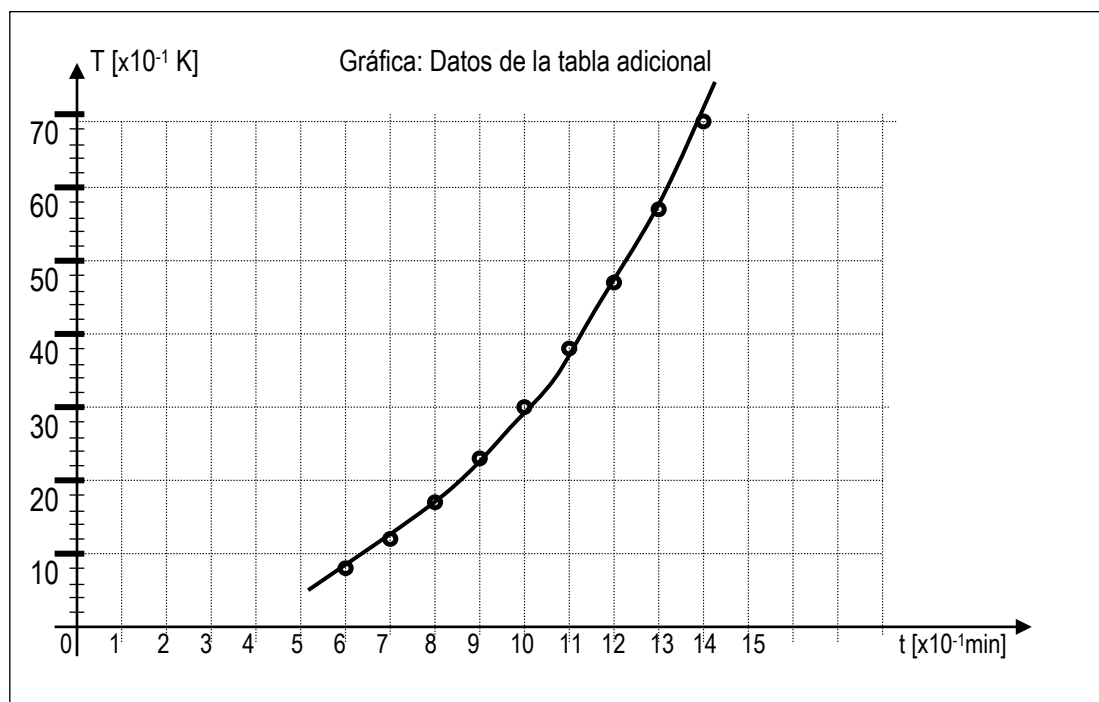
B) EJEMPLO 2:

En un Laboratorio se efectúa una experiencia en donde se mide temperatura en función del tiempo arrojando la siguiente tabla de datos:

Tabla $T=T(t)$									
t [min]	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
T [K]	0.84	1.23	1.72	2.31	3.00	3.81	4.73	5.78	6.96

PASO 1.- Puede confeccionar una tabla adicional, ajustando medidas mediante el empleo de potencias de 10. Esto se hace para amplificar el gráfico y tener mejor visión de los datos sin modificar los mismos

Tabla adicional									
t [$\times 10^{-1}$ min]	6	7	8	9	10	11	12	13	14
T [$\times 10^{-1}$ K]	8.4	12.3	17.2	23.1	30.0	38.1	47.3	57.8	69.6



PASO 2.- Confección de gráfico de la tabla adicional.

PASO 3.- Modelo matemático:

Corresponde a una FUNCIÓN de POTENCIA, del tipo $Y = kX^n$.

PASO 4.- Criterio de rectificación a utilizar:

Aplicar logaritmos vulgares (o decimales) para rectificar la curva.

$$\text{Log } Y = \text{Log } k + n \log X$$

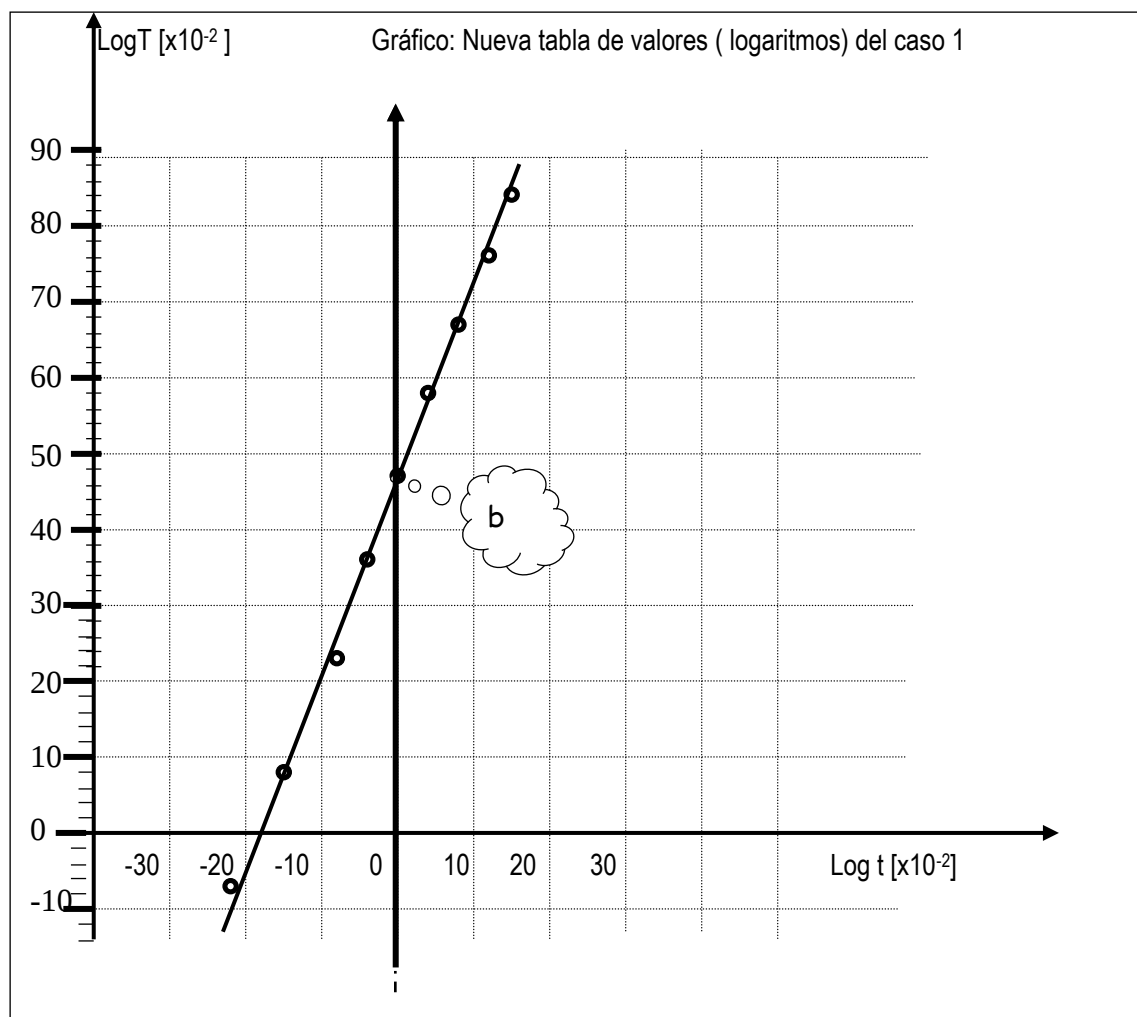
donde $\log(k) = b$ (intercepto de la recta con el eje $\log Y$)

PASO 5.- Nueva tabla de valores con su gráfica (usando logaritmos) y su correspondiente tabla adicional modificando su escala para graficar en forma cómoda.

Log t	-0.222	-0.155	-0.097	-0.046	0.000	0.041	0.079	0.114	0.146
Log T	-0.076	0.090	0.236	0.364	0.477	0.581	0.675	0.762	0.843

Tabla modificada (acomodación de escalas sólo para graficar).

Log t [$\times 10^{-2}$]	-22,2	-15,5	-9,7	-4,6	0,00	4,1	7,9	11,4	14,6
Log T [$\times 10^{-2}$]	-7,6	9,0	23,6	36,4	47,7	58,1	67,5	76,2	84,2





PASO 6.- Determinación de parámetros:

De la tabla más la ayuda del gráfico 4, se puede obtener el intercepto de la curva con el eje log Y:

$$\log k = b = 0,477$$

$$k = \text{antilog}(0,477) = \log^{-1}(0,477) = 10^{0,477}$$

$$k = 2,99916... \text{ el cual podemos aproximar a } 3, \text{ luego}$$

$$k = 3.$$

Además, tomando dos puntos de la curva, se determina la pendiente m, que en nuestro caso corresponde al valor de "m = n".

$$m = n = (0,363 - 0,090) / (-0,046 - (-0,155)) = 0,273 / 0,109 = 2,5045....$$

Lo que se puede aproximar a 2,5.

PASO 7.- Ecuación que relaciona las variables.

Finalmente, se reemplazan los valores en la ecuación supuesta:

$$y = k x^n..$$

$$T = 3 t^{2,5} = 3 t^{5/2} = 3 \sqrt{t^5}$$

C) EJEMPLO 3:

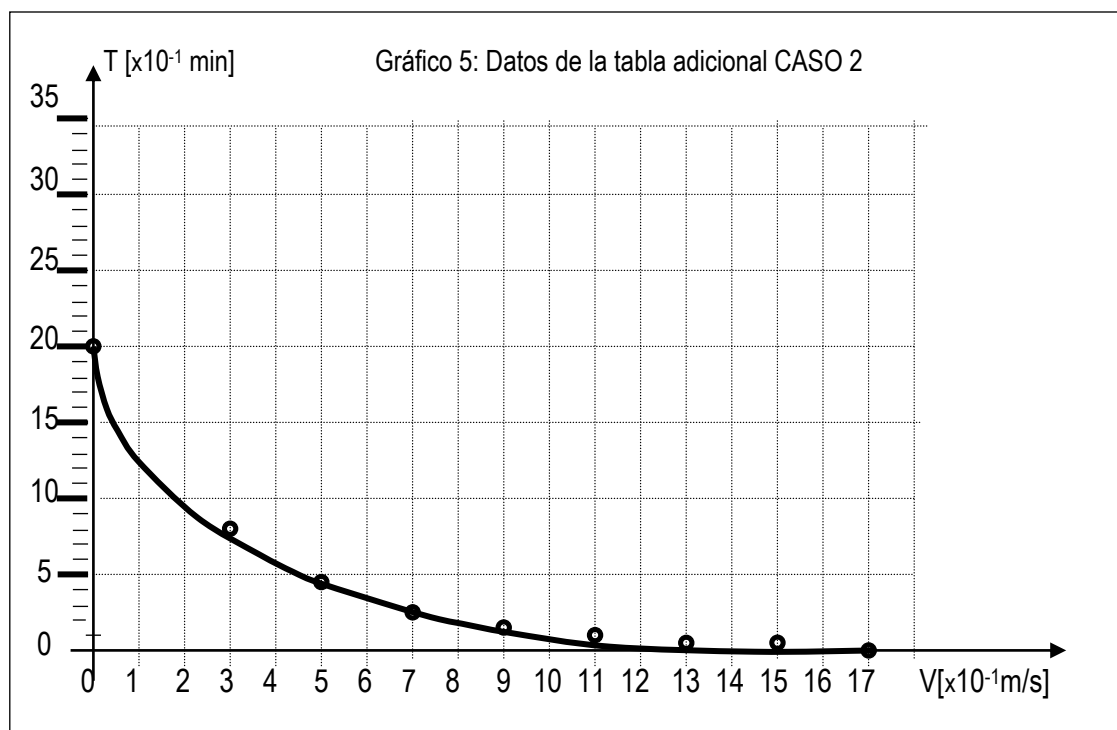
En un Laboratorio se efectúa una experiencia donde se relaciona la rapidez con el tiempo arrojando la siguiente tabla de datos:

Tabla V=V(T)									
V [m/s]	0	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3	1.5	1.7
T [min]	2.00	0.81	0.45	0.24	0.13	0.07	0.04	0.02	0.01

PASO 1.- Confección de tabla adicional ajustando medidas empleando potencias de 10.

Tabla adicional									
V [$\times 10^{-1}$ m/s]	0	3	5	7	9	11	13	15	17
T [$\times 10^{-1}$ min]	20.0	8.1	4.5	2.4	1.3	0.7	0.4	0.2	0.1

PASO 2.- Confección de gráfico 5 de la tabla adicional.



PASO 3.- Modelo matemático: corresponde a una FUNCIÓN EXPONENCIAL del tipo

$$Y = k e^{-cX}.$$



PASO 4.- Criterio de rectificación a utilizar: aplicar logaritmo natural para rectificar la curva.

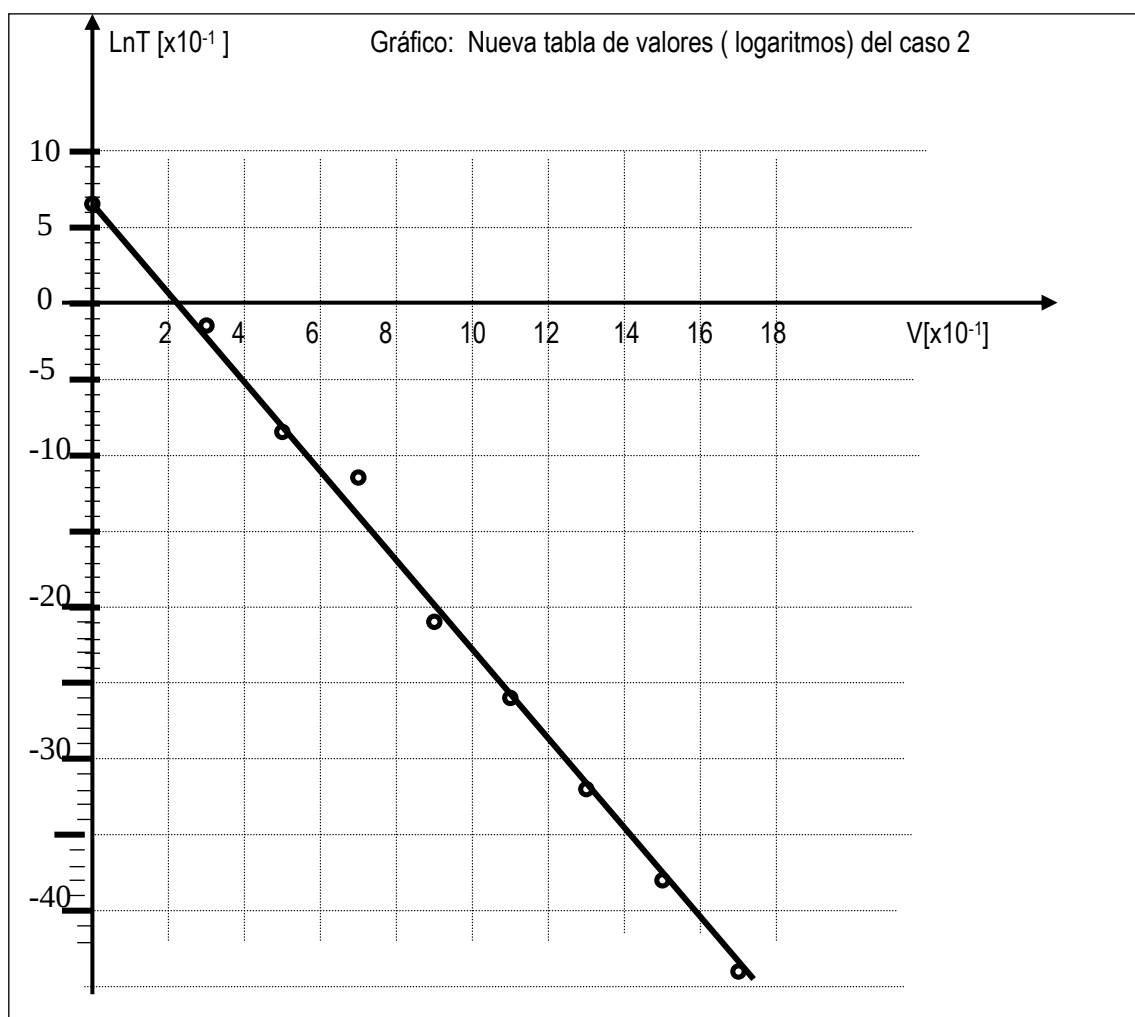
$$\ln(Y) = \ln(k) + c(X)$$

donde $\ln(k) = b$ (intercepto de la recta con el eje $\ln Y$).

PASO 5.- Nueva tabla de valores con su gráfica (usando logaritmos naturales para Y solamente) y una tabla con los datos "acomodados" a una escala mejor.

V	0.000	0.300	0.500	0.700	0.900	1.100	1.300	1.500	1.700
Ln T	0.693	-0.207	-0.807	-1.407	-2.007	-2.607	-3.207	-3.807	-4.407

$V[x10^{-1}]$	0,0	3,0	5,0	7,0	9,0	11,0	13,0	15,0	17,0
$\ln T[x10^{-1}]$	6,93	-2,07	-8,07	-14,07	-20,07	-26,07	-32,07	-38,07	-44,07





PASO 6.- Determinación de parámetros:

De la tabla, más la ayuda del gráfico, se puede obtener el intercepto de la curva con el eje Ln Y.

$$\begin{aligned} \text{Ln } k &= b = 0,693 \\ k &= \text{Ln}^{-1}(0,693) = e^{(0,693)} \\ k &= 1,99970 \quad \text{el cual podemos aproximar a 2, luego} \\ \mathbf{k} &= \mathbf{2.} \end{aligned}$$

Además, tomando dos puntos de la curva, se determina la pendiente m, que en nuestro caso corresponde al valor de "c".

$$m = c = (-1,407 - 0,207) / (0,700 - 0,300) = -1,200 / 0,400 = -3...$$

Punto 7.- Ecuación que relaciona las variables.

Finalmente, se reemplazan los valores en la ecuación supuesta: $y = k e^{nx}$.

$$\mathbf{T = 2 e^{-3v}}$$

Obs.:

Si no aparece una recta en la gráfica de la función rectificada, significa que es otro el modelo a utilizar.



2.24 PROBLEMAS PROPUESTOS:

Para cada uno de los casos dados a continuación (problemas propuestos), efectúe las acciones indicadas:

- 1.- Confeccione, si es necesario, una tabla adicional de modo que los datos sean fácilmente graficables.

Por ej.:

+ para eje X, cambiar a: $X [x 10^{-1} \text{ min}]$

+ para eje Y, cambiar a: $Y [x 10^{-2} \text{ }^{\circ}\text{K}]$

Comente: ¿Cuál es la razón de hacer este cambio en los ejes?

- 2.- Confeccione un gráfico de la situación (puede ser ocupando los datos de la tabla adicional).
- 3.- Identifique el modelo matemático de la gráfica obtenida.
- 4.- Aplique un criterio de rectificación adecuado para la curva cuando corresponda.
- 5.- Si rectificó: Confeccione una nueva tabla de valores y su gráfica. Compare con sus datos experimentales.
- 6.- Determine los parámetros necesarios (pendiente e intercepto) para obtener la relación matemática adecuada que rige la información de la tabla de datos experimentales.
- 7.- Escriba la ecuación que relaciona ambas variables del grupo de datos analizados (modelo con parámetros físicos).



Prob.1. Dada la tabla siguiente:

Y[m]	1	6,5	11	15,5	21,5	25,6	30,0	40,5
X[m]	1	3	4	6	8	9	11	14

- (a) Construya el gráfico correspondiente $X=X(Y)$.
(b) Determine la ecuación de la recta de ajuste libre.
(c) Determine la ecuación de la recta de cuadrados mínimos. Grifíquela.
(d) Comente las ventajas o desventajas de cada método.

(Recta)

Prob.2. En un cierto experimento de mecánica, se obtuvieron los siguientes datos, para el tiempo "t" y la rapidez "v" de un móvil:

t [s]	0	1	2	3	4	5	6
V [cm/s]	2,0	4,7	7,8	10,0	12,4	14,6	17,7

- (a) Construya un gráfico $V=V(t)$ en papel milimetrado aplicando las indicaciones generales al respecto.
(b) Trace una recta de ajuste libre, determine su pendiente y el intercepto con el eje vertical. Escriba la ecuación de la recta.
(c) Determine el coeficiente de correlación "r", la pendiente "m" y el intercepto con el eje vertical "b" según el criterio de los cuadrados mínimos. Trace la recta de cuadrados mínimos aplicando las indicaciones dadas anteriormente para éste efecto.

Basándose en los ejemplos dados, desarrolle en su cuaderno cada uno de los casos propuestos. luego, si es posible, utilizando planilla electrónica, las .

Prob.3. Grafique $V=V(t)$.

Tabla 3.									
V [m/s]	-113	-92	-76	-56	-41	-25	-19	-15	-10
t [min]	0.1	0.3	0.5	0.8	1.1	1.6	1.9	2.1	2.5

(Exponencial; $V=-125e^{-t}$)

Prob.4. Grafique $t=t(T)$.

Tabla 4.									
t [s]	0.456	0.5500	0.600	0.6500	0.700	0.7800	0.8409	0.900	0.9500
T [°K]	0.09	0.18	0.26	0.36	0.48	0.74	1.00	1.31	1.63

(de Potencia)



Prob.5. Grafique $T=T(L)$.

Tabla 5.									
T [s]	0.01	0.05	0.1	0.5	1	3	6	9	14
L [m]	0.50	1.12	1.58	3.54	5.00	8.66	12.25	15.00	18.71

(de Potencia; $L=5t^{0.5}$)

Prob.6. Grafique $R=R(T)$.

Tabla 6.									
R [m/s]	2,72	2,46	1,65	1,11	0,61	0,27	0,15	0,06	0,02
T[s] *	0,5	1	3	5	8	12	15	20	25

(Exponencial ; $R=3e^{-0,2t}$)

2.25 PROBLEMAS DE ANÁLISIS GRÁFICO CON PLANTEO.

Prob. 1. El número "N" de bacterias por unidad de volumen, presentes en un cultivo después de "t" horas, está dado por la siguiente tabla:

T [h]	0	1	2	3	4	5	6
N[bact]	32	47	65	92	132	190	275

(a) Confeccione un gráfico de N v/s t.

(b) Rectifique la función, siguiendo las indicaciones dadas en el apunte.

(c) ¿Cuál es la ecuación que rige este fenómeno ?.

(d) ¿Cuál es el número de bacterias por unidad de volumen que se espera después de 8[hr]; 9,5[hr] y 12 [hr] ?.



Prob.2. La siguiente tabla entrega valores, para el tiempo (expresado en segundos) que el agua de una vasija tarda en vaciarse totalmente, a través de un orificio practicado en su fondo.

Las otras dos variables que intervienen son respectivamente la altura h [cm] del agua en la vasija y el diámetro d [cm] del orificio del fondo.

Diámetro: d_n [cm]	Altura h [cm]			
	30	10	4	1
1,5	$t=73,0$	43,5	26,7	13,5
2	41,2	23,7	15,0	7,2
3	18,4	10,5	6,8	3,7
5	6,8	3,9	2,2	1,5

Con los datos anteriores, encuentre la relación analítica que expresa “ t ” en función de “ h ” y “ d ”. Para ello proceda de la manera siguiente:

(a) Grafique y una los puntos, para representar el tiempo en función del diámetro, para una altura constante de 30 [cm]. Aunque esta curva puede utilizarse, para interpolaciones entre las medidas e incluso de un modo aproximado, para extrapolaciones, no conocemos la forma de la expresión algebraica que relaciona “ t ” con “ d ”.

Del gráfico se deduce que “ t ” decrece bastante rápidamente con “ d ”, lo cual sugiere una relación inversa. Más aún, se puede apreciar que el tiempo de flujo debe estar relacionado de un modo simple con el área de la abertura, ya que cuanto mayor sea ésta, mayor es la cantidad de agua que fluye por ella en el mismo tiempo. Al comparar con la tabla de curvas conocidas, esto sugiere una gráfica de “ t ” en función de “ $1/d^2$ ”.

(b) Por ello agregue una columna, para los valores de “ $1/d^2$ ” y, de nuevo, eligiendo una escala apropiada, represente “ t ” en función de “ $1/d^2$ ” y una los puntos con una curva continua. ¿Qué resulta?. ¿Se puede deducir una relación entre “ t ” y “ d ”, para el nivel de agua utilizado?. ¿Eran correctas las suposiciones?

(c) Con el objeto de comprobar si este tipo de relación entre “ t ” y “ d ” es válido, para alturas diferentes, represente en la misma hoja las gráficas de “ t ” en función de “ $1/d^2$ ”, para diferentes alturas o niveles de agua. ¿Cuál es la conclusión?



(d) Observe que el gráfico correspondiente a $h = 1$ [cm] se extiende hacia arriba muy ligeramente. Haga un gráfico especial de estos datos con una escala mayor, para el tiempo.

¿Qué se observa ahora?

Con los datos obtenidos ¿qué conclusión se obtiene acerca de la relación algebraica entre " t " y " d ", para $h = 1$ [cm]?

(e) Investigue ahora la dependencia de " t " con " h " cuando el diámetro de la abertura permanece fijo. Tome el caso $d = 1,5$ [cm] correspondiente a la primera serie. Haga un gráfico con " h " sobre el eje horizontal y una los puntos extrapolando los resultados hasta el origen. ¿Pasa la curva por él? ¿Esperaba este resultado?

(f) Aplicando el método ya conocido procure obtener la expresión general del flujo en función de " h " y " d ".



CAPÍTULO N°5: ANEXOS.



CAPÍTULO 3. ANEXOS.

5.- ANEXOS.

- 5.1.- El estuche.
 - 5.2.- Trigonometría.
 - 5.3.- Potencias de 10 y prefijos.
 - 5.4.- Logaritmos, propiedades.
 - 5.5.- Informe de Laboratorio, elaboración.
 - 5.6.- Método científico.
 - 5.7.- Código de colores en las resistencias.
 - 5.8.- Algunas unidades de medida y transformaciones de unidades.
 - 5.9.- Palabras escondidas.
 - 5.10.- Fechas para recordar: Evaluaciones / trabajos.
 - 5.11.- Cono del aprendizaje.
 - 5.12.- Algunas ecuaciones y constantes.
-

3.1 EL ESTUCHE.

El ESTUCHE: Según definición del diccionario, corresponde a una palabra del género masculino y corresponde a una envoltura o funda rígida destinada a guardar o proteger un objeto determinado o un conjunto de objetos.

Cada cadete tiene la obligación de tener un estuche (tamaño adecuado, ideal dos compartimientos) donde pueda guardar los siguientes elementos para su trabajo personal:

- ✧ Escuadra pequeña, transportador y regla. Compás (barato).
- ✧ Lápiz grafito, sacapuntas (o portaminas y repuestos), goma de borrar.
- ✧ Lápiz pasta (azul o negro, puede incluir otros colores: rojo, verde) o tinta y repuestos.
- ✧ Calculadora científica (sencilla, no tiene que ser programable).
- ✧ Destacador (uno o más colores).
- ✧ Liquid paper.
- ✧ Lápices de colores (de grafito, pasta o tinta).



Puede incluir, además, todos aquellos elementos de escritorio que usted requiera para su mejor trabajo tanto en clases como en evaluaciones.

- ✧ Corchetera pequeña.
- ✧ Tijera, cortacartón,
- ✧ Huincha adhesiva. Pegamento.
- ✧ Aguja, hilo coser.



RECUERDE QUE NO SE PERMITIRÁ EL PRÉSTAMO DE ÚTILES DURANTE EL DESARROLLO DE LAS EVALUACIONES.

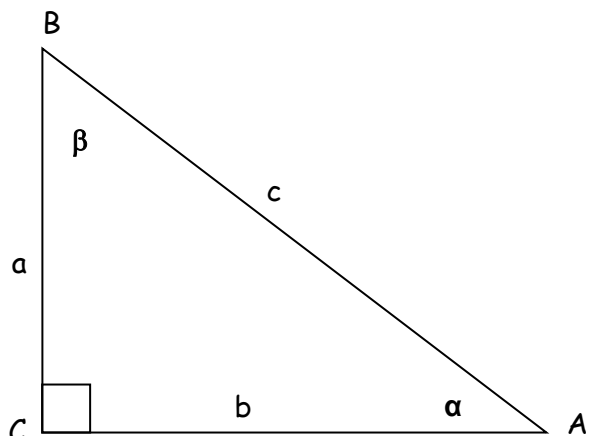


3.2 TRIGONOMETRÍA.

En un triángulo cualquiera, la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° .

Apoyado de un triángulo ACB, rectángulo en C, se definen las funciones trigonométricas fundamentales.

Teorema de Pitágoras: "El cuadrado de la hipotenusa es equivalente a la suma de los cuadrados de los catetos de un triángulo rectángulo".



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\text{Seno del ángulo} = \frac{\text{cateto opuesto al ángulo}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{Coseno del ángulo} = \frac{\text{cateto adyacente al ángulo}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{Tangente del ángulo} = \frac{\text{cateto opuesto al ángulo}}{\text{cateto adyacente al ángulo}}$$

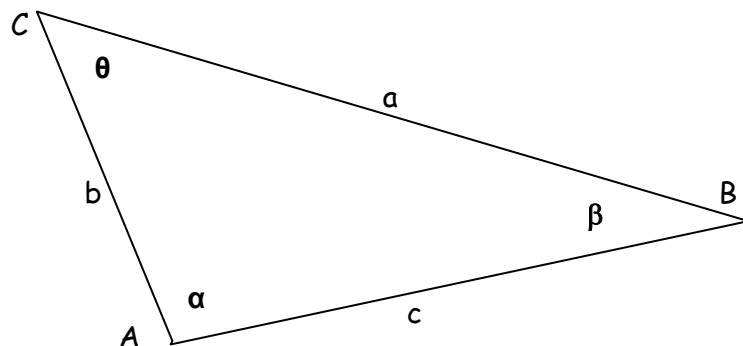
Según el triángulo $\triangle ACB$:

$$\text{Sen}(\alpha) = \text{Cos}(\beta) = \frac{a}{c}$$

$$\text{Sen}(\beta) = \text{Cos}(\alpha) = \frac{b}{c}$$

$$\text{Tan}(\alpha) = \frac{1}{\text{Tan}(\beta)} = \frac{a}{b}$$

Para el caso de un triángulo cualquiera, se utilizan los teoremas del seno y del coseno.



$$\frac{\text{Sen}(\alpha)}{a} = \frac{\text{Sen}(\beta)}{b} = \frac{\text{Sen}(\theta)}{c}$$

Teorema del Seno:

Teorema del Coseno:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\theta)$$

Determinación de algunos valores de funciones trigonométricas:

θ	0°	30°	45°	60°	90°
	0 [rad]	$\pi/6$ [rad]	$\pi/4$ [rad]	$\pi/3$ [rad]	$\pi/2$ [rad]
Sen(θ)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Cos(θ)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

En Matemáticas se utiliza un esquema resumen que permite recordar los valores dados anteriormente:

$$\begin{array}{c} \text{Sen}(\theta) \\ \text{Cos}(\theta) \end{array} \sqrt{\begin{array}{c|c|c|c|c} 0^\circ & 30^\circ & 45^\circ & 60^\circ & 90^\circ \\ \hline 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{array}}$$

2



3.3 POTENCIAS DE 10 Y PREFIJOS.

PREFIJOS: elemento (morfema⁴) que se anteponen a una palabra para modificar su significado. En el caso de las potencias de 10, se está indicando un factor por el cual se debe multiplicar la magnitud indicada.

Tabla 7: Prefijos

Factor	Prefijo	Símbolo	Factor	Prefijo	Símbolo
10^{18}	Exa	E	10^{-1}	deci	d
10^{15}	Peta	P	10^{-2}	centi	c
10^{12}	Tera	T	10^{-3}	mili	m
10^9	Giga	G	10^{-6}	micro	μ
10^6	Mega	M	10^{-9}	nano	n
10^3	Kilo	k	10^{-12}	pico	p
10^2	Hecto	h	10^{-15}	femto	f
10^1	Deca	da	10^{-18}	atto	a

Trabajo personal: ¿Qué es un Amstrong? ¿Cuál es su factor de conversión al SI?

POTENCIAS DE 10.

¿Por qué emplear potencias de 10? Si dijeran que el radio de un átomo de hidrógeno es igual a 0,000000005 [cm], o que una célula tiene cerca de 200000000000 átomos, difícilmente seríamos capaces de asimilar estas ideas. Esto sucede porque tales números distan mucho de los valores que nuestros sentidos están acostumbrados a percibir, y se encuentran fuera de nuestro cuadro de referencias. Para asimilar de mejor forma cifras de tal magnitud, es que se recurre a la notación en potencia de 10.

¿Cómo se escriben los números aplicando notación de potencia de 10?

Consideremos una cantidad cualquiera, por ejemplo, 842 [u] (la notación [u] representa a cualquier unidad de medida). Nuestros conocimientos de álgebra elemental nos permitirán comprender que esta cantidad se puede expresar de la siguiente manera:

$$842 [u] = 8,42 \times 100 [u] = 8,42 \times 10^2 [u]$$

Observemos que la cantidad 842 [u] se expresó como el producto de 8,42 por la correspondiente potencia de 10 (en este caso, 10^2).

Consideremos el número 0,0037. Podemos escribir:

$$0,0037 = \frac{3,7}{1000} = \frac{3,7}{10^3} = 3,7 \times 10^{-3}$$

⁴ Morfema: mínima unidad lingüística con significado.



Una vez más, tenemos el número expresado por el producto de un número comprendido entre 1 y 10 (en este caso 3,7) multiplicado por una potencia de 10 (en este caso 10^{-3}).

Si nos basamos en estos ejemplos, llegaremos a la conclusión siguiente:

Cualquier número real "N" siempre puede expresarse como el producto de un número compuesto por una cifra entera "R", donde "R" puede tomar valores enteros entre 1 y 9 inclusive, (R corresponde a la primera cifra significativa del número en cuestión), acompañado de algunos decimales (según las cifras significativas indicadas) y multiplicado por una potencia adecuada de 10.

Ejemplo: Escribir, usando la notación científica y con dos cifras significativas, la magnitud 0,0034567 [km]:

$$0,0034567 \text{ [km]} \rightarrow 3,4567 \times 10^{-3} \text{ [km]}$$

donde:

$$10^{-3} \text{ [km]} \text{ equivale a } 10^{-3} [10^3 \text{ m}] = 10^0 [\text{m}]$$

luego:

$$3,4567 \times 10^{-4} \text{ [km]} = 3,4567 \times 10^0 [\text{m}] = 3,4567 \text{ [m]}$$

En la magnitud indicada, el primer decimal corresponde a 4[cm], el segundo, 5[mm]. Al comparar las magnitudes, se puede considerar despreciable la cantidad de 5[mm] respecto a los 3[m] y como se pide 2 cifras significativas hay que redondear.

La parte decimal debe aproximarse a 0 o 1 según las reglas de aproximación:

$$0,4567 \rightarrow 0,46 \rightarrow 3,46 \text{ [m]} \cong 3,5 [\text{m}]$$

Luego, el número se puede escribir:

$$0,0034567 \text{ [km]} = 3,5 \times 10^{-3} \text{ [km]}$$



3.4 LOGARITMOS, PROPIEDADES.

Escribir una raíz o un logaritmo, no es otra cosa que despejar de la relación para las potencias, la BASE (B) o el EXPONENTE (E). Es decir, mediante los logaritmos encontramos el exponente "E" a que debe elevarse la base "B" para obtener un número "N". A "N" se le llama "argumento".

$$POTENCIA \Rightarrow B^E = N \Leftrightarrow \begin{cases} B = \sqrt[E]{N} \Leftarrow RADICACIÓN \\ \log_B(N) = E \Leftarrow LOGARITMO \end{cases}$$

Casos especiales:

Si $b=10$: el logaritmo se denomina de Briggs o vulgar o decimal:

$$\log_{10}(b) = \log(b) = E$$

Si $b=e$, el logaritmo se denomina de Neperiano o natural:

$$\log_e(b) = \ln(b) = E$$

donde $e = 2,718281828...$

PROPIEDADES:

a) $\log_b(x \cdot y) = \log_b(x) + \log_b(y)$

b) $\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b(x) - \log_b(y)$

c) $\log_b(x^n) = n \cdot \log_b(x)$

d) $\log_b(\sqrt[n]{x}) = \frac{1}{n} \log_b(x)$

e) $\log_b(b) = 1$

f) $\log_b(1) = 0$

Observación: Cabe recordar que no existe el logaritmo de 0 o de un número negativo. Justifique ésta aseveración.



FUNCIÓN INVERSA:

$$\text{Si } y = \log(x) \rightarrow x = \log^{-1}(y) = 10^y$$

Ej.: si $\log(x) = 0,90308\dots$ entonces.... $X = \log^{-1}(0,9030)$
 $X = 10^{0,90308}$
 $X = 7,99981\dots$
 $X = 8$

Observación: Para calcular la función inversa, ocupe una cantidad mínima razonable de decimales, por ejemplo: cinco decimales. Mientras más decimales, más exacto será el valor de la función inversa.



3.5 INFORME DE LABORATORIO, ELABORACIÓN.

El informe de laboratorio es un documento oficial en el cual se registra todo lo efectuado durante el desarrollo de la experiencia. En él se incluyen: materiales utilizados, marco teórico involucrado, método experimental ocupado, registro de datos, análisis de los datos y sus gráficas, rectificación de curvas, identificación de modelo matemático que represente la experiencia efectuada, determinación de modelo con parámetros físicos y conclusiones. Todo acompañado de sus respectivos cálculos de error respetando la cantidad de cifras significativas correspondientes.

Alumnos de primer y segundo año: todos los Informes se confeccionan con letra manuscrita siguiendo la pauta indicada más adelante (no considerar indicaciones sobre formatos computacionales).

Cuando se indique lo contrario, los informes podrán ser confeccionados con procesador de texto acompañado de tablas y gráficas confeccionadas en planilla electrónica considerando lo siguiente:

- ✓ *Hoja tamaño carta, letra "Arial 11".*
- ✓ *Títulos subrayados o con negrita.*
- ✓ *Tablas y gráficas identificadas con nombre; ejes con unidades y escala.*
- ✓ *Orden en escritura del informe (ortografía y redacción), siendo consecuente un párrafo con otro.*
- ✓ *Debe contener bibliografía utilizada de acuerdo a la norma APA. Remitirse a la información dada en Lenguaje e Historia respecto a las referencias bibliográficas.*

Independientemente, si sea manuscrito o con procesador de texto, la confección del informe de laboratorio debe considerar los siguientes aspectos (tener en cuenta que cada acápite lleva cierta cantidad de puntos según la importancia de ellos de acuerdo al objetivo de la experiencia).

- I) Portada según formato indicado.
- II) Objetivos y sustentación teórica de la experiencia.
- III) Procedimiento experimental (materiales, esquema y procedimiento) .
- IV) Tablas de datos, gráficas y análisis de los datos.
 - IV.a) Datos iniciales o de contorno.
 - IV.b) Datos referentes a la parte experimental (tablas).
 - IV.c) Gráficas de datos experimentales.
 - IV.d) Elegir modelo a estudiar indicando la razón de su selección.
 - IV.e) Efectuar rectificaciones necesarias, incluyendo nuevas tablas de datos y gráficas correspondientes.
- V) Establecer modelo matemático definitivo de la situación.
- VI) Conclusiones.
- VII) Redacción, puntuación, ortografía.
- VIII) Bibliografía y otros usados como consulta (norma APA).
 - VIII.a) Ej: Pérez Rozas, José María (2006). *Título en cursiva*. Santiago de Chile: Edit. Universitaria.

Para la confección del informe de laboratorio se ha establecido un modelo general desde donde cada grupo de trabajo deberá considerar solamente aquellos puntos que se le soliciten para dicho laboratorio, manteniendo siempre aquellos marcados como obligatorios (aunque no sean mencionados en la guía de trabajo práctico).



ELABORACIÓN DEL INFORME DE LABORATORIO

En la elaboración de un Informe de Laboratorio, siempre, debe considerarse todos los puntos indicados a continuación, salvo, en aquellas experiencias en las cuales se de instrucciones especiales o, simplemente, por la complejidad del experimento no se requieran todos los acápite.

1) TABLA DE DATOS:

- Indicar nombre de la tabla.
- Se coloca la unidad en el encabezado y no en cada dato.

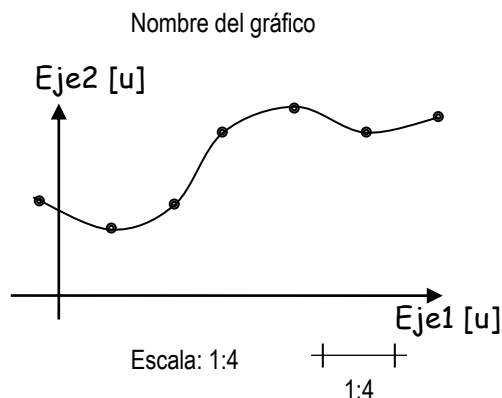
Por ejemplo:

Tabla 1: Determinación de datos iniciales.

T[s]	Vm/s]	A[m/s ²]	Δv [m/s]	A ² [m ² /s ⁴]

2) GRAFICAR:

- Nombre del gráfico.
- Nombre de cada eje con correspondiente unidad de medida.
- Una escala adecuada indicando razón (por ej.: 1:10).
- Dibujar los correspondientes puntos.
- Trazar la mejor recta o curva según corresponda mediante ajuste libre (suave)



3) ANÁLISIS DE GRÁFICO:

- Identificar el tipo de función (lineal, de potencia o exponencial).
- Determinar el modelo matemático.
- Escribir el correspondiente modelo equivalente con parámetros físicos.

Si la función es lineal ir al punto "5", de lo contrario, continuar en "4".

4) RECTIFICACIÓN

(Solamente para función exponencial o de potencia)

- Confeccionar tabla de datos rectificadas:
 - Si es función de potencia: aplicar Logaritmo decimal a cada variable.
 - Si es función exponencial: aplicar logaritmo natural sólo a la variable dependiente.
- Gráfico de función rectificada (sin unidad en sus variables; verificar que entregue una recta).



5) CÁLCULO DE CONSTANTES:

- a) Coeficiente de correlación (si usó método de cuadrados mínimos)
 - i) Cálculo del coeficiente.
 - ii) Análisis y determinación de pasos seguir (según valor obtenido para "r").
- b) Cálculo de constantes:
 - i) Pendiente.
 - ii) Intercepto.
- c) Cálculo del coeficiente de correlación lineal "r". Si el valor es muy cercano a 1 o -1, confirma que el modelo escogido es bueno.
- d) Modelo encontrado con sus constantes y parámetros físicos.

6) ANÁLISIS DEL MODELO ENCONTRADO CON EL TEÓRICO:

- a) Comparar el modelo encontrado con el teórico.
- b) Determinar error.
- c) Reconocer las constantes encontradas con las del modelo teórico.

7) CONCLUSIONES:

Al establecer las conclusiones debe referirse a:

- a) Objetivos de la actividad.
- b) Funciones y relaciones encontradas.
- c) Modelos físicos encontrados.
- d) Valor del coeficiente de correlación e implicancia en los resultados.
- e) Error de los valores experimentales obtenidos.

8) PRESENTACIÓN:

- a) Orden, limpieza.
- b) Ortografía, puntuación, redacción.
- c) Puntualidad en la entrega del informe.



3.6 MÉTODO CIENTÍFICO.

Es una rama derivada de la Teoría del Conocimiento que consiste en una serie de pasos orientados a la búsqueda de la explicación de fenómenos naturales.

El método científico es un proceso de investigación que consta de varias etapas:

- 1- La observación del fenómeno.
- 2- Formulación de hipótesis
- 3- Diseño experimental
- 4- Análisis de los resultados y conclusiones.

1. La observación del fenómeno. Se observa y se describe el proceso objeto de estudio, definiendo la situación y acotándola para aquellas variables controlables y también para las que se puedan medir. Ejemplo: queremos estudiar el enfriamiento de un fluido. Éste dependerá de varios factores, tipo de fluido, tipo de entorno, humedad, temperatura ambiente, sol, presión atmosférica, etc.
2. Formulación de hipótesis. Se establecen posibles causas que expliquen el fenómeno estudiado, que después habrá que confirmar experimentalmente. Ejemplo: la rapidez de enfriamiento va relacionada directamente con el espesor del recipiente que lo contiene y si es cerrado o abierto por arriba.
3. Diseño experimental. Se monta un dispositivo experimental que pueda probar nuestras hipótesis. Si hay varias variables, se controlan todas salvo la que queremos estudiar. Ejemplo: queremos ver cómo influye la densidad del fluido en la rapidez de enfriamiento, entonces fijamos el tiempo, la temperatura exterior, presión, humedad relativa, sol, etc., y con varios fluidos determinamos su rapidez de variación de temperatura en la cual se hace estable el enfriamiento.
4. Análisis de resultados y conclusiones. Los resultados obtenidos se suelen reflejar en tablas de datos y gráficas. La variable independiente se representa en abscisas y la dependiente en el eje de ordenadas. Ejemplo: La temperatura en las abscisas y variación de tiempo en el eje de las ordenadas.

Leyes, teorías y modelos.

Leyes científicas: son hipótesis que han sido confirmadas por múltiples experiencias.

Teorías: conjunto de varias leyes que forman otra ley (no comprobada experimentalmente) de carácter más general.

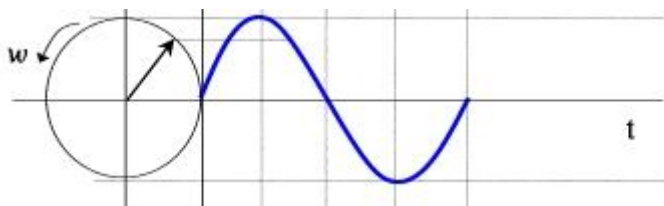
Modelos: relación (ecuación algebraica) entre variables que nos permiten comprender una ley o una teoría de una forma simplificada.



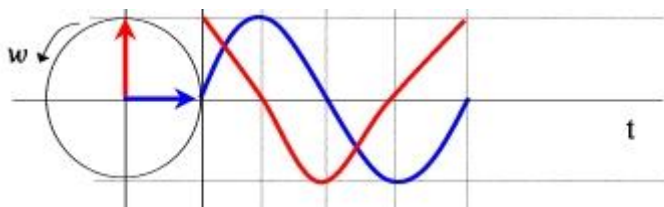
3.7 VECTOR Y FASOR

Representación fasorial

La corriente alterna se suele representar con un vector girando a la velocidad angular ω . Este vector recibe el nombre de fasor. Su longitud coincide con el valor máximo de la tensión o corriente (según sea la magnitud que se esté representando). El ángulo sobre el eje horizontal representa la fase. La velocidad de giro ω está relacionada con la frecuencia de la señal.



En corriente alterna se da que en muchas ocasiones, las tensiones y corrientes presentan desfases entre sí (distintas fases en un determinado momento). En los diagramas fasoriales esto se representa con un ángulo entre los fasores.



Los fasores pueden representarse mediante números complejos, teniendo una componente real y otra imaginaria. Si únicamente queremos representar una señal alterna sin importar su fase respecto de otra podemos considerarla formada únicamente por una parte real y sin parte imaginaria. En este caso el ángulo es cero. Si en cambio nos interesa el ángulo de fase (normalmente cuando lo estamos comparando con otro fasor) lo indicamos según corresponda.

El igual que en los números complejos, los fasores pueden estar representados en forma binómica y polar (existen otras como la trigonométrica y la exponencial, pero utilizamos las dos primeras). En algunos casos nos conviene una forma de expresarlos y en otros casos será más simple hacer cuentas con la otra forma.

Forma polar

Los fasores suelen indicarse matemáticamente también en forma polar, es decir como un módulo y un ángulo. Por ejemplo la expresión:

$$V = 311 \sin(2\pi 50 t + \frac{1}{4} \pi)$$

Se puede representar como un fasor de la siguiente manera:



$$V = 311 \text{ V}$$

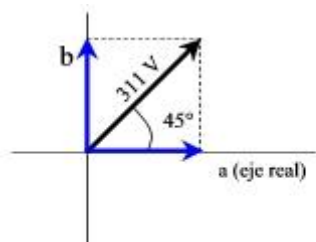
$$\omega = 2\pi 50 \text{ (para una } f = 50 \text{ Hz)}$$

$$\Phi = 45^\circ \text{ (o } \frac{1}{4} \pi)$$

En forma polar se escribe como $311 (45^\circ) \text{ V}$.

Forma binómica

Otra forma de expresar a un fasor o número complejo, es la forma binómica, es decir como: $a + j b$ siendo a la parte real y b la parte imaginaria.



Con las relaciones trigonométricas seno, coseno y tangente, podemos calcular las componentes de la forma binómica (a y b) a partir del módulo del fasor y de su ángulo (forma polar) o bien hallar el módulo del fasor y su ángulo a partir de la forma binómica.

Forma binómica a polar

Si tenemos el fasor dado en forma binómica y queremos conocer el módulo, lo calculamos como la hipotenusa del triángulo. El ángulo se calcula como el arco tangente del cateto opuesto sobre el adyacente.

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Phi = \text{Arc tg} \left(\frac{b}{a} \right)$$

Forma Polar : $r (\Phi)$

Forma polar a forma binómica



$$a = r \cos \Phi$$

$$b = r \sin \Phi$$

Forma binómica = $a + j b$

Suma y resta de fasores

Para sumar o restar dos fasores es conveniente tenerlos en forma binómica, por lo tanto se hace la suma o resta componente a componente.

$$(a_1 + j b_1) + (a_2 + j b_2) = (a_1 + a_2 + j(b_1 + b_2))$$

Multiplicación y división de fasores

Es más simple hacerlas en forma polar. Se multiplican o dividen los módulos según corresponde y se suman los argumentos (para el caso de la multiplicación) o se los resta (para el caso de la división).

$$V_1 (\Phi_1) V_2 (\Phi_2) = V_1 V_2 (\Phi_1 + \Phi_2)$$

$$\frac{V_1 (\Phi_1)}{V_2 (\Phi_2)} = \frac{V_1}{V_2} (\Phi_1 - \Phi_2)$$

Tomado de: <https://ingetelecom.files.wordpress.com/2008/03/fasores-1.pdf>

Fasor (electrónica) Un fasor o vector giratorio es una constante en número complejo que representa la amplitud compleja (magnitud y fase) de una función de tiempo sinusoidal. Usualmente se expresa en forma de una exponencial. Los fasores se utilizan en ingeniería para simplificar los cálculos con sinusoides, ya que permiten reducir un problema de ecuaciones diferenciales a uno algebraico.

Una sinusoidal u onda seno está definida como una función de forma (la razón de utilizar una onda coseno en lugar de un seno será entendida posteriormente):

$$Y = A \cos(\omega t + \phi)$$

donde

- "Y" es la cantidad que varía con el tiempo
- " ϕ " es una constante (en radianes) conocida como el ángulo de fase de la sinusoidal
- "A" es una constante conocida como la amplitud de la sinusoidal. Es el valor de pico de la función.
- " ω " es la frecuencia angular dada por $\omega = 2\pi f$ donde f es la frecuencia.
- "t" es el tiempo.

Esto puede ser expresado como:

$$Y = \Re\{A [\cos(\omega t + \phi) + i \sin(\omega t + \phi)]\}$$

donde

- "i" es la unidad imaginaria $\sqrt{-1}$. En ingeniería electrónica se usa "j" en lugar de "i" para evitar las confusiones que se producirían con el mismo símbolo que se usa para designar la intensidad de la corriente eléctrica.
- $\Re(z)$ da la parte real del número complejo z

De forma equivalente, según la fórmula de Euler,

$$y = \Re(Ae^{i(\omega t + \phi)})$$

$$Y = \Re(Ae^{i\phi} e^{i\omega t})$$

Y, la representación fasor de esta sinusoidal se define de la forma siguiente:

$$Y = Ae^{i\phi}$$

de forma que

$$y = \Re(Y e^{i\omega t})$$

Así, el fasor **Y** es el número complejo constante que contiene la magnitud y fase de la sinusoidal. Para simplificar la notación, los fasores se escriben habitualmente en notación angular:

$$Y = A \angle \phi$$



Dentro de la Ingeniería Electrónica, el ángulo fase se especifica habitualmente en grados en lugar de en radianes y la magnitud suele ser el valor eficaz en lugar del valor de pico de la senoide.

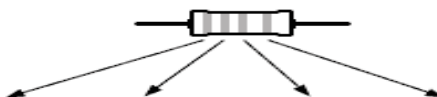
$$Y = \mathcal{R}\{A [\cos(\omega t + \phi) + i \sin(\omega t + \phi)]\}$$

Ver cuadro en: <https://ingetelecom.files.wordpress.com/2008/03/fasores-1.pdf>

Ver: <https://es.wikipedia.org/wiki/Fasor> el sistema móvil que muestra la superposición de señales sinusoidales.

3.8 CÓDIGO DE COLORES EN LAS RESISTENCIAS

Revise la página: <http://www.pagaelpato.com/tecno/resistencias/resistencia.htm>



Colores		1ª Cifra	2ª Cifra	Multiplicador	Tolerancia
	Negro		0	0	
	Marrón / café	1	1	x 10	±1%
	Rojo	2	2	x 10²	±2%
	Naranja	3	3	x 10³	
	Amarillo	4	4	x 10⁴	
	Verde	5	5	x 10⁵	±0.5%
	Azul	6	6	x 10⁶	
	Violeta	7	7	x 10⁷	
	Gris	8	8	x 10⁸	
	Blanco	9	9	x 10⁹	
	Oro			x 10⁻¹	±5%
	Plata			x 10⁻²	±10%
	Sin color				±20%

Ejemplo:

4 bandas de colores:



Si los colores son: **Marrón - Negro - Rojo - Oro**, su valor en ohmios es:

1 0 10^2 $\pm 5\%$
lo que resulta: $R = 10 \times 100 \pm 5 \% = 1000 \Omega$

$R = 1K[\Omega]$ Tolerancia de $\pm 5\%$

5 bandas de colores: También hay resistencias con 5 bandas de colores, la única diferencia respecto a la tabla anterior, es que la tercera banda corresponde a la 3ª Cifra del valor de la resistencia, el resto sigue igual.



Codificación en Resistencias SMD:

En las resistencias SMD ó de montaje en superficie su codificación más usual es:

	1ª Cifra = 1º número 2ª Cifra = 2º número 3ª Cifra = Multiplicador	■ En este ejemplo la resistencia tiene un valor de: 1200 ohmios = 1K2
	1ª Cifra = 1º número La " R " indica coma decimal 3ª Cifra = 2º número	■ En este ejemplo la resistencia tiene un valor de: 1,6 ohmios
	La " R " indica " 0. " 2ª Cifra = 2º número 3ª Cifra = 3º número	■ En este ejemplo la resistencia tiene un valor de: 0.22 ohmios



3.9 ALGUNAS UNIDADES DE MEDIDA Y TRANSFORMACIONES DE UNIDADES.

3.9.i.- NOMENCLATURA

Unidad	Símbolo	Unidad	Símbolo	Unidad	Símbolo
Metro	M	Acre	Ac	Yarda	Yd
Hectárea	Ha	Milla	Mi		

3.9.ii.- UNIDADES ELECTROMAGNÉTICAS :

Carga eléctrica	Coulomb, [C]	1[C]= electrones.
Flujo magnético	Maxwell Webwer	1[Maxwel] = 1×10^{-8} [Weber]
Campo magnético	Gauss Tesla	1[T] = 1×10^4 [Gauss]
		1[eV] = $1,602 \times 10^{-19}$ [J]

3.9.iii.- TRANSFORMACIONES / EQUIVALENCIAS

UNIDADES FUERZA (INGLÉS A MÉTRICO):

Libras Fuerza (lbF)	x 4.44482	➔ Newtons (N)
---------------------	-----------	---------------

UNIDADES DE VOLUMEN (INGLÉS A MÉTRICO):

Onzas fluidas (US)(oz)	x 0.029573	➔ Litros (lt)
Galones (gal)	x 3.7854	➔ Litros (lt)
Litro (lt)	x 1000	➔ Centímetros cúbicos (cc)

UNIDADES DE PRESIÓN (INGLÉS A MÉTRICO):

Pulgadas de Hg	X 3,376.8	➔ Pascales (Pa)
Bar	X 100,000	= Newtons/metros cuadrados (N/m ²)

UNIDADES DE PESO (INGLÉS A MÉTRICO):

Onzas (oz)	x 28.3495	= Gramos (g)
Libras (lb)	x 0.045359	= Gramos (g)
Libras (lb)	x 0.4536	= Kilogramos (kg)



UNIDADES DE FLUJO O CAUDAL (INGLÉS A MÉTRICO):

Galones/segundo (gps)	X	3.785	=	Litros/segundo (lps)
Galones/hora (gph)	X	0.003785	=	Metros cúbicos/hora (m ³ /h)
Galones/día (gpd)	X	0.000003785	=	Millones de litros/día (Mlt/d)

UNIDADES DE ENERGÍA:

1 [kWh] = 3,6x10 ⁶ [J]	1 [btu] = 1055 [J]
1 [eV] = 1,602x10 ⁻¹⁹ [J]	1 [erg] = 1x10 ⁻⁷ [J]
1 [hp] = 2,685x10 ⁶ [J]	1 [cal] = 4,186 [J]

3.9.iv.- EQUIVALENCIA MÉTRICA DEL SISTEMA INGLÉS EN TAMAÑOS DE TUBERÍAS

La intención de las autoridades estadounidenses es de eventualmente convertir todas las medidas al sistema métrico. Las siguientes equivalencias métricas han sido obtenidas del sistema convencional inglés. Estas equivalencias van de acuerdo con las normas Británicas y Alemanas.

PULGADAS ACOSTUMBRADAS	MILÍMETROS ESTIMADOS	PULGADAS ACOSTUMBRADAS	MILÍMETROS ESTIMADOS
¼	8	16	400
3/8	10	18	450
½	15	20	500
¾	20	24	600
1	25	28	700
1-1/4	32	30	750
1-1/2	40	32	800
2	50	36	900
2-1/2	65	40	1000
3	80	42	1050
3-1/2	90	48	1200
4	100	54	1400
6	150	60	1500
8	200	64	1600
10	250	72	1800
12	300	78	1950
14	350	84	2100



3.10 PALABRAS ESCONDIDAS.

El cuadro contiene una cantidad de palabras, conceptos, elementos y unidades de medida utilizadas en física. La palabra escondida puede estar en posición horizontal, vertical, oblicua o escrita invertida (al revés). Ubique las *coordenadas de inicio y término* de cada una de las palabras escondidas indicadas bajo la tabla, por ejemplo: DISTA [K13,G17].

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
A	R	U	M	O	V	I	M	I	E	N	T	O	O	T	O	P	L
B	E	A	O	N	O	R	O	H	M	A	I	D	M	A	I	N	I
C	G	A	P	D	N	S	I	E	I	K	R	A	A	N	N	E	T
D	L	C	M	A	E	C	E	R	G	I	O	R	R	G	O	E	R
E	A	E	E	P	W	A	T	T	O	L	S	E	G	U	N	D	O
F	M	L	I	J	T	E	J	Z	R	O	A	L	P	L	D	L	S
G	M	E	T	R	O	V	O	L	T	G	R	E	C	O	R	I	A
H	P	R	D	C	N	U	U	P	E	R	S	C	U	S	A	T	I
I	R	A	D	I	A	N	L	I	M	A	S	A	N	D	S	E	G
J	E	C	A	M	P	O	E	E	I	M	E	D	I	I	A	N	R
K	C	I	T	A	R	A	V	E	L	O	C	I	D	A	D	S	E
L	T	O	O	N	A	R	B	I	L	R	A	P	A	T	R	O	N
M	A	N	S	E	P	A	S	C	A	L	R	I	D	E	M	R	E

Palabra	Ubicación
Aceleración	[;]
Acelerado	[;]
Ángulos	[;]
Campo	[;]
Cae	[;]
Cima	[;]
Citar	[;]
Datos	[;]
Día (1)	[;]
Día (2)	[;]
Dista	[;]
Energía	[;]
Ergio	[;]
Gramo	[;]
Hertz	[;]
Imané	[;]
Joule (1)	[;]
Joule (2)	[;]
Kilogramo	[;]

Palabra	Ubicación
Libra	[;]
Litros	[;]
Masa	[;]
Medí (1)	[;]
Medí (2)	[;]
Medir	[;]
Metro (1)	[;]
Metro (2)	[;]
Milla	[;]
Movimiento	[;]
Newton	[;]
Nonio	[;]
Ohm	[;]
Onda	[;]
Par	[;]
Patrón	[;]
Pascal	[;]
Pesa	[;]
Peso	[;]

Palabra	Ubicación
Pie	[;]
Radián	[;]
Rasa	[;]
Recta	[;]
Regla	[;]
Roce	[;]
Rol	[;]
Seg	[;]
Segundo	[;]
Tara	[;]
Tensor	[;]
Teso	[;]
Tiempo	[;]
Tilde	[;]
Tiro	[;]
Unidad	[;]
Velocidad	[;]
Volt	[;]
Watt	[;]

Nota: En la tabla hay 15 letras que no se ocupan para formar palabras. ¿Dónde se ubican?

	1:	2:	3:	4:	5:	6:	7:	8:	9:	10:	11:	12:	13:	14:	15:
Letra															
Ubicación															



RESPUESTA DE "PALABRAS ESCONDIDAS"

Palabra	Ubicación	Palabra	Ubicación	Palabra	Ubicación
Aceleración	[C2 ; M2]	Libra	[L9 ; L5]	Pie	[H8 ; J8]
Acelerado	[I12 ; A12]	Litros	[A17 ; F17]	Radián	[I1 ; I6]
Ángulos	[B14 ; H14]	Masa	[I9 ; I12]	Rasa	[G15 ; J15]
Campo	[J2 ; J6]	Medí (1)	[F1 ; I4]	Recta	[I1 ; M1]
Cae	[D6 ; F6]	Medí (2)	[J10 ; J13]	Regla	[A1 ; E1]
Cima	[H4 ; K4]	Medir	[M15 ; M11]	Roce	[G15 ; G12]
Citar	[K1 ; K5]	Metro (1)	[G1 ; G5]	Rol	[K5 ; I7]
Datos	[I3 ; M3]	Metro (2)	[I9 ; E9]	Seg	[E11 ; E13]
Día (1)	[I3 ; I5]	Milla	[I9 ; M9]	Segundo	[E11 ; E17]
Día (2)	[I14 ; K14]	Movimiento	[A3 ; A12]	Tara	[K3 ; K6]
Dista	[K13 ; G17]	Newton	[C5 ; H5]	Tensor	[H16 ; M16]
Energía	[M17 ; G17]	Nonio	[E15 ; A15]	Teso	[E8 ; B5]
Ergio	[D7 ; D11]	Ohm	[B7 ; B9]	Tiempo	[G3 ; B3]
Gramo	[E13 ; A13]	Onda	[A4 ; D4]	Tilde	[H16 ; D16]
Hertz	[B8 ; F8]	Par	[C3 ; A1]	Tiro	[A11 ; D11]
Imané	[I4 ; M4]	Patrón	[L12 ; L17]	Unidad	[H13 ; M13]
Joule (1)	[F7 ; J7]	Pascal	[M5 ; M10]	Velocidad	[K7 ; K15]
Joule (2)	[F4 ; J8]	Pesa	[F13 ; I10]	Volt	[G6 ; G9]
Kilogramo	[C10 ; K10]	Peso	[E4 ; B7]	Watt	[E5 ; E8]

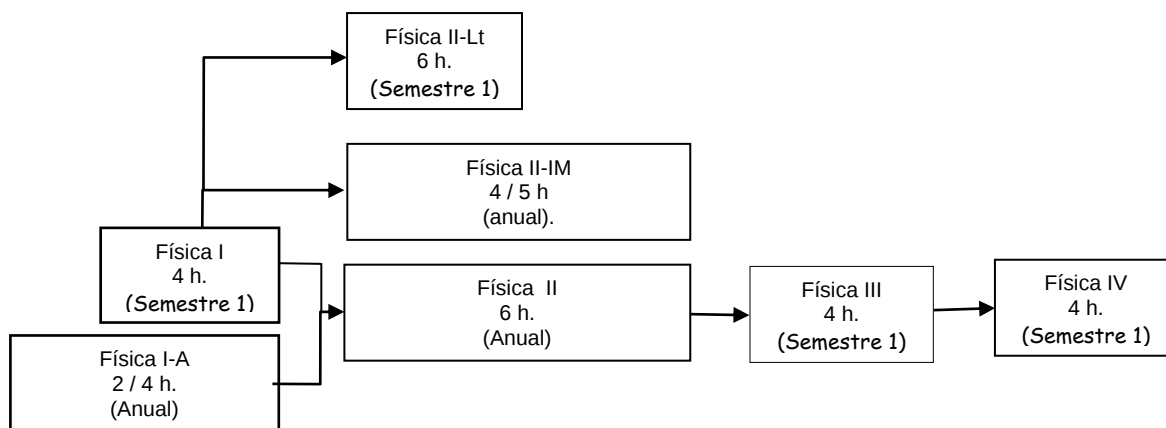
Nota: En la tabla hay 15 letras que no se ocupan para formar palabras. ¿Dónde se ubican?

	1:	2:	3:	4:	5:	6:	7:	8:	9:	10:	11:	12:	13:	14:	15:
Letra	P	U	R	I	I	A	R	A	R	A	T	D	P	N	E
Ubicación	H1	A2	B6	C7	C9	B10	L10	F11	G11	L11	A14	F15	A16	B16	C16



3.11 FECHAS DE EVALUACIONES:

ASIGNATURA	Tipo de evaluación	Fecha	Nota obtenida	Observaciones
Física I y I-A	Primera Evaluación			
	Segunda Evaluación			
	Tercera Evaluación			
	Cuarta Evaluación			
	Quinta Evaluación			
Física II	Primera Evaluación			
	Segunda Evaluación			
	Tercera Evaluación			
	Cuarta Evaluación			
	Quinta Evaluación			
	Sexta Evaluación			
Física III	Primera Evaluación			
	Segunda Evaluación			
	Tercera Evaluación			
	Cuarta Evaluación			
Física IV	Primera Evaluación			
	Segunda Evaluación			
	Tercera Evaluación			
	Cuarta Evaluación			





3.12 CONO DEL APRENDIZAJE

(copiado de: <https://esthermorencos.wordpress.com/2013/05/03/oigo-y-olvido-veo-y-aprendo-hago-y-entiendo/>)

Sabio Confucio...para mí, una máxima en la docencia, seguida de otra que repito a mis alumnos muy a menudo: "No entiendes realmente algo a menos que seas capaz de explicárselo a tu abuela", del gran Einstein.

El cono del aprendizaje de Edgar Dale



Frase célebre:

<i>Si lo veo, ¡lo olvido!, ...</i> <i>Si lo oigo, ¡lo recuerdo! ...</i> <i>Si lo hago, ¡lo aprendo!</i>
--

3.13 ALGUNAS ECUACIONES Y CONSTANTES

3.13.i.- Constantes y equivalencias:

$$g=9,81[\text{m/s}^2].$$

$$1[\text{rad}] = 57,3^\circ$$

$$1[\text{t}] = 1.000[\text{cm}^3] = 10^3[\text{cc}]$$

$$1[\text{atm}] = 1,013 \times 10^5[\text{Pa}]$$

$$1[\text{torr}] = 1[\text{mmHg}] = 133,32[\text{Pa}]$$

$$1[\text{lb/plg}^2] = 6,895[\text{kPa}]$$

$$1[\text{milla}] = 1.609[\text{m}]$$

3.13.ii.- Relaciones geométricas elementales:

$$1[\text{rev}] = 1[\text{vuelta}] = 2\pi[\text{rad}] \equiv 360^\circ$$

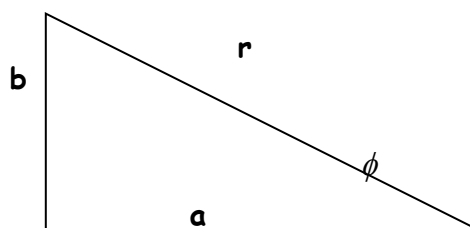
$$\text{Longitud circunferencia: } L = 2\pi r;$$

$$\text{Área círculo: } A = \pi R^2$$

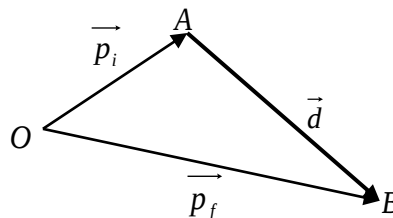
3.13.iii.- Relaciones trigonométricas fundamentales:

$$\text{sen}(\phi) = \frac{\text{cateto opuesto a } \phi}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{r}$$

$$\text{cos}(\phi) = \frac{\text{cateto adyacente a } \phi}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{r}$$



3.13.iv.- Vectores:

Punto en el plano: $P=(x ; y)[u]$ Punto en el espacio: $P=(x ; y ; z)$ Vector: $\vec{V} = V_x \hat{i} + V_y \hat{j}$ Magnitud del vector: $|\vec{V}| = V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$ Vector unitario del vector: $\vec{\lambda}_V = \frac{\vec{V}}{V}$ Ángulo con eje horizontal: $\alpha = \text{tg}^{-1}\left(\frac{V_y}{V_x}\right)$ Vector desplazamiento: $\vec{d} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$ 



3.13.v.- Ecuaciones físicas::

$$x = v_{0x}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v_x = v_{0x} + at$$

$$v_{fx}^2 = v_{0x}^2 + 2ax$$

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$v_{fy}^2 = v_{0y}^2 - 2gy$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{f}_r = \mu\vec{N}$$

$$F_{CENTRIP} = m \frac{v^2}{R}$$

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \Sigma F = ma$$

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m(\vec{v}_f - \vec{v}_0)$$

$$m_1 \cdot v_{1x} + m_2 \cdot v_{2x} = m_1 \cdot u_{1x} + m_2 \cdot u_{2x}$$

$$W = \vec{F} \circ \vec{d} = Fd \cos \theta$$

$$EC = K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$EP_g = mgh$$

$$EP_{elast} = \frac{1}{2}kx^2$$

$$Potencia: P = \frac{W}{t} = \frac{trabajo}{tiempo}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$P = \frac{F}{A}$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$Presión: P = \rho gh$$

$$V_{obj} \rho_{obj} g = V_{despl} \rho_{fluido} g \quad Q = Av$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = constante$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2$$

$$s = r\theta$$

$$v = r\omega$$

$$a = r\alpha$$

$$\theta = \omega_x t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega_x = \omega_0 + \alpha t$$

$$\omega_f^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau = r \cdot F \cdot \sin \phi$$

$$\Sigma \tau = I\alpha$$

$$I = mR^2$$

$$I = I_{CM} + md^2$$

$$EC_{ROT} = \frac{1}{2}I\omega^2$$



3.14 BIBLIOGRAFÍA:

Textos:

Ribeiro, da L., Antonio M. Física General con experimentos sencillos. Cuarta edición. Oxford University Press. 1998, 1220 pgs.

Ayres, Jr Frank. Trigonometría plana y esférica. Libros McGraw-Hill. 1970, 203 pgs.

Taylor, J. An introduction to error an análisis: the study of uncertainties in physical measurements. University Science Books. 1997, 327 pgs.

Páginas web:

http://www.profesorenlinea.cl/matematica/Notacion_cientifica.html

<http://www.ual.es/~aposadas/TeoriaErrores.pdf>

<http://www.ugr.es/~andyk/Docencia/TEB/Errores.pdf>

http://www.vitutor.com/al/log/ecu5_Contenidos.html

<http://www.digikey.com/us/es/mkt/4-band-resistors.html>

http://www.arrakis.es/~fon/simbologia/_private/colores.htm

<https://esthermorencos.wordpress.com/2013/05/03/oigo-y-olvido-veo-y-aprendo-hago-y-entiendo/>

ANOTACIONES:



Índice alfabético

Abscisas.....	80	Escalas	80
Ajuste libre.....	100	Escalas axiales	80
Algunas constantes.....	148	Estuche.....	124
Algunas ecuaciones.....	148	Exactitud.....	52
Algunas transformaciones de unidades	140, 142	Fechas de evaluaciones.....	146
Análisis dimensional	42	Función de potencia.....	89
Análisis dimensional, producto o cociente	45	Función exponencial.....	90
Análisis dimensional, suma o resta	42	Función lineal	89
Anexos.....	122	Funciones algebraicas a usar.	88
Aproximaciones y redondeo.....	19	Generalidades de confección de gráficos....	80
Bibliografía	150	Identificación de curvas.....	88
Cantidad física.....	33	Índice alfabético	151
Cifra	17	Índice de contenidos	11
Cifra correcta.....	53	Informe de laboratorio.	131
Cifra dudosa	53	Instrumentos de medición.....	51
Cifra significativa.....	53, 54	Logaritmos.....	129
Conceptos	17	Magnitud.....	51
Cono del aprendizaje	147	Magnitud.....	17
Cuadrados mínimos.....	101	Magnitud física	33
Determinación de constantes.....	100	Medición.....	51
Determinación del error.	65	Método científico.....	134
Dígito	17	Método de ajuste libre	104
Ejercicios análisis dimensional	47	Método de cuadrados mínimos.....	105
Ejes.....	80	Nomenclatura.....	142
El cero significativo.	58	Notación científica.....	23
El uno conveniente	36	Notación ingenieril	24
Equivalencia de unidades	40	Notaciones	22
Equivalencia métrica del sistema inglés en tamaños de tuberías	143	Número	17, 33
Error	63	Número estimado.....	53
Error – para un grupo grande de mediciones ($x > 10$).....	70	Operaciones con cifras significativas.	57
Error absoluto.....	68	Operatoria con magnitudes físicas.....	38
Error absoluto – para una medición	66	Orden de magnitud	26
Error porcentual,	68	Ordenadas	80
Error promedio,	68	Palabras escondidas	144
Error relativo,	68	Para un grupo pequeño de mediciones ($x < 10$)	68
Error y notación.....	51	Potencias de 10	127
Error, notación del.....	64	Precisión	52
Error, para una medición.....	66	Prefijo	22
Error, reglas para expresar una medida y su...	64	Prefijos.....	127
Errores accidentales	63	Problemas con planteo.....	116
Errores aleatorios	63	Problemas de planteo.....	62
Errores sistemáticos	63	Recolección de información	79
Errores y cifras significativas.....	65	Recta, ecuación.....	92
		Rectificación de curvas.....	94
		Rectificación de una función de potencia... 95	
		Rectificación de una función exponencial. . 97	



Rectificación por comparación y tanteo.....	94	Unidad de medida.....	33
Reglas de redondeo	19	Unidad patrón	51
Relación entre tres variables.	98	Unidades de flujo o caudal	143
Rosa de maniobras	83	Unidades de longitud	40
Sistema de unidades cgc.....	41	Unidades de masa	40
Sistemas de referencia.....	79	Unidades de peso	142
Sistemas de unidades.....	33	Unidades de presión.....	142
Sumatoria	65	Unidades derivadas.....	34
Tabulación de información.....	87	Unidades electromagnéticas	142
Tipos de errores.....	63	Unidades energía	143
Transformación de unidades	36	Unidades fuerza	142
Transformación de unidades de medida.....	37	Unidades fundamentales.....	34
Transformaciones.....	142	Vector y fasor	135
Trigonometría.....	125		