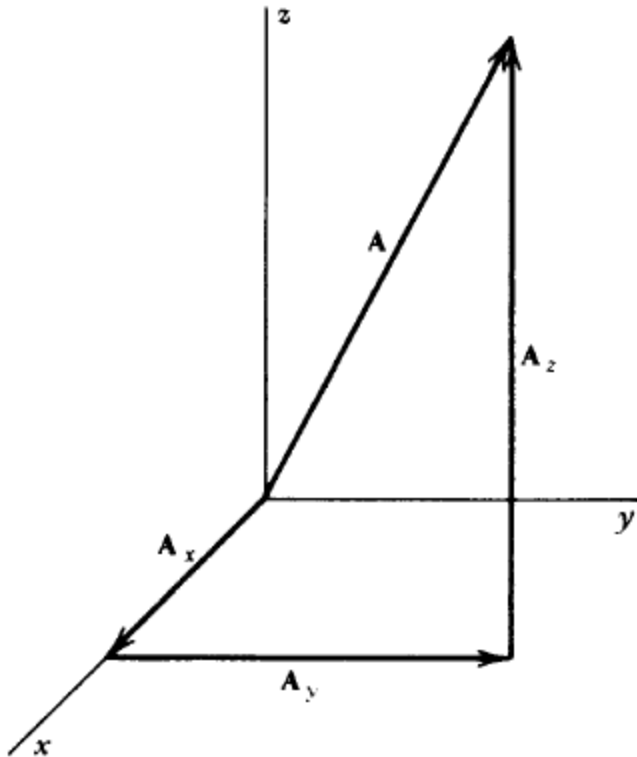


I UNIDAD:

Magnitudes escalares y vectoriales



Los controles en la cabina de una aeronave comercial ayudan al piloto a mantener el control sobre la velocidad del aparato (cuán rápido viaja y en qué dirección lo hace) lo cual le permite aterrizar con seguridad. Las cantidades que se definen tanto por una magnitud como por una dirección, como la velocidad, se llaman *cantidades vectoriales*. (Mark Wagner/Getty Images)

1. *Sistemas coordenados*

Muchos aspectos de la Física incluyen una descripción de una **ubicación en el espacio**.

Por ejemplo, “la descripción matemática del movimiento de un objeto requiere un método para describir la posición del objeto en varios tiempos”. En **dos dimensiones** esta descripción se logra con el uso del **sistema de coordenadas cartesianas**, en el que ejes perpendiculares cruzan en un punto definido como el origen (figura 3.1).

Las coordenadas cartesianas también se llaman *coordenadas rectangulares*.

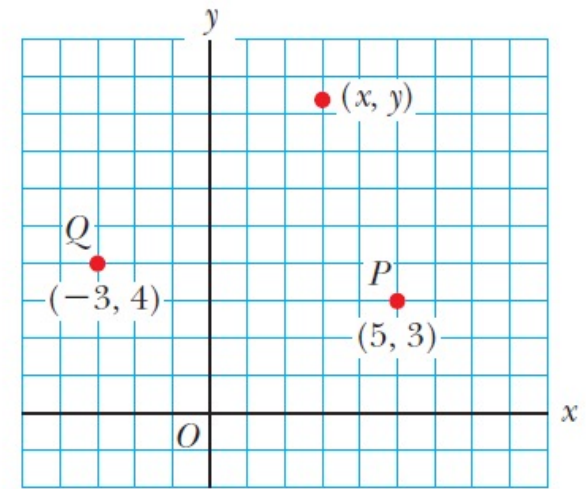
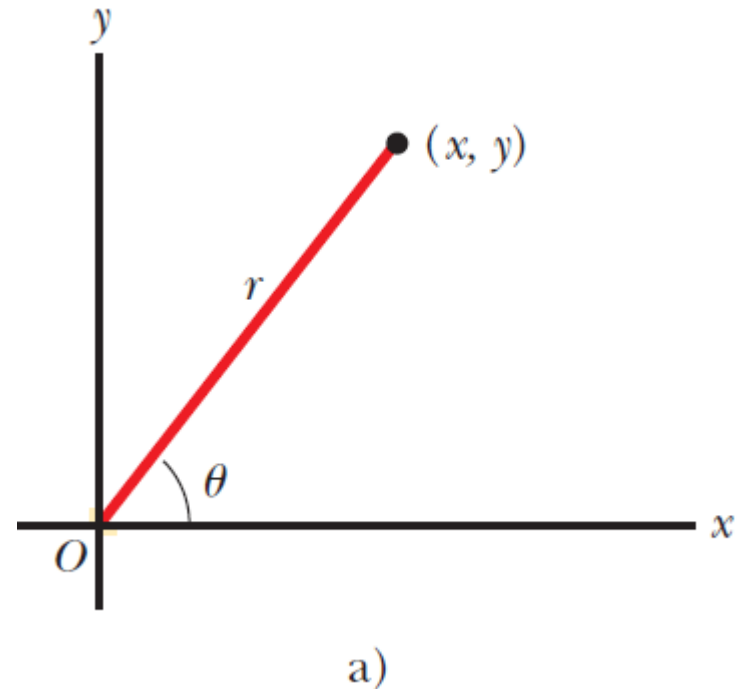


Figura 3.1 Designación de puntos en un sistema coordenado cartesiano. Cualquier punto se etiqueta con las coordenadas (x, y) .

2. Coordenadas Polares

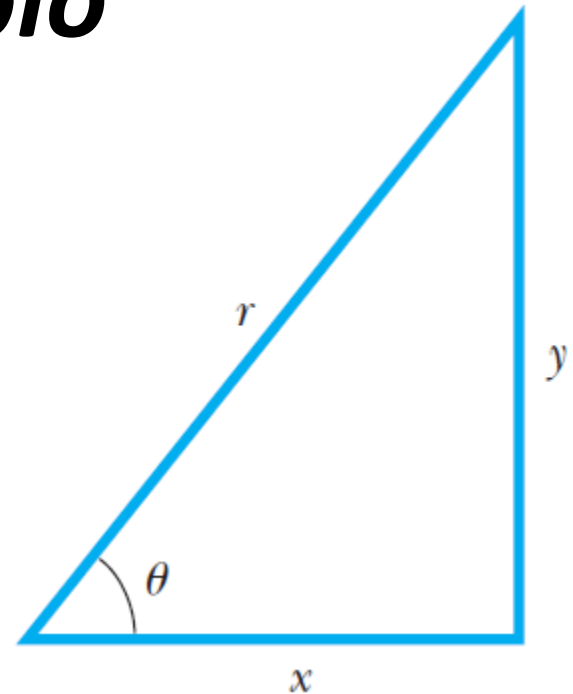
A veces es más conveniente representar un punto en un plano por sus *coordenadas polares planas* (r, θ) , como se muestra en la figura a. En este *sistema de coordenadas polares*, r es la distancia desde el origen hasta el punto que tiene coordenadas cartesianas (x, y) y θ es el ángulo entre un eje fijo y una línea dibujada desde el origen hasta el punto. El eje fijo es el eje x positivo y θ se mide contra el sentido de las manecillas del reloj desde el mismo.



3. Ejemplo

A partir del triángulo rectángulo de la figura, se encuentra que:

EJEMPLO: Las coordenadas cartesianas de un punto en el plano xy son (x, y) [m] $(-3.50, -2.50)$ [m]. Encuentre las coordenadas polares de este punto.



POLAR BEAR



CARTESIAN BEAR



4. Rosa de Maniobras

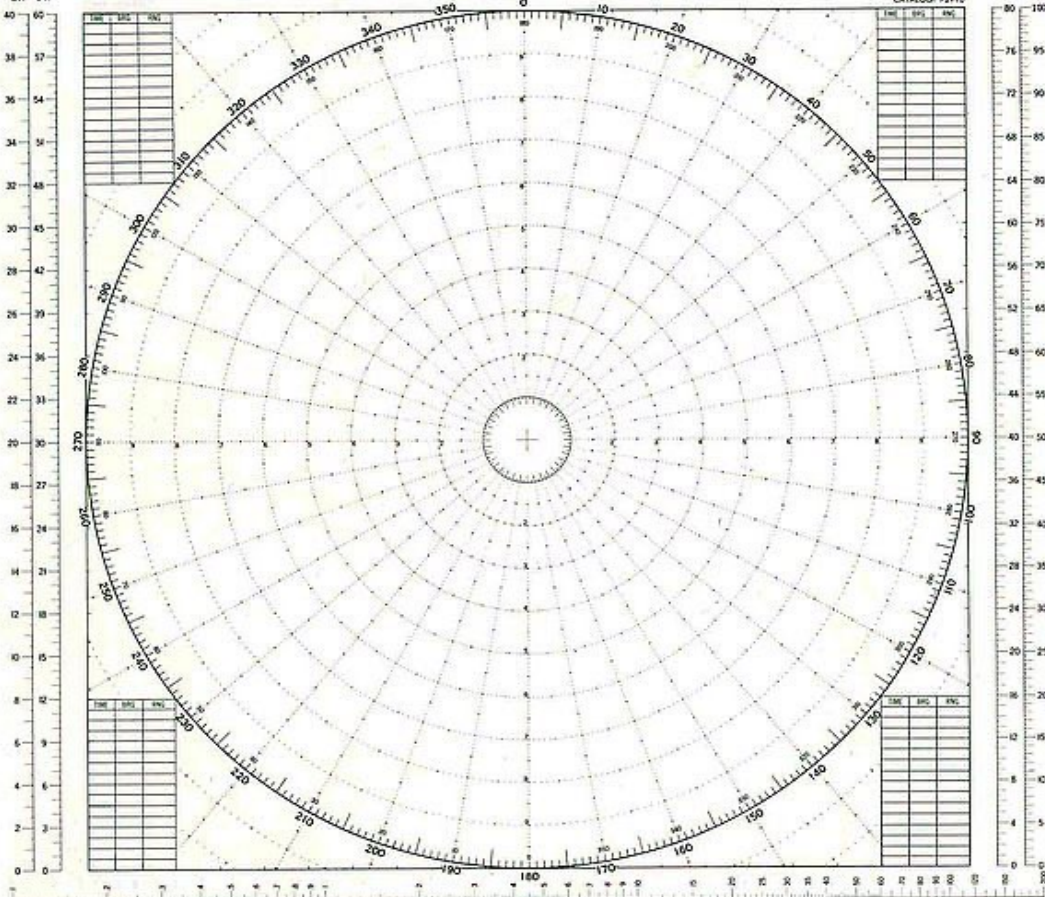
- Corresponde a un sistema de coordenadas utilizado en navegación.
- Está compuesta de círculos concéntricos que representan distancias o velocidades y radios espaciados de diez en diez grados que representan rumbos o demarcaciones, según el caso.

SCALES
2:1 3:1

MANEUVERING BOARD

(1:1) 4:1
CATALOG 22115

SCALES
4:1 5:1



VOGAGE TIME, SPEED, AND DISTANCE SCALE
Use of miles with logarithmic time, speed, and distance scale

TO FIND SPEED, place one point of divider on elapsed time and second point on distance in miles. Without changing spread of divider or right-angle relationship of points, place first point on elapsed time and second point on speed in knots. Read speed on scale.

TO FIND DISTANCE OR TIME, place one point of divider on elapsed time and second point on speed in knots. Without changing spread of divider or right-angle relationship of points, place first point on time, second point on distance in miles. Or, place second point on distance in miles, first point on time and read time.

USE OF 3-SCALE WINDGAGE
Given any two corresponding quantities, solve for third by laying rule through points on proper scale and read intersection on third scale.

Prepared and published by the
DEFENSE MAPPING AGENCY HYDROGRAPHIC CENTER
Washington, D.C. 20315-0030

Users should refer to the instructions, additions, and corrections for reporting the product to the
DEFENSE MAPPING AGENCY
After the 1st USNMCALC, 1970.

TIME in minutes



5090

1ST ED., APR. 1970
6TH ED., JAN. 1970

11 inch diameter

Part of the series

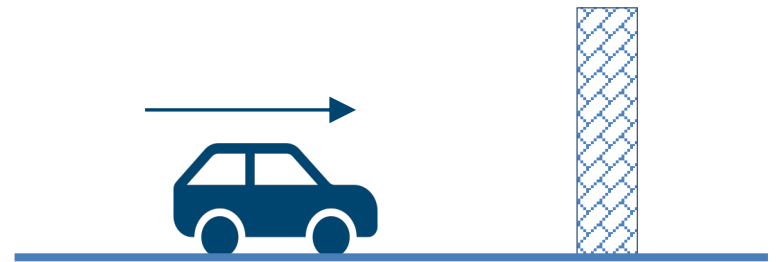


4. Rosa de Maniobras. Ejemplo

- En el plano cartesiano, un buque parte de la posición inicial $P(-3,-3)$ [MN] y llega al punto de coordenadas $Q(-1,6)$ [MN] en 1[h].
- Dibuje ambas posiciones en la Rosa de maniobras, usando una escala adecuada. Trace los vectores de posición y el desplazamiento del buque.
- Escriba en notación de navegación, la distancia que recorre el buque desde el punto P al punto Q, con su respectivo rumbo. Exprese aproximando a la décima.

“Un automóvil que viajaba a gran velocidad colisionó con una pared de gran masa, provocando graves lesiones en su conductor. Los investigadores notaron que los frenos fueron accionados tardíamente, puesto que la aceleración efectuada no fue capaz de detener el movimiento del automóvil antes de alcanzar la pared. La fuerza que ejerció la pared sobre el automóvil fue tal que produjo una gran deformación del vehículo. Afortunadamente, una persona observó el desplazamiento del automóvil, dando aviso oportunamente a los servicios de emergencia”. De las cantidades subrayadas, ¿cuál(es) no corresponde(n) a una cantidad vectorial?

- a) Todas son cantidades vectoriales.
- b) Todas son cantidades escalares.
- c) Solo la masa.
- d) La masa y el desplazamiento.
- e) La velocidad y el desplazamiento.



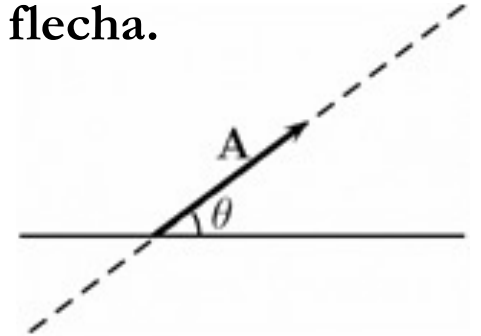
5. MAGNITUDES FÍSICAS

- Magnitudes **escalares**, son aquellas que son caracterizadas a través de una cantidad (**magnitud o módulo**), ejemplo longitud 5 [m], masa 70 [kg], tiempo 60 [s], etc.
- Magnitudes **vectoriales**, son aquellas que se caracterizan por tener tres cantidades asociadas, **magnitud o módulo, dirección y sentido**, ejemplo velocidad 20 [km/h] en dirección norte, posición 3 [m] $\hat{i}$, aceleración 9.8 [m/s²]- $\hat{j}$, etc.

6. *Vectores en un plano cartesiano*

Gráficamente, un **vector** es representado por una **flecha**. La **magnitud** o **módulo del vector** es **proporcional a la longitud de la flecha**.

El **ángulo θ** representa la **dirección del vector**.



La **punta de la flecha** determina el **sentido del vector**, el origen del vector es el inicio de la flecha.

El vector se designa con una letra con una flecha sobre ella.

$\vec{A}$

6. Suma de vectores a lo largo de la misma recta.

Para sumar escalares se usa la aritmética simple:

- Aritmética simple se usa para sumar vectores si tienen la misma dirección.
- Ejemplo: Una persona camina 8 km al este en un día, y 6 km al este al día siguiente.

¿Cual es el desplazamiento?

Pero; una persona camina 10.0 km hacia el este y 5.0 km al norte – no es en la misma recta-

¿Cual será desplazamiento?

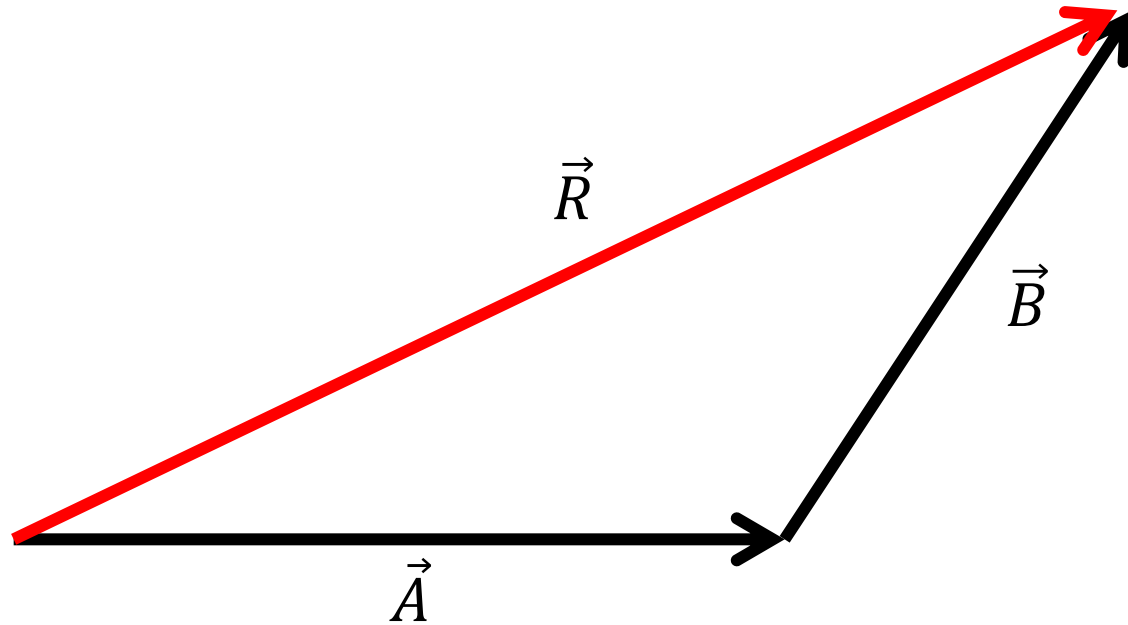
7. Suma de vectores

En un diagrama, trace uno de los vectores $\vec{A}$ a **escala**.

- Trace el segundo vector $\vec{B}$ a **escala**, el origen de este vector, coincide con el final del primer vector.
- La flecha que se traza desde la origen del primer vector hasta el final del segundo representa la suma.

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{R}$$

8. Suma de vectores: método polígono

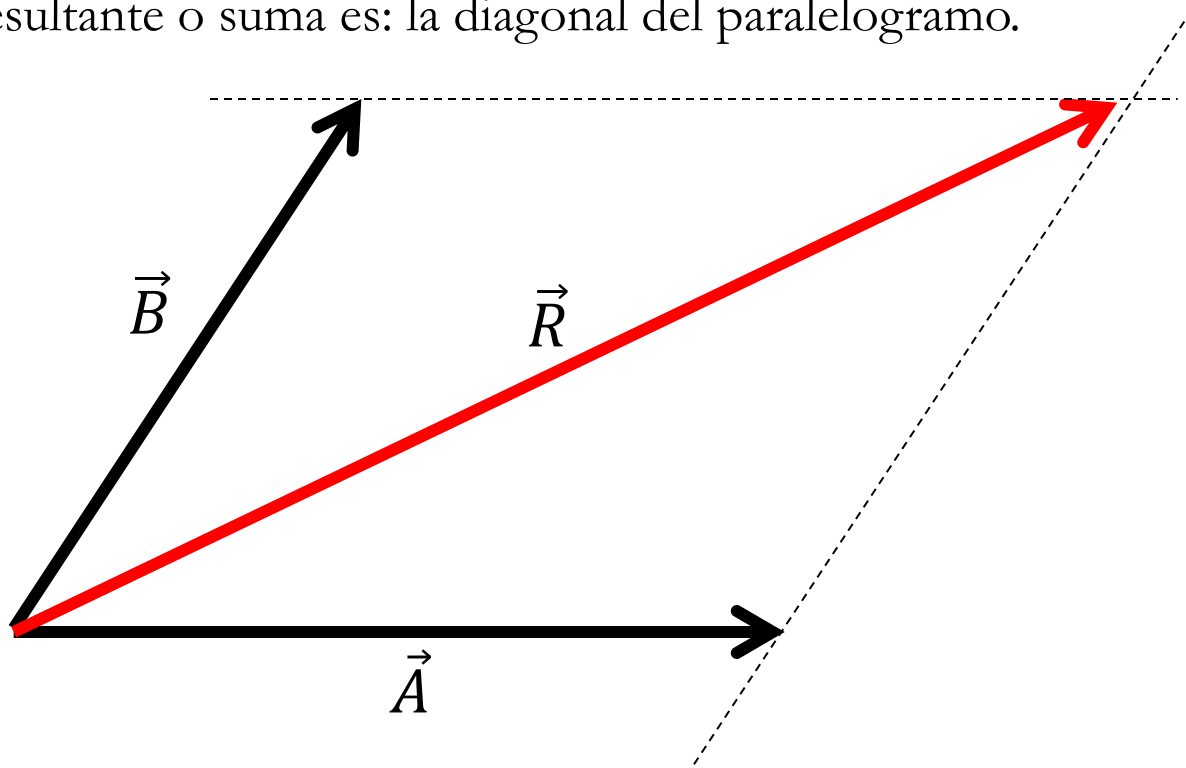


9. Suma de vectores: método paralelogramo

Un segundo método para sumar dos vectores es el método del paralelogramo.

Se trazan los dos vectores desde un origen común y se forma un paralelogramo de lados A y B.

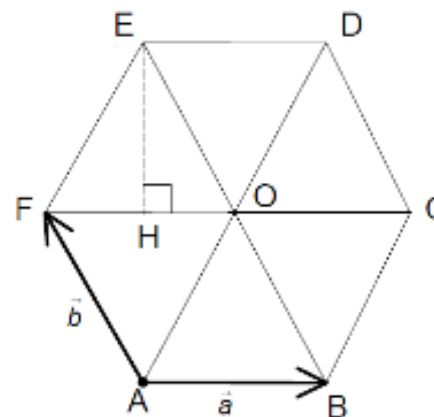
El vector resultante o suma es: la diagonal del paralelogramo.



10. Ejemplos

17. En la figura adjunta, ABCDEF es un hexágono regular.

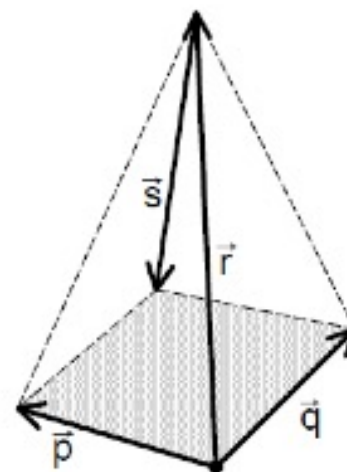
- En la figura, dibuje el vector $\overrightarrow{AO}$.
- Expresa el vector en términos de $\vec{a}$ y $\vec{b}$.
- Dibuje el vector $\overrightarrow{AD}$ y escríbalo en términos de $\vec{a}$ y $\vec{b}$.
- Escriba los vectores: $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{HE}$, $\overrightarrow{OF}$ y $\overrightarrow{BH}$ en función de los vectores



10. Ejemplos

16. La figura muestra una pirámide que incluye cuatro vectores.

- Exprese $\vec{s}$ en función de los otros tres vectores.
- Exprese $\vec{r}$ en función de los otros tres vectores.
- Exprese ambas diagonales de la base en función de $\vec{p}$ y $\vec{q}$



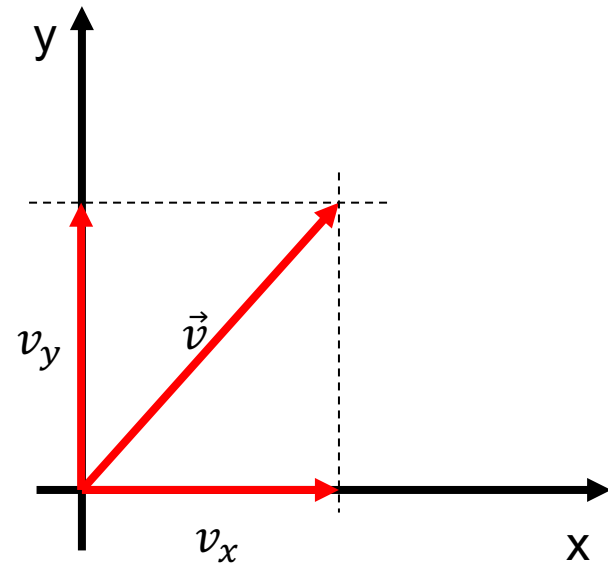
11. MAGNITUD o MÓDULO DE UN VECTOR

Por el teorema de Pitágoras:

$$|\vec{v}| = +\sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$|\vec{v}|^2 = 5^2 + 4^2$$

$$|\vec{v}| = +\sqrt{5^2 + 4^2}$$



El módulo de v es la raíz cuadrada positiva de la suma de los cuadrados de las coordenadas.

12. Multiplicación de un vector por un escalar

Ejemplo: Vector $2\mathbf{V}$

La misma dirección y magnitud doble.

Si escalar es positivo – la dirección no se cambia.

Si escalar es negativo – la dirección es el opuesto. $\mathbf{V} (-2)$

Producto de un vector v por un número real k .

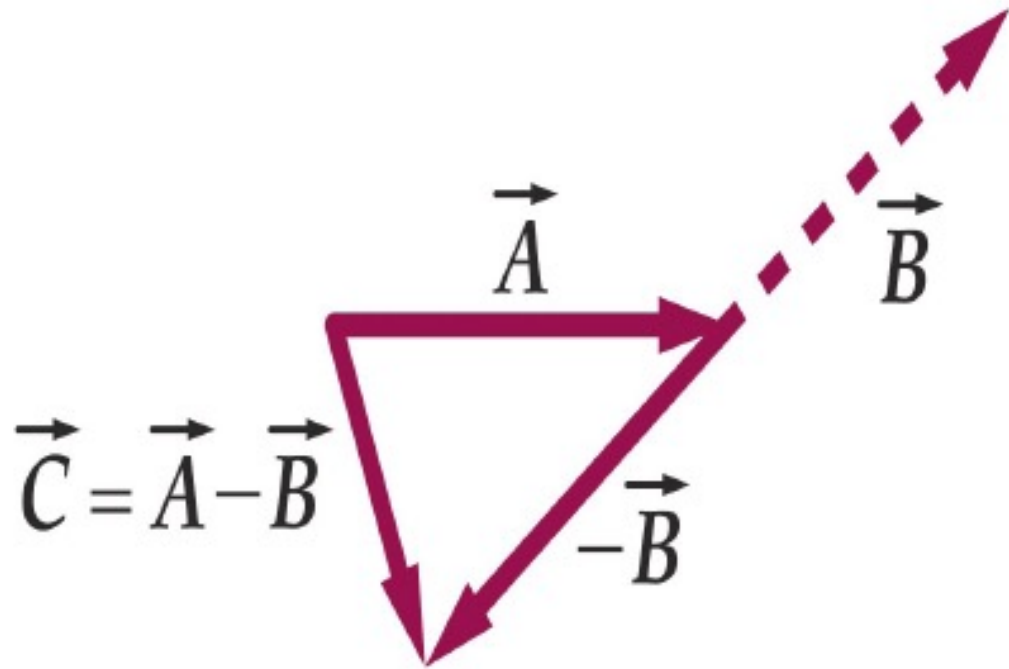
- Es otro vector que tiene:
- **Dirección:** la misma que v
- **Sentido:** el mismo que v si k es positivo y sentido contrario si k es negativo.
- **Módulo:** el producto del módulo de v por el valor absoluto de k .

$$|k \cdot \vec{v}| = |k| \cdot |\vec{v}|$$

13. Suma de vectores: resta de vectores

Vector **V** y vector **-V** La misma magnitud, la dirección —opuesta.

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$$



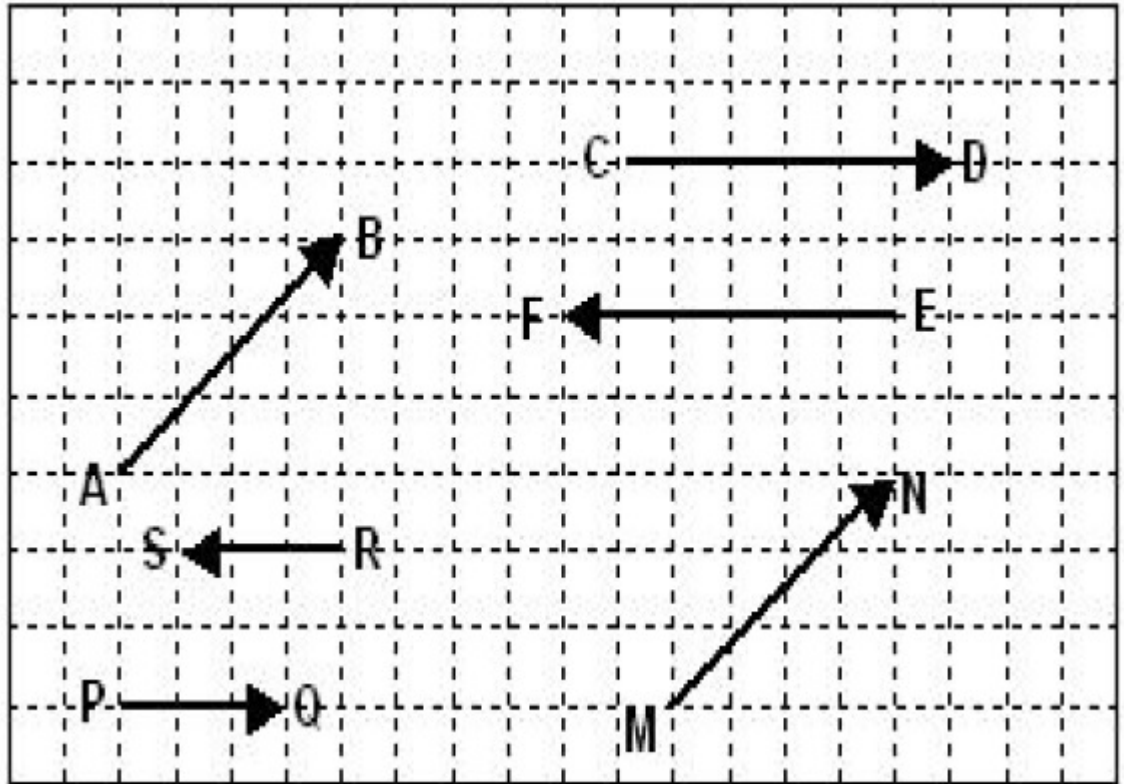
14. PROBLEMA

Observa el dibujo:

Indica el origen y el extremo (cola)

de cada uno de los vectores.

1. Calcula el módulo de cada uno.
2. ¿Cuáles tienen la misma dirección?



15. Vector unitario

- Un vector unitario se define como aquel cuya magnitud es la unidad y se escribe con un acento circunflejo sobre la letra que lo representa, por ejemplo $\hat{u}$; dado que al vector unitario siempre se le toma como una cantidad sin dimensiones; se tiene $|\hat{u}| = 1$.

15. Vector Unitario

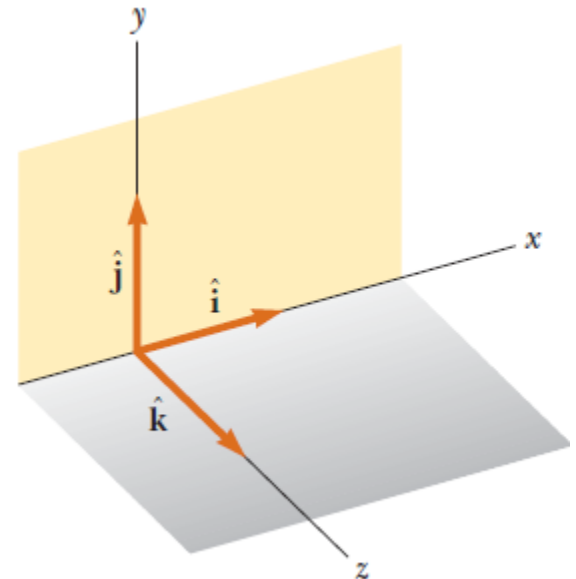
- Si por ejemplo, se escoge un vector $\hat{u}_A$ unitario en la misma dirección de $\vec{A}$ se puede escribir:

$$\vec{A} = |\vec{A}| \hat{u}_A$$

$$\hat{u}_A = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

16. Vectores Unitarios base

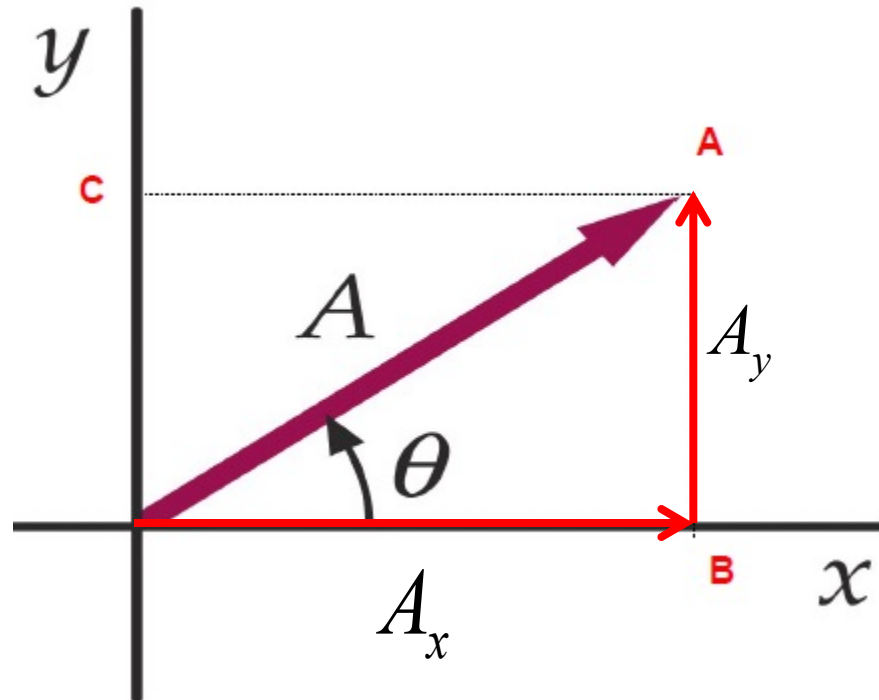
- Un conjunto de vectores unitarios de gran utilidad pueden asociarse con un sistema de coordenadas rectangulares. Se les define en las direcciones de los ejes x , y , z , respectivamente;
- En otras palabras, la dirección de cada uno de ellos está determinada por la dirección de incremento de la coordenada rectangular correspondiente.



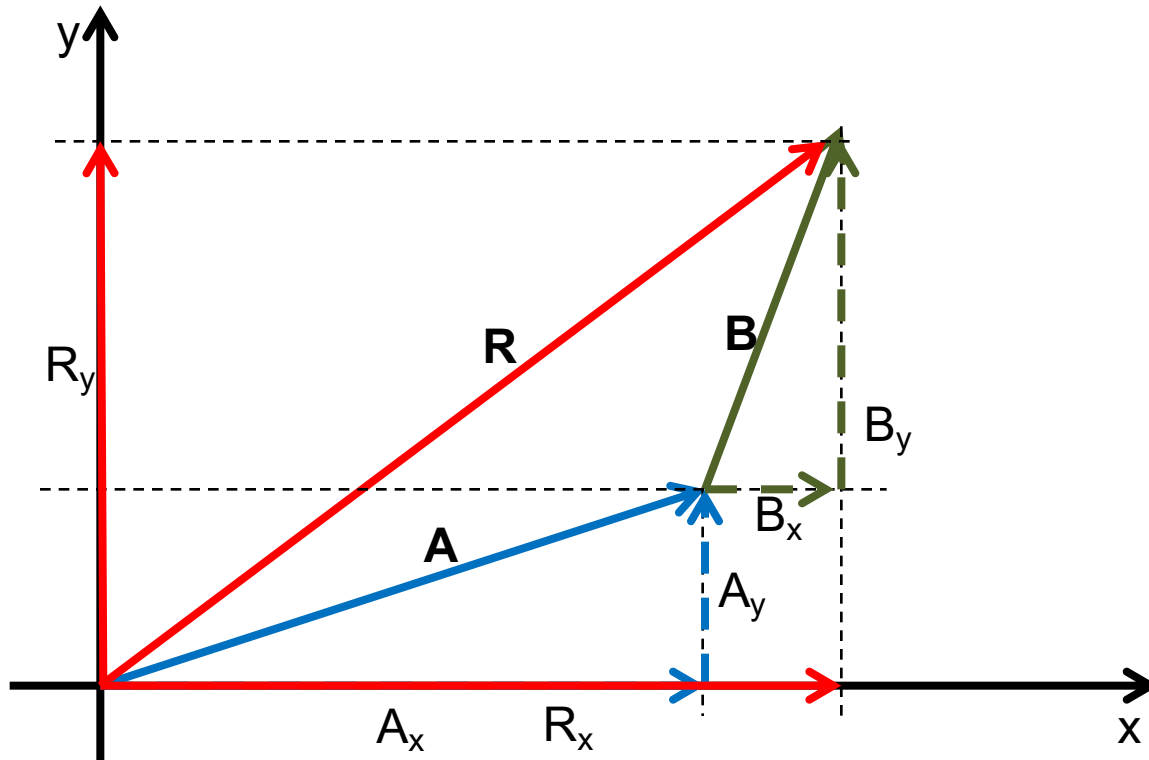
17. Método analítico para la suma de vectores.

Veamos un vector A que esta en un plano.

- Se puede expresar como suma de los otros dos vectores – se llaman las componentes del vector.
- Se llama resolver el vector en sus propias componentes.
- Se escriben A_x y A_y .

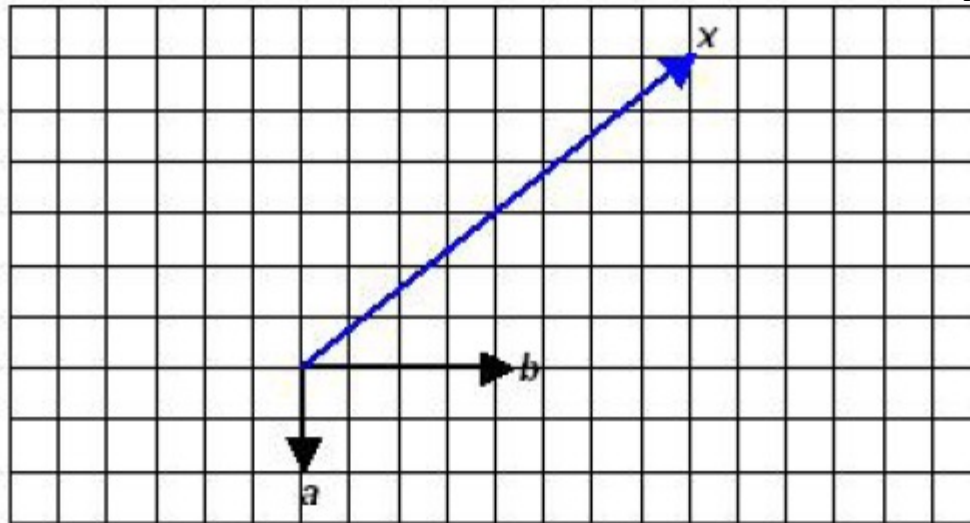


18. Método analítico para la suma de vectores.



19. PROBLEMA

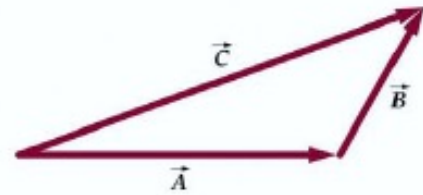
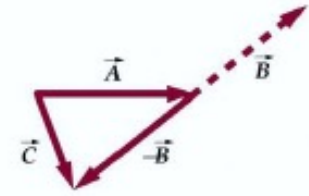
- Dados los vectores $\mathbf{a}(5,-3)$ y $\mathbf{b}(-2,6)$
 1. Sume analíticamente.
 2. Sume geométicamente
 3. calcule analíticamente $4\mathbf{a}-7\mathbf{b}$
- Expresa el vector $\mathbf{x}$ como combinación lineal de $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$.



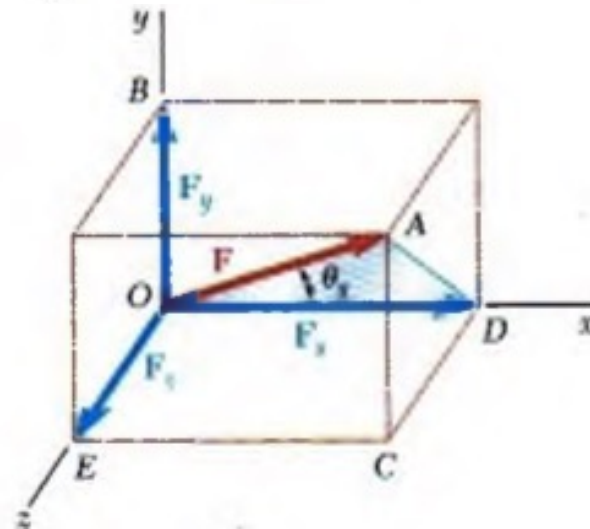
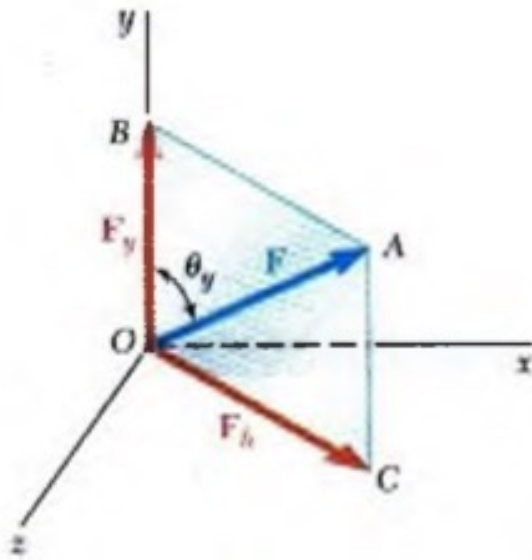
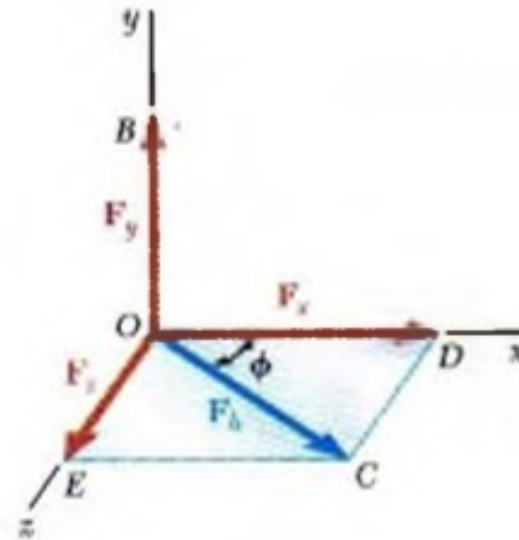
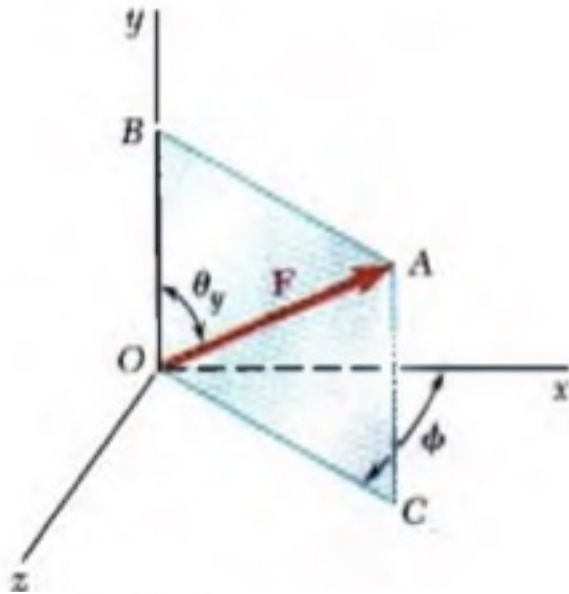
19. PROBLEMA

- Una persona camina 22.0 [km] en dirección norte, y a continuación camina con una dirección de 60° al sur del este otros 47.0 km. ¿A qué distancia habrá llegado desde donde empezó?
- Un viaje en aeroplano implica tres etapas y dos escalas. La primera etapa es en dirección este durante 620 [km]; la segunda etapa es en dirección sureste (45°) durante 440 [km]; y tercera es en dirección 53° al sur del oeste durante 550 [km]. ¿Cuál es el desplazamiento total del aeroplano?

20. Propiedades de los vectores (síntesis)

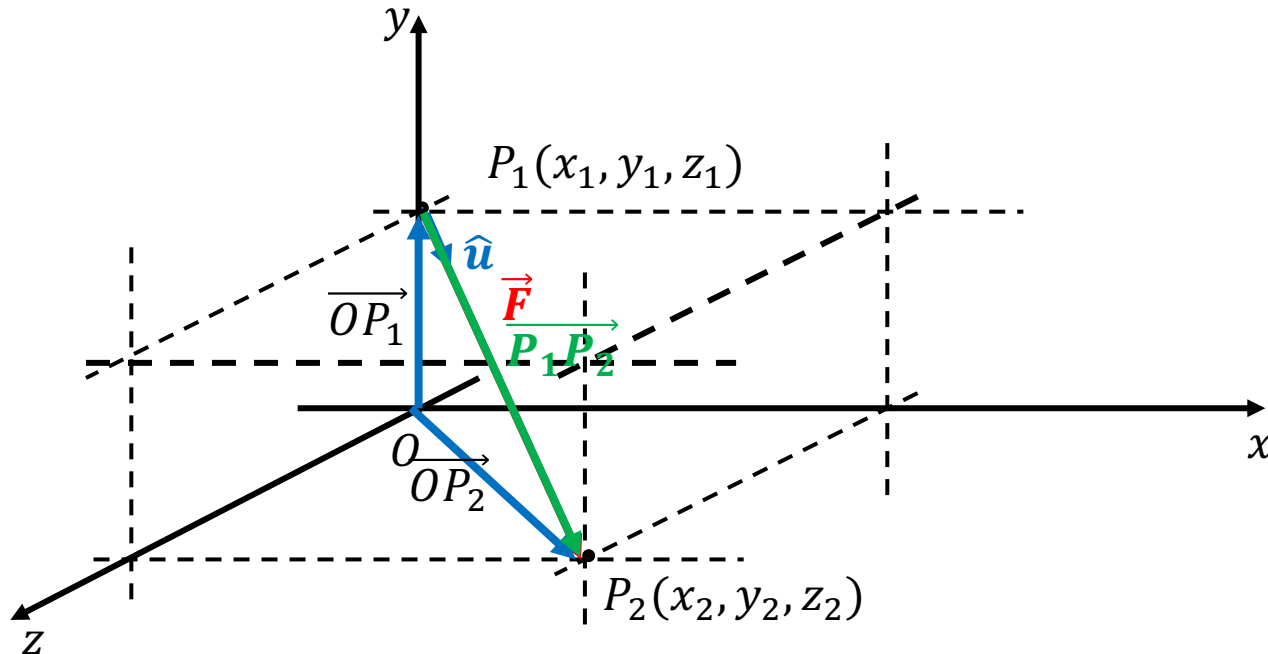
Property	Explanation	Figure	Component representation
Equality	$\vec{A} = \vec{B}$ if $ \vec{A} = \vec{B} $ and their directions are the same		$A_x = B_x$ $A_y = B_y$ $A_z = B_z$
Addition	$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$		$C_x = A_x + B_x$ $C_y = A_y + B_y$ $C_z = A_z + B_z$
Negative of a vector	$\vec{A} = -\vec{B}$ if $ \vec{B} = \vec{A} $ and their directions are opposite		$A_x = -B_x$ $A_y = -B_y$ $A_z = -B_z$
Subtraction	$\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$		$C_x = A_x - B_x$ $C_y = A_y - B_y$ $C_z = A_z - B_z$
Multiplication by a scalar	$\vec{B} = s\vec{A}$ has magnitude $ \vec{B} = s \vec{A} $ and has the same direction as $\vec{A}$ if s is positive or $-\vec{A}$ if s is negative		$B_x = sA_x$ $B_y = sA_y$ $B_z = sA_z$

21. VECTORES EN 3D



21. VECTOR DEFINIDO EN TERMINOS DE SU MAGNITUD Y DOS PUNTOS SOBRE SU LÍNEA DE ACCIÓN.

- En muchas aplicaciones la dirección de un vector $\vec{F}$ está definido por las coordenadas de dos puntos $P_1(x_1, y_1, z_1)$ y $P_2(x_2, y_2, z_2)$ cualquiera, localizadas sobre su línea de acción.



22. Componentes rectangulares de un vector.

- En la figura se observa que un vector **A** puede escribirse como la suma de tres vectores, cada uno paralelo a uno de los ejes en un sistema coordenado rectangular; es decir: $\vec{A} = A_x + A_y + A_z$
- Pero es más útil aún, expresar cada uno de estos términos como el de un producto escalar por el vector unitario correspondiente de la figura:

$$\vec{A} = A_x \hat{x} + A_y \hat{y} + A_z \hat{z}$$

23. Componentes rectangulares de un vector.

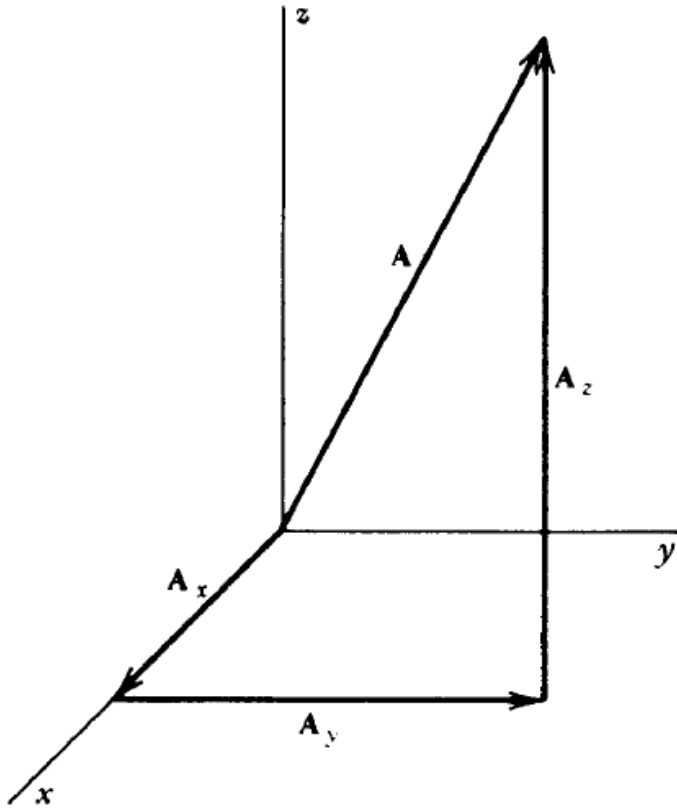


Figura 1-7. A es la suma de las componentes vectoriales rectangulares.

23. Componentes rectangulares de un vector.

- Los tres escalares A_x , A_y y A_z reciben el nombre de componentes de $\mathbf{A}$; de esta manera, se ve que cualquier vector puede especificarse con tres números. Estas componentes pueden ser positivas o negativas.
- En la figura también puede apreciar que la magnitud de un vector puede expresarse en función de sus componentes:

$$|\vec{A}| = \left(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

24. Ángulos y Cosenos directores

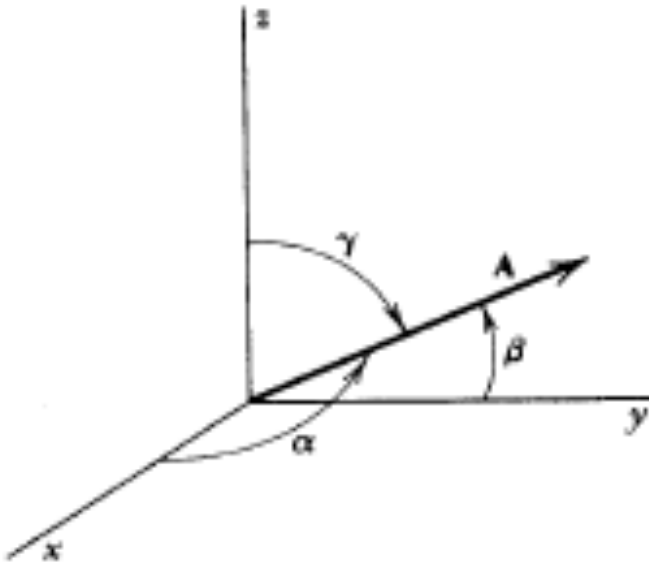


Figura 1-8. Definición de los ángulos directores.

24. Ángulos y Cosenos directores

- En la figura se muestra que $\mathbf{A}$ forma ángulos específicos con cada uno de los ejes; estos ángulos, α , β y γ , reciben el nombre de ángulos directores de $\mathbf{A}$ y se miden a partir de la dirección positiva de cada uno de los ejes.



Figura 1-9. A_x es la componente x de A .

24. Ángulos y Cosenos directores

- La figura muestra el plano que contiene a $\mathbf{A}$ y a $\mathbf{x}$, y en ella se aprecia que $\mathbf{A}_x$ está dado por $\mathbf{A}_x = \mathbf{A} \cos \alpha$.
- Al combinar esta relación con la magnitud del vector $\mathbf{A}$, se obtiene el coseno director l_x

$$l_x = \frac{A_x}{\left(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

25. Producto Punto o Escalar

- El Producto escalar de dos vectores se define como el escalar igual al producto de las magnitudes de los vectores y el coseno del ángulo que forman entre sí; o sea:

$$\vec{a} \bullet \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \theta$$

- Debido a la notación, el producto escalar también recibe el nombre de producto punto.

25. *Producto Punto o Escalar*

- La interpretación simple del producto escalar:

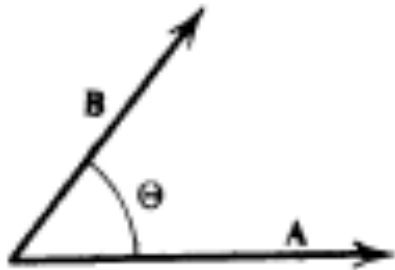


Figura 1-13. El ángulo relativo al producto escalar.

- $(B\cos\theta)A$: “La componente de **B** en la dirección de **A** por la magnitud de **A**” $(A\cos\theta)B$ = “la componente de **A** en la dirección de **B** por la magnitud de **B**”

25. Producto Punto o Escalar

- Resulta obvio que el orden de los productos no altera el producto escalar, es decir,

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = \vec{B} \bullet \vec{A}$$

- y que si dos vectores son perpendiculares entre sí, entonces $\vec{A} \bullet \vec{B} = 0$ y recíprocamente. Más aún, el cuadrado de un vector se puede interpretar como el vector multiplicado escalarmente por sí mismo; el resultado es el cuadrado de su magnitud.

26. Producto Cruz o Vectorial

- Cuando se multiplican dos vectores “cruz”, el resultado de dicha multiplicación vectorial es un nuevo vector, perpendicular al plano formado por los vectores que están multiplicando:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \text{sen}\theta$$

- Su dirección se determina según la “regla de la mano derecha”; si se doblan los dedos de la mano derecha en el sentido necesario para hacer girar de **A** hacia la misma dirección de **B** siguiendo el ángulo más pequeño entre ellos, el pulgar indicará la dirección de este nuevo vector.

26. Producto Cruz o Vectorial

- Si se observa el plano que contiene a **A** y a **B** en la figura, se tiene una interpretación sencilla del producto cruz. De la figura y de la ecuación:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \text{sen}\theta$$

- se desprende que la magnitud del producto cruz es igual al área del paralelogramo que tienen a **A** y **B** como lados.

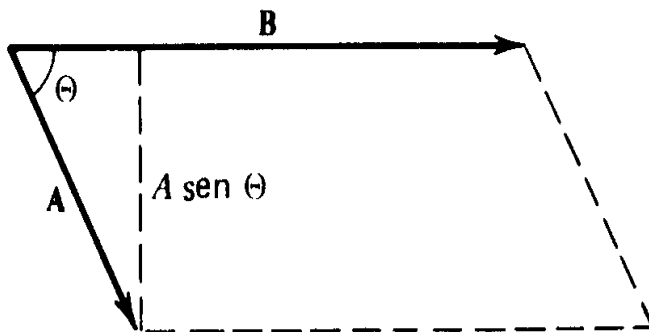


Figura 1-15. Interpretación de la magnitud de un producto cruz como un área.

27. Producto Cruz o Vectorial

- A partir de la definición de la dirección del producto cruz dada

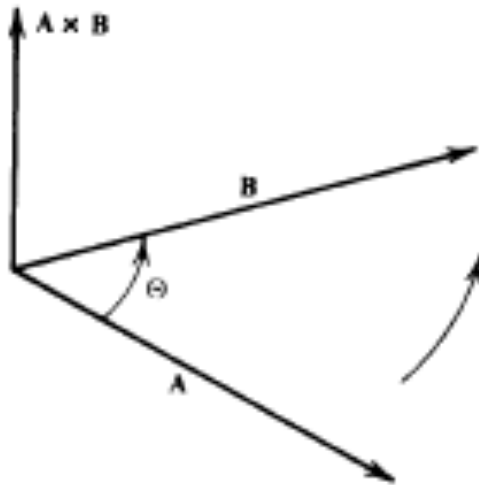


Figura 1-14. Definición de la dirección del producto cruz.

- Resulta evidente que el orden de los factores sí es importante en este caso, ya que: $-(\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \times \vec{A}$

27. Producto Cruz o Vectorial

- Si **A** y **B** son paralelos, se desprende que el producto cruz entre ellos es cero, y recíprocamente en particular.

28. Bibliografía

- Murray R. Spiegel, “Análisis Vectorial”, Editorial Mc Graw-Hill, 1985.
- Resnick-Halliday-Kramer, “Física” Parte I. Cuarta Edición. CECSA. México. 2002.
- Sears-Zemansky, “Física Universitaria”. Tomo I. Novena Edición.
- Serway – Faughn, “Física”. Editorial Prentice Hall 2002.
- Tippens, “Física, Conceptos y Aplicaciones”, Editorial Mc Graw Hill, 2001.
- Alvarenga Beatriz, “Física General”, Editorial Harla, 1985.
- Hecht Eugene, “Física 1”, Editorial Thomson, Segunda Edición.
- Jones&Childers, “Física Contemporánea”, Editorial Mc Graw Hill, 2001.
- www.dfa.uv.cl/~jura/Fisica_I/semana_II_2.pdf