



PRUEBA N°5
MATEMÁTICAS III

NOMBRE: Paula CURSO: 3° EJ

1. **DOCENTE(S):** C. Hardy, A. Rauch.
2. **FECHA:** 10/10 /2025
3. **UNIDAD TEMÁTICA 3:** Integral Definida. Aplicaciones.
4. **TIEMPO:** 80 min.
5. **PUNTAJE TOTAL - PUNTAJE PARA APROBAR:** 100 - 60
6. **MATERIALES:** de escritorio. Calculadora no algebraica.

- INDICACIONES:**
- Lea cuidadosamente la prueba antes de comenzar a responder. La comprensión de los enunciados es parte de la prueba.
 - Todo resultado debe estar argumentado o justificado a través de sus cálculos explícitos en sus respuestas.
 - Escriba con tinta o pasta, en orden, con limpieza y claridad. Si desea anular parte de su trabajo, tórjelo con una línea horizontal encima del escrito, **no use corrector; no se corregirá lo escrito sobre corrector.**
 - No utilice lápiz grafito para responder, **si utiliza grafito no podrá tener acceso a correcciones.**

7. **RESULTADOS OBTENIDOS:**

PREGUNTA	PUNTAJE ASIGNADO	PUNTAJE OBTENIDO
1	18	
2	32	
3	25	
4	25	
TOTAL	100	
	NOTA	



PREGUNTA N° 1 (18 puntos)

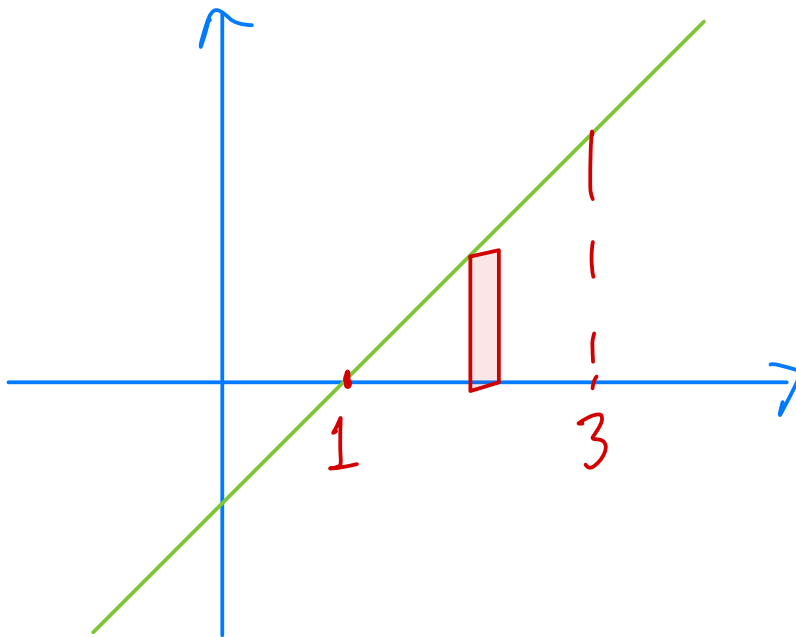
Capacidad : Razonamiento Lógico. Orientación Espacial.

Objetivo : Aplicar la integral definida en la resolución de problemas de volúmenes de sólidos de revolución, utilizando el método del anillo o capas cilíndricas. Usar sistemas de referencia en el plano cartesiano al graficar diferentes curvas

Contenido: Volúmenes de sólidos de revolución

Graficar y calcular el volumen del sólido generado por la región R limitada por la curva $y = x - 1$ y las rectas $x = 1$, $x = 3$ en torno al eje X.

(indique posición del rectángulo)



$$V_x = \pi \int_1^3 (x-1)^2 dx$$

$$= \pi \int_1^3 (x^2 - 2x + 1) dx$$

$$= \pi \left(\frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} + x \right) \Big|_1^3$$

$$= \pi \left[(9 - 9 + 3) - \left(\frac{1}{3} - 1 + 1 \right) \right]$$

$$= \frac{8}{3} \pi \text{ u}^3 //$$



PREGUNTA N° 2 (32 puntos)

Capacidad : Razonamiento Lógico. Orientación Espacial.

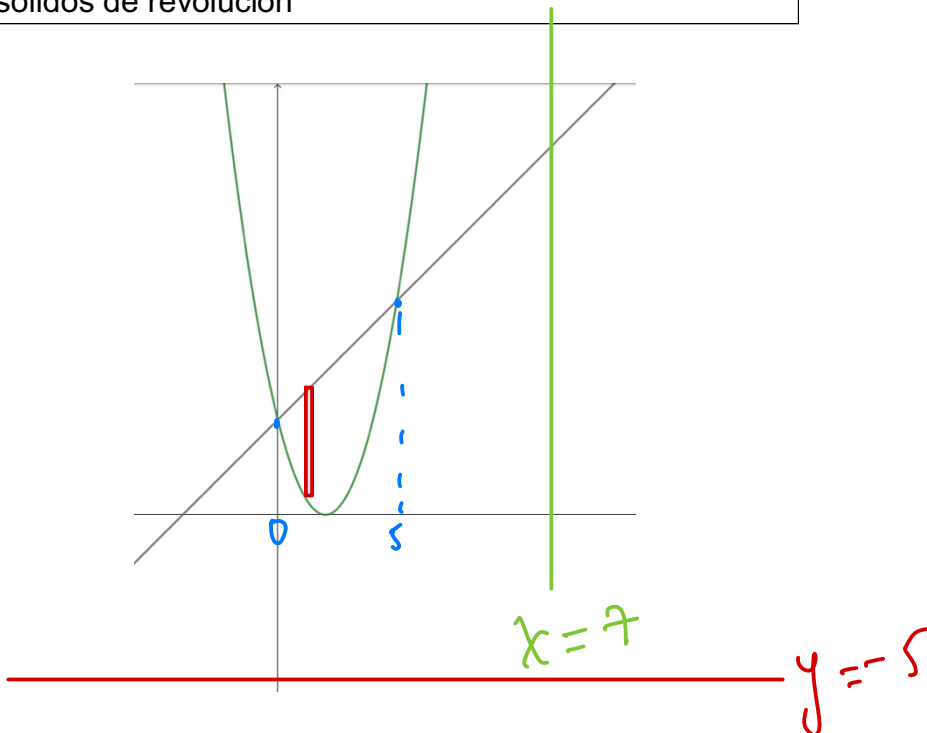
Objetivo : Aplicar la integral definida en la resolución de problemas de volúmenes de sólidos de revolución, utilizando el método del anillo o capas cilíndricas. Usar sistemas de referencia en el plano cartesiano al graficar diferentes curvas

Contenido: Volúmenes de sólidos de revolución

Dadas las siguientes curvas:

$$y = x + 4$$

$$y = (x - 2)^2$$



a) Dibujar rectángulo representativo de la región comprendida entre ellas.

b) Calcular puntos de intersección.

$$\begin{aligned} (x-2)^2 &= x+4 \\ x^2 - 4x + 4 &= x + 4 \\ x^2 - 5x &= 0 \\ x(x-5) &= 0 \\ x &= 0 \quad \vee \quad x = 5 \end{aligned}$$

c) **EXPRESAR** mediante integrales el volumen del sólido generado al rotar la región encerrada por las curvas en torno a eje indicado:

i. Eje Y

$$V_y = 2\pi \int_0^5 x [x+4 - (x-2)^2] dx$$

ii. Eje X

$$V_x = \pi \int_0^5 [(x+4)^2 - [(x-2)^2]^2] dx$$

iii. $x = 7$

$$V_{x=7} = 2\pi \int_0^5 [(7-x) [x+4 - (x-2)^2]] dx$$

iv. $y = -5$

$$V_{y=-5} = \pi \int_0^5 [(x+4+5)^2 - [(x-2)^2+5]^2] dx$$



PREGUNTA N° 3 (25 puntos)

Capacidad Evaluada: Razonamiento lógico. Resolver problemas.

Objetivo: Formular un plan de trabajo al resolver problemas que involucren aplicaciones de la integral. Traducir enunciados de problemas de ecuaciones.

Contenido: Problemas de aplicación de integrales.

Una barra metálica está a una temperatura de 80°F se pone en un cuarto a una temperatura constante de 3°F . Después de 20 minutos la temperatura de la barra es de 50°F . Determinar

- La ecuación de la temperatura T en función del tiempo t .
- El tiempo que tarda la estructura metálica en llegar a una temperatura de 30°F .
- La temperatura de la estructura metálica después de 25 minutos.

OBSERVACIÓN: Escribir sus resultados finales aproximando a 4 decimales.

Datos:

$$T(0) = 80^{\circ}\text{F}$$

$$T(20) = 50^{\circ}\text{F}$$

$$T_A = 3^{\circ}\text{F}$$

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_A)$$

$$\frac{dT}{dt} = k(T - 3)$$

$$\frac{dT}{T-3} = k dt \quad | \int$$

$$\int \frac{dT}{T-3} = \int k dt$$

$$\ln|T-3| = k \cdot t + C \quad | e$$

$$T-3 = e^{k \cdot t + C}$$

$$T-3 = e^{k \cdot t} \cdot e^C$$

$$T = C_1 \cdot e^{k \cdot t} + 3$$

$$\bullet T(0) = 80$$

$$80 = C_1 \cdot e^0 + 3$$

$$77 = C_1$$

$$\bullet T(20) = 50$$

$$50 = 77 \cdot e^{20 \cdot k} + 3$$

$$k \approx -0,0247$$

$$a) T(t) = 77 \cdot e^{-0,0247 \cdot t} + 3$$

$$b) 30 = 77 \cdot e^{-0,0247 \cdot t} + 3$$

$$t = 42,4279 \text{ min}$$

$$c) T = 77 \cdot e^{-0,0247 \cdot 25} + 3$$

$$T = 44,5254^{\circ}\text{F}$$



PREGUNTA Nº 4 (25 puntos).

Capacidad Evaluada: Razonamiento lógico. Resolver problemas.

Objetivo: Formular un plan de trabajo al resolver problemas que involucren aplicaciones de la integral. Traducir enunciados de problemas de ecuaciones.

Contenido: Problemas de aplicación de integrales.

En un cultivo de bacterias se tenían x número de familias. Después de 1 hora se observaron en el cultivo 800 familias de la bacteria y después de 3 horas 2000 familias. Determinar:

- Una expresión para el número de familias en el instante t .
- El número de familias después de 4 horas y media.
- ¿Después de cuánto tiempo habrá 2500 familias?

OBSERVACIÓN: Escribir sus resultados finales aproximando a 4 decimales.

Datos:

$$x(0) = ?$$

$$x(1) = 800$$

$$x(3) = 2.000$$

$$\frac{dx}{dt} = kx$$

$$\frac{dx}{x} = k dt \quad | \int$$

$$\ln|x| = k \cdot t + C \quad | e$$

$$x = e^{kt+C}$$

$$x = e^{kt} \cdot e^C$$

$$x = C_1 \cdot e^{kt}$$

$$x(1) = 800$$

$$800 = C_1 \cdot e^{k \cdot 1}$$

$$x(3) = 2000$$

$$2000 = C_1 \cdot e^{k \cdot 3}$$

$$\frac{800}{2000} = \frac{C_1 \cdot e^k}{C_1 \cdot e^{3k}}$$

$$\frac{800}{2000} = e^{-2k} \quad | \ln$$

$$\ln\left(\frac{8}{20}\right) = -2k$$

$$k = 0,4581$$

$$800 = C_1 \cdot e^{0,4581}$$

$$C_1 = 505,9874$$

$$a) x(t) = 505,9874 \cdot e^{0,4581 \cdot t}$$

$$b) x(4,5) = 505,9874 \cdot e^{0,4581 \cdot 4,5}$$

$$x(4,5) = 3975,7225$$

familias

$$c) 2500 = 505,9874 \cdot e^{0,4581 \cdot t}$$

$$t = 3,4873$$

R: Después de app.
3,4873 horas.