

GUÍA NÚMEROS COMPLEJOS

1) Dados los números complejos $z = (-2, 5)$ y $w = (-1, -4)$, hallar:

a) $z - w$ b) $2zw$ c) $5z + 4w$ d) $(-1, 0)z$ e) $(0, -2)w$

2) Calcular: a) $\frac{3-3i^7}{2i^4+4i^{31}}$ b) $i^2 - i^6 + 2i^5 - i^7$ c) $-i^{22} + i^{15} - i^{13} + 3i^{48} + i^{200}$

3) Hallar x e y en cada uno de los siguientes ejercicios:

a) $x + yi = 3 + 4i$ b) $x + 3(xi + y) = 5 - i - yi$ c) $7x - 2yi = 14 + 4i$
 d) $6i - 7 = 3 - x - yi$ e) $x - y = 1 - xi - yi - i$ f) $x + 2 + 7i = yi - 2xi$

4) Calcular: a) $\frac{6i}{2-5i}$ b) $\operatorname{Re}\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$ c) $\frac{\sqrt{-16}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+i}$ d) $\operatorname{Im}\left(\frac{2}{6-\sqrt{-1}}\right)$ e) $\frac{i^2-i}{2i-i^8}$

5) Calcular $|w|$,

si a) $w = \frac{\overline{(3+4i)} + (3-4i)^2}{2-i} - 10i^3$ b) $w = \frac{(i-8) - \operatorname{Re}(3i-3) + \operatorname{Im}(2-5i)}{|4-3i|} + 2i$

6) Representar en forma binomial los siguientes números complejos:

a) $2 \operatorname{cis}(-\pi)$ b) $2 \operatorname{cis}\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ c) $\sqrt{3} e^{i\frac{\pi}{6}}$ d) $\sqrt{2} e^{i\pi}$ e) $5 \operatorname{cis}\left(\frac{23\pi}{6}\right)$

7) Representar en forma polar los siguientes números complejos:

a) $-2-2i$ b) $-3+3i$ c) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ d) $\sqrt{12} + 2i$ e) $(1-i)^2$

8) Representar en forma exponencial los siguientes números complejos:

a) $-\sqrt{2}-\sqrt{2}i$ b) $-\sqrt{3}i$ c) $(0,-1)(0,-1)$ d) $\frac{-2}{1+i\sqrt{3}}$ e) $\frac{7\sqrt{2}}{2}(-1+i)$

9) Transformar a forma polar y expresar el resultado de forma binomial $(a+bi)$ de las siguientes operaciones:

a) $(\sqrt{3}-3i)^6$ b) $(-\sqrt{2}-\sqrt{2}i)^{16}(-1+i)^4$ c) $\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-i}\right)^{40}$ d) $\frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{10}}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i}$

$$e) \frac{i^2 - i}{2i - i^8} \quad f) \frac{(\sqrt{3} + i)^4}{(-1 + i\sqrt{3})^6} \quad g) \frac{(1+i)^{84}}{(-1-i)^9} \quad h) \frac{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)^5}{(-1 + \sqrt{3}i)^4}$$

10) Dados los complejos

$$z_1 = 2 \operatorname{cis} \underline{\pi} \quad z_2 = 2 \operatorname{cis} \underline{120} \quad z_3 = \operatorname{cis} \underline{30} \quad z_4 = \sqrt{2} \operatorname{cis} \underline{25} \quad z_5 = 5 \operatorname{cis} \underline{50}$$

Determine en forma polar:

$$a) z_1 \cdot z_2 \quad b) \frac{z_3}{z_2} \quad c) (z_4)^5 \quad d) (z_5)^3 \cdot z_3 \quad e) \left(\frac{z_2 \cdot z_3}{z_4} \right)^3 \quad f) (z_1)^3 \cdot (z_2)^4$$

11) Dados los complejos

$$z_1 = 4e^{3\pi i} \quad z_2 = 2e^{i\pi/3} \quad z_3 = e^{i\pi/2} \quad z_4 = \sqrt{2} e^{i5\pi/8} \quad z_5 = 2 \cdot \sqrt{3} e^{i4\pi/3}$$

Determine en forma exponencial:

$$a) z_1 \cdot z_2 \quad b) \frac{z_3}{z_2} \quad c) (z_4)^5 \quad d) (z_5)^3 \cdot z_3 \quad e) \left(\frac{z_2 \cdot z_3}{z_4} \right)^3 \quad f) (z_1)^3 \cdot (z_2)^4$$