

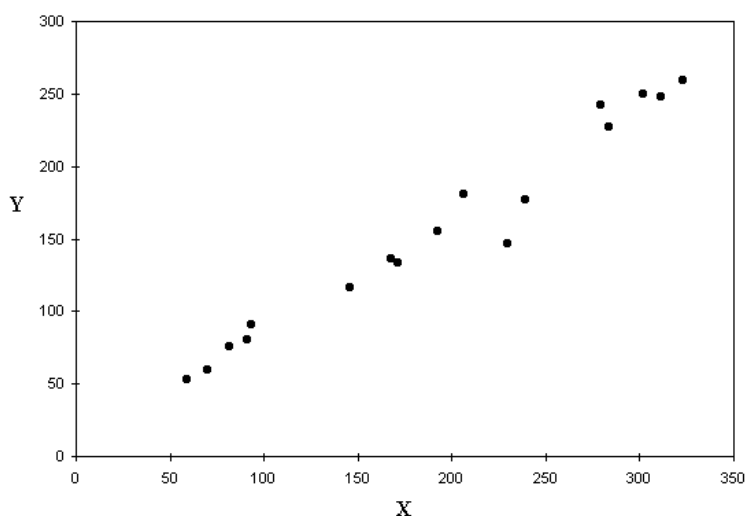
Guía de ejercicios

En cada uno de los siguientes ejercicios determine el modelo matemático que mejor representa los datos, si este no es lineal, realice el cambio de variables que la convierte en lineal. Expresé el modelo en término de las variables del problema.

Dilatación lineal de un metal

En el siguiente gráfico se muestran los datos recogidos en un experimento donde se midió la dilatación lineal $Y(\mu\text{m})$ que experimenta cierto material al ser sometido a diferentes temperaturas $X(^{\circ}\text{C})$. Como se puede apreciar, la tendencia de los datos graficados es lineal de la forma $Y = mX + n$

- Utilizando el método del ajuste libre, determine las constantes m y n
- ¿Cuál es la unidad de medida de m y n ?



Presión

Se mide la presión en el interior de un contenedor de combustible a medida que se introduce una sonda a lo largo del contenedor. Los resultados se muestran en la tabla siguiente

L(m)	P(Pa)
1,4	7,9
2,3	3,7
3,1	2,7
4,3	-3,4
4,8	-2,6
5,3	-6,4
7,2	-11,1

- Considere que la presión (P) depende linealmente de la altura (L). Establezca un modelo apropiado y mediante el método del ajuste libre determine sus constantes
- Escriba el modelo empírico que se ajusta a los datos

Presión de un gas en expansión

En un experimento se registra la presión en el interior de un contenedor de gas licuado a medida que su volumen se incrementa. De los datos recogidos, se determina que la relación funcional entre presión y volumen es de potencia, de la forma $P = kV^n$ donde P es la presión, medida en Pa, k es una constante, V es el volumen, medido en m^3 y n es una constante. Al rectificar y utilizando el método de los cuadrados mínimos, se obtiene la siguiente relación lineal entre las variables

$$\log(P) = 0,024 - 1,02 \log(V)$$

- Determine el valor de las constantes k y n
- Escriba el modelo empírico encantado
- En el mismo experimento, se prueba con un ajuste de curva del tipo exponencial, de la forma $P = k e^{nV}$. Realice la transformación adecuada, que convierta esta expresión en lineal.
- Aplicando el método de los cuadrados mínimos al ajuste exponencial, se obtiene la siguiente relación lineal $\ln(P) = 0,465 + 3,5 V$. Determine el valor de las constantes k y n del ajuste propuesto en (c)

Movimiento rectilíneo uniforme

Un autito de juguete se mueve sobre una superficie horizontal con velocidad constante. En la siguiente tabla se muestran los registros de un experimento en que se midió su posición cada 1 (s)

t(s)	x(m)
1	2,2
2	2,6
3	3,3
4	3,6
5	4,1
6	4,3
7	4,8

- Según lo descrito en el enunciado ¿Cuál es variable dependiente e independiente?
- Grafique los datos de la tabla ¿Cuál es la tendencia de los datos?
- Plantee un modelo de la forma $y = mx + n$. Mediante el método del ajuste libre determine el valor y unidad de las constantes m y n ¿Qué significado físico tienen las constantes?

Coefficiente de correlación

De los datos recogidos en una experiencia de laboratorio, se probaron dos ajustes de curva, uno lineal y otro de potencias. En el primer caso, lineal, se obtiene un coeficiente de correlación $R = 0,99875$, mientras que en el segundo caso, de potencias, el coeficiente de correlación es $R=0,999$. ¿Cuál de los dos ajustes es más apropiado? Explique

Fuerza constante

En un experimento de mecánica se mide la aceleración de un carrito de masa variable, bajo la acción de una fuerza constante. Teóricamente, la relación entre masa, fuerza y aceleración es

$$F = ma$$

Donde F la fuerza constante, m es la masa del carrito y a es la aceleración que experimenta. Los datos obtenidos son los siguientes

m(kg)	a(m/s ²)
2,5	1,985
3,5	1,135
5,0	0,961
6,5	0,604
7,5	0,550
9,5	0,399
12,0	0,302

- Confeccione un gráfico aceleración vs masa
- ¿Cuál es la tendencia de los datos graficados? Establezca un modelo
- Utilice el método de los cuadrados mínimos para ajustar el modelo
- ¿Cuál es la unidad de la constante?
- ¿Cuál es la magnitud de la fuerza aplicada sobre el carrito?
- Calcule el coeficiente de correlación y refiérase a la pertinencia del modelo ajustado

Constante elástica de un resorte

En un experimento se trata de determinar la constante elástica de un resorte, la que teóricamente está dada por la siguiente relación lineal

$$mg = k(x - x_0)$$

Donde m es la masa que cuelga del resorte, g es la aceleración de gravedad, x es la longitud del resorte estirado, x_0 es la longitud natural del resorte y k es la constante elástica del resorte.

Considere $g = 10[m/s^2]$. A partir de la siguiente tabla de datos

m(g)	x(m)
200	5,1
300	5,5
400	5,9
500	6,8
600	7,4
700	7,5
800	8,6

- Confeccione un gráfico x(m) vs m(g)
- Responda ¿Es la tendencia de los datos graficados lineal, de potencias o exponencial? Establezca un modelo
- Utilizando el método de los cuadrados mínimos determine el ajuste más apropiado
- ¿Cuál es la conste del resorte? Y ¿Cuál es su unidad de medida?
- ¿Cuál es la longitud natural del resorte?

Ley de Moore

En 1965, uno de los fundadores de Intel, Gordon Moore, vaticino que el número de transistores por pulgada cuadrada en circuitos integrados se duplicaba cada año y medio, y que la tendencia continuaría durante las siguientes décadas. Esta progresión de crecimiento exponencial es lo que se llama la ley de Moore.

Encuentre el modelo apropiado para la siguiente serie de datos

Año -1900	N (número de transistores)
-10	1×10^0
30	4×10^2
40	$3,2 \times 10^4$
50	$1,7 \times 10^6$
60	$4,0 \times 10^6$
70	$2,4 \times 10^7$
80	$3,3 \times 10^8$

Palomitas de maíz

Este simple experimento nos permite simular el decaimiento exponencial de un material radiactivo. Consiste en contar el número de granos de maíz que no han explotado (N) mientras son procesadas para convertirse en palomitas de maíz. En la siguiente tabla se muestran los resultados de una prueba que inicio en $t=0(s)$ con 16 granos

t(s)	N (número de granos de maíz)
0	16
17,8	8
31,1	4
41,9	2

- Confeccione un gráfico de N vs t(s)
- Mediante el método de los cuadrados mínimos, ajuste los datos utilizando una función exponencial del tipo $y = Ae^{nx}$.
- ¿Qué significado tienen las constantes A y n? y ¿Cuál es su unidad de medida?

Temperatura de ebullición del agua

En el siguiente video <https://youtu.be/JTL4dj3Gx1o> se muestra una un experimento realizado por Brady Haran donde mide la temperatura de ebullición del agua a diferentes alturas a medida que asciende hacia la cima del monte Everest.

- Recopile los siguientes datos y confeccione una tabla: Altura y temperatura de ebullición del agua
- Confeccione un gráfico temperatura de ebullición vs altura
- Según la tendencia de los datos, ¿Cuál es el mejor ajuste o modelo: lineal, de potencias o exponencial?
- Utilice el método de los cuadrados mínimos para ajustar el modelo
- ¿Determine el punto de ebullición en la cima del monte Everest?