

Pauta de Corrección: Prueba 5 Física III

Escuela Naval Arturo Prat - Cátedra de Física 2024

8 de octubre de 2024

Primera Pregunta (25 puntos)

Dada la posición de la partícula $x(t) = 6 \sin(\pi t + 0,25)$, se deben realizar los siguientes cálculos:

a) Amplitud de oscilación (5 puntos)

La ecuación de la posición está en la forma estándar $x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$, donde A es la amplitud. Por lo tanto, la amplitud de la partícula es:

$$A = 6 \text{ m}$$

b) Velocidad máxima (5 puntos)

La velocidad máxima en un M.A.S. se obtiene mediante la relación:

$$v_{\max} = A\omega$$

Donde $A = 6 \text{ m}$ y $\omega = \pi \text{ rad/s}$, por lo que:

$$v_{\max} = 6 \cdot \pi = 18,85 \text{ m/s}$$

c) Aceleración máxima (5 puntos)

La aceleración máxima se obtiene mediante la relación:

$$a_{\max} = A\omega^2$$

Donde $A = 6 \text{ m}$ y $\omega = \pi \text{ rad/s}$, entonces:

$$a_{\max} = 6 \cdot (\pi)^2 = 59,22 \text{ m/s}^2$$

d) Velocidad y aceleración cuando $t = 0,5 \text{ s}$ (5 puntos)

La velocidad en cualquier instante se calcula derivando la posición:

$$v(t) = \frac{d}{dt}[6 \sin(\pi t + 0,25)] = 6\pi \cos(\pi t + 0,25)$$

Para $t = 0,5 \text{ s}$:

$$v(0,5) = 6\pi \cos(\pi \cdot 0,5 + 0,25) = 6\pi \cos(1,57 + 0,25) \approx -4,65 \text{ m/s}$$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad:

$$a(t) = -6\pi^2 \sin(\pi t + 0,25)$$

Para $t = 0,5 \text{ s}$:

$$a(0,5) = -6\pi^2 \sin(\pi \cdot 0,5 + 0,25) \approx -57,38 \text{ m/s}^2$$

Segunda Pregunta (15 puntos)

Se modela una boya con movimiento armónico amortiguado.

a) Frecuencia angular (5 puntos)

La frecuencia angular del sistema amortiguado se calcula como:

$$\omega_d = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$$

Donde $m = 100$ kg, $k = 500$ N/m, y $b = 50$ kg/s:

$$\omega_d = \sqrt{\frac{500}{100} - \left(\frac{50}{2 \cdot 100}\right)^2} = \sqrt{5 - 0,0625} = \sqrt{4,9375} \approx 2,22 \text{ rad/s}$$

b) Gráfico de posición vs. tiempo (5 puntos)

El gráfico de la posición amortiguada para un sistema masa-resorte se genera considerando la ecuación:

$$x(t) = Ae^{-\frac{b}{2m}t} \cos(\omega_d t)$$

Usando $A = 1$ m, $b = 50$ kg/s, $m = 100$ kg, y $\omega_d = 2,22$ rad/s:

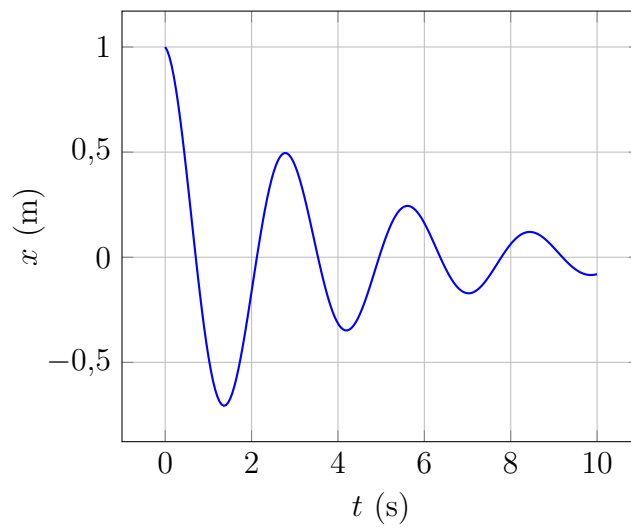


Figura 1: Posición de la boya en función del tiempo.

c) Sobreamortiguamiento (5 puntos)

En caso de sobreamortiguamiento, $b^2 > 4mk$. La boya volvería más lentamente a su posición de equilibrio, ya que no habría oscilaciones, solo un decaimiento exponencial suave hacia el equilibrio.

Tercera Pregunta (20 puntos)

Sistema amortiguador de un cañón naval.

a) Energía total (5 puntos)

La energía total en un sistema masa-resorte es:

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

Con $k = 3000 \text{ N/m}$ y $A = 0,5 \text{ m}$:

$$E = \frac{1}{2} \cdot 3000 \cdot (0,5)^2 = 375 \text{ J}$$

b) Frecuencia y período (5 puntos)

La frecuencia angular amortiguada es:

$$\omega_d = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} = \sqrt{\frac{3000}{2000} - \left(\frac{150}{4000}\right)^2} \approx 1,22 \text{ rad/s}$$

El período es:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_d} \approx 5,15 \text{ s}$$

c) Energía disipada (10 puntos)

La energía disipada en un ciclo se puede calcular usando el factor de amortiguamiento. Para un ciclo completo:

$$E_d = E_0 \left(1 - e^{-\frac{bT}{m}}\right)$$

Insertando valores $b = 150 \text{ kg/s}$, $T = 5,15 \text{ s}$, y $m = 2000 \text{ kg}$:

$$E_d = 375 \left(1 - e^{-\frac{150 \cdot 5,15}{2000}}\right) \approx 375 \cdot 0,36 = 135 \text{ J}$$

Por lo tanto, el 36 % de la energía inicial se ha disipado después de un ciclo.

Cuarta Pregunta (20 puntos)

Oscilación del buque amarrado a un puerto.

a) Período y frecuencia (5 puntos)

La frecuencia natural del sistema es:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2000}{5000}} = 0,632 \text{ rad/s}$$

El período es:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \approx 9,94 \text{ s}$$

b) Gráficas de posición y velocidad (10 puntos)

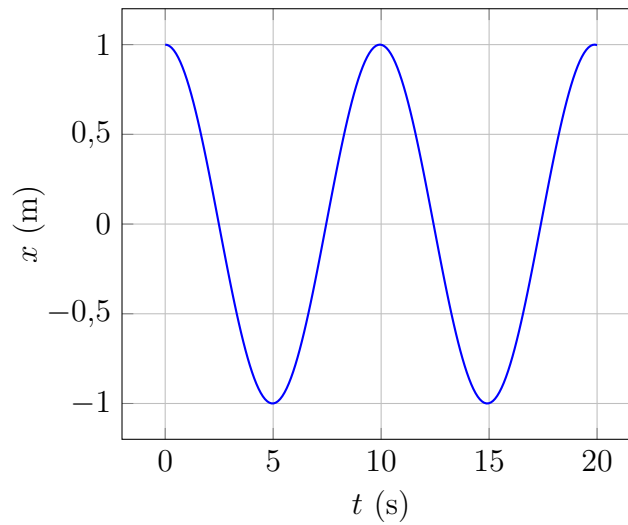


Figura 2: Posición del buque vs. tiempo

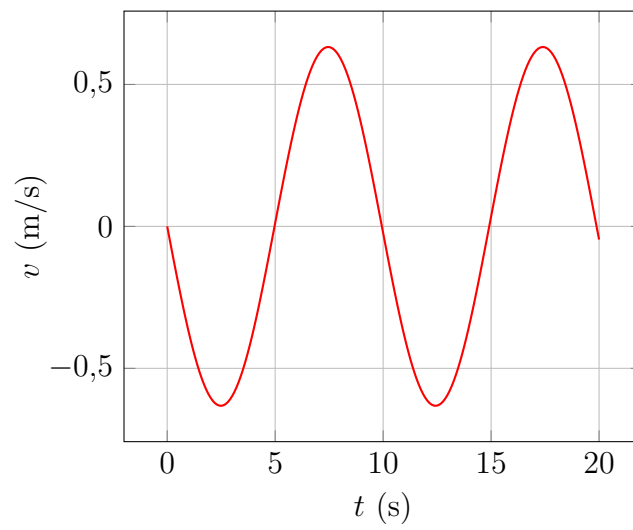


Figura 3: Velocidad del buque vs. tiempo

c) Efecto del amortiguamiento (5 puntos)

Si se introduce amortiguamiento por la resistencia del agua, el sistema generaría un movimiento subamortiguado. El gráfico de posición vs. tiempo mostraría oscilaciones de amplitud decreciente con el tiempo.