

# *PROBABILIDADES*

# OBJETIVOS:

- Conocer y aplicar conceptos básicos de probabilidades
- Aplicar propiedades, teoremas y leyes.

# CONCEPTOS BÁSICOS

1. **Experimento:** Proceso de realizar una observación o una medición.
2. **Experimento Aleatorio (E):** Son los que pueden dar lugar a varios resultados, sin que pueda ser previsible enunciar con certeza cuál de éstos va a ser observado en la realización del experimento, se puede repetir muchas veces bajo las mismas condiciones.
3. **Experimento Determinístico**
4. **Espacio Muestral ( $\Omega$ ):** Conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio.

# Ejemplos de Espacio Muestral:

---

E1: Se lanza un dado y se cuenta el número de puntos que aparecen en la cara superior.

$$\Omega : \{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 \}$$

# Ejemplos de Espacio Muestral:

---

**E2:** Se lanza una moneda 4 veces y se cuenta el número de sellos obtenidos.

$$\Omega : \{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 \}$$

# Ejemplos de Espacio Muestral:

---

**E3:** Se enciende una ampollita y se anota el tiempo que transcurre hasta que se quema.

$$\Omega : \{ t \in \mathbb{R} / t > 0 \}$$

# Ejemplos de Espacio Muestral:

---

E4: Se lanza una moneda dos veces, se registra el signo que aparece.

$$\Omega_4: \{ CC, CS, SC, SS \}$$

# Ejemplos de Espacio Muestral:

---

E5: Salen artículos en una línea de producción. Se cuenta el número de artículos defectuosos producidos.

$$\Omega_5: \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, n\}$$

n: Total de artículos producidos



# Ejemplos de Espacio Muestral:

---

E6: Una caja contiene 10 fichas, de las cuales 3 son verdes. Se extrae al azar una ficha después de otra y se cuenta el número de fichas sacadas de la caja , después de haber obtenido:

a.- La última ficha verde

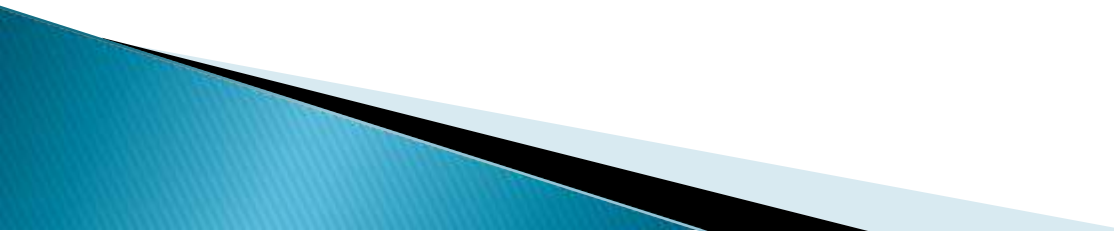
$$\Omega_{6a} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

b.- La primera ficha verde

$$\Omega_{6b} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

# Ejercicios de Espacios Muestrales:

---

1. Lanzar tres monedas.
  2. Lanzar tres dados y anotar la suma de los puntos obtenidos.
  3. Extracción de dos bolas de una urna que contiene cuatro bolas blancas y tres negras.
  4. El tiempo, con relación a la lluvia, que hará durante tres días consecutivos.
- 

# Ejercicios de Espacios Muestrales:

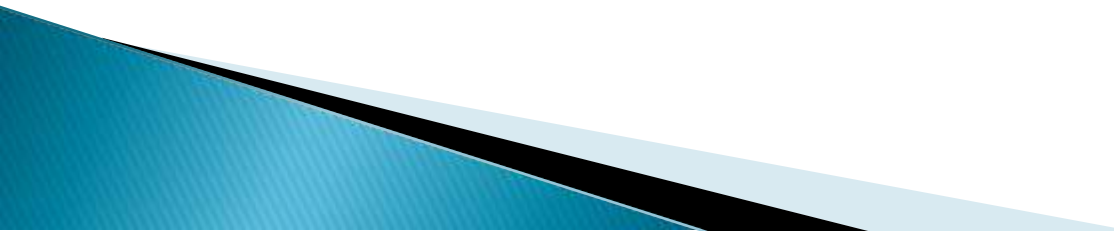
---

## Solución

1.- Sea C obtener CARA y S la obtención de SELLO, luego el espacio muestral es:

$$\Omega : \{(CCC), (CCS), (CSC), (SCC), (CSS), (SCS), (SSC), (SSS)\}$$

2.-  $\Omega : \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$



# Ejercicios de Espacios Muestrales:

---

3.- Llamando B sacar bola blanca y N sacar bola negra, el espacio muestral es :

$$\Omega : \{BB, BN, NN\}$$

4.- Si llamamos L al día lluvioso y N al día sin lluvia, para 3 días consecutivos se tiene el sgte. Espacio muestral.

$$\Omega : \{(LLL), (LLN), (LNL), (NLL), (LNN), (NLN), (NNL), (NNN)\}$$

# SUCESO Ó EVENTO

---

Sea  $E$  un Experimento y sea  $\Omega$  un espacio muestral asociado a  $E$ , entonces  $A$  es un suceso si y solo si  $A$  se define como un conjunto de posibles resultados del experimento aleatorio, es decir un subconjunto del espacio muestral  $\Omega$ .

# Observación:

1.- Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos asociados a un mismo experimento  $E$ , entonces:

$A \cup B$ : Es un **nuevo** suceso que ocurre si y solo si ocurre  $A$ , ocurre  $B$  o ambos.

$A \cap B$ : Es un **nuevo** suceso que ocurre si y solo si ocurre  $A$  y ocurre  $B$ .

---

2.- Sean  $A_1, A_2, \dots, A_k$ , sucesos asociados a un mismo experimento, entonces:

$A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k$ : Es un **nuevo** suceso que ocurre si y solo si ocurre al menos un  $A_i$ .

$A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_k$ : Es un **nuevo** suceso que ocurre si y solo si ocurren todos los  $A_i$  a la vez.

# Ejemplos Sucesos

1. Consideramos el experimento que consiste en lanzar un dado. Sean los sucesos:

A : Sacar par

B : Sacar múltiplo de 3.

Calcular  $A \cup B$ .

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{3, 6\}$$

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 6\}$$

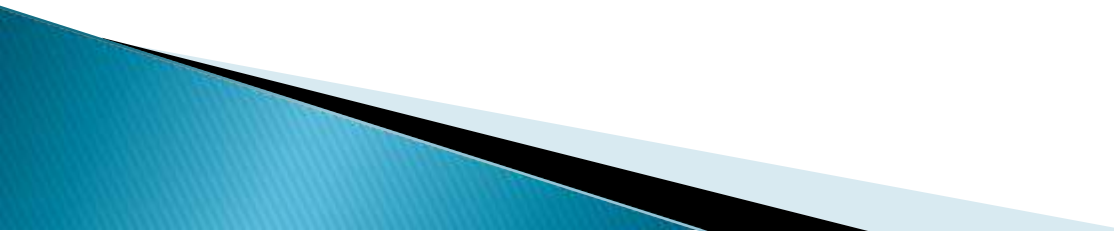
# Tipos de Sucesos

## Suceso Elemental

Un **suceso elemental** es cada uno de los elementos que forman parte del **espacio muestral**.

## Suceso Compuesto

Un **suceso compuesto** es un subconjunto de sucesos elementales.





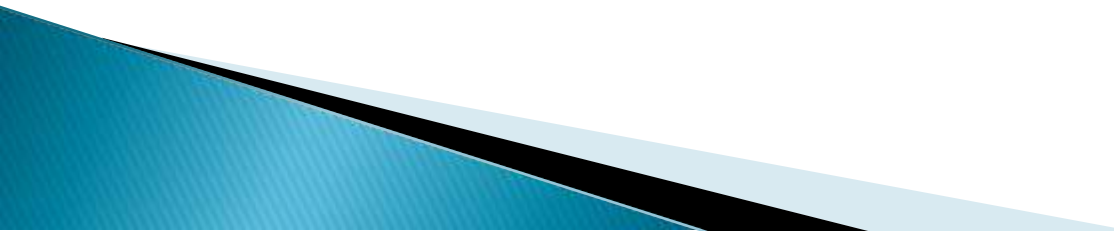
# Tipos de Sucesos

## Suceso seguro, $E$

Está formado por todos los posibles resultados (es decir, por el espacio muestral).

## Suceso imposible ( $\emptyset$ )

Es el que no tiene ningún elemento.



# Tipos de Sucesos

## Sucesos compatibles

Dos sucesos, **A y B**, son compatibles cuando tienen algún suceso elemental común.

Ejemplo: Si A es sacar puntuación par al tirar un dado y B es obtener múltiplo de 3, A y B son compatibles porque el 6 es un suceso elemental común.

# Tipos de Sucesos

## Sucesos incompatibles

Dos sucesos, **A y B**, son incompatibles cuando **NO tienen** algún suceso elemental común.

Ejemplo: Si A es sacar puntuación par al tirar un dado y B es obtener múltiplo de 5, A y B son incompatibles.

# SUCESOS MUTUAMENTE EXCLUYENTES(SME)

Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos asociados a un mismo espacio muestral  $S$ , se dice  $A$  y  $B$  son sucesos **Mutuamente excluyentes** si no pueden ocurrir ambos a la vez. Es decir si la intersección es vacía .

Si  $A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A$  y  $B$  son SME

# FRECUENCIA RELATIVA

Sea  $E$  un experimento, y sea  $A$  un suceso asociado a  $E$ . Supongamos que el experimento  $E$  se realiza  $n$  veces, y que  $n_A$  son las veces que ocurre el suceso  $A$ , entonces se define **Frecuencia Relativa** al suceso  $A$  como:

$$f_A = \frac{n_A}{n}$$

# FRECUENCIA RELATIVA

A continuación observe la siguiente tabla que muestra el % de caras al realizar diferentes números de ensayos.

| Nº de Ensayos | Nº caras | Frec. Relativa | % Caras |
|---------------|----------|----------------|---------|
| 1             | 0        | 0/1            | 0%      |
| 30            | 12       | 12/30          | 40%     |
| 50            | 23       | 23/50          | 46%     |
| 120           | 58       | 58/120         | 48%     |
| 180           | 92       | 92/180         | 51%     |
| 200           | 99       | 99/200         | 50%     |

# FRECUENCIA RELATIVA

## Propiedad:

Si  $E$  se repite muchas veces, digamos infinitas, entonces  $f_A$  tiende a la probabilidad de  $A$  (  $P(A)$  )

$$\begin{array}{ccc} f_A & & P(A) \\ n & \xrightarrow{\quad} \infty & \\ \rightarrow & & \end{array}$$

Intuitivo

# Probabilidad

## Definición:

Sea  $E$  un experimento y sea  $\Omega$  un espacio muestral asociado a  $E$ , entonces a todo suceso  $A$ , le asociaremos un número  $P(A)$ , que llamaremos, la probabilidad de que el suceso  $A$  ocurra, y que tiene las siguientes propiedades:



# Propiedades:

1.  $0 \leq P(A) \leq 1$

2.  $P(S) = 1$

3. Sean  $A, B$  SME , es decir

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

# Teoremas Básicos:

1.-  $P(\emptyset) = 0$

2.- Si  $\bar{A}$  es el suceso complementario de  $A$ ,  
entonces:  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

3.- Si  $A \subset B$  entonces  $P(A) \leq P(B)$

4.- Sean  $A$  y  $B$  sucesos cualesquiera,  
entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

# Regla de Laplace

Sea  $\Omega$  un espacio muestral finito.

$\Omega = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$ , siendo los  $A_i$  sucesos elementales e incompatibles dos a dos.

*Supongamos además que:*

$$P(A_1) = P(A_2) = \dots = P(A_n) = \frac{1}{n} \quad (\text{Sucesos equiprobables})$$

Entonces, sea  $B = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k$ ,  $k \leq n$  se tiene que:

$$P(B) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_k) = \frac{k}{n}$$

# Regla de Laplace

También se enuncia como:

$$P(B) = \frac{\text{Número de casos favorables al suceso B}}{\text{Número de casos posibles}}$$