

6. Un fabricante puede producir cuando mucho 120 unidades de cierto artículo cada año. La ecuación de demanda para ese producto es  $p = q^2 - 100q + 3200$ , y la función de costo promedio del fabricante es  $\bar{c} = \frac{2}{3}q^2 - 40q + \frac{10000}{q}$ . Determine la producción  $q$  que maximiza la utilidad y la correspondiente utilidad máxima.

$$\bar{c} = \frac{c}{q}$$
$$\bar{c} \cdot q = c$$

$$I = p \cdot q = q^3 - 100q^2 + 3200q$$

$$C = \frac{2}{3}q^3 - 40q^2 + 10000$$

$$U = I - C = \frac{1}{3}q^3 - 60q^2 + 3200q - 10000$$

$$U' = q^2 - 120q + 3200$$

$$U' = (q - 80)(q - 40)$$

1 Realizar el análisis de curva de  $\frac{x^2 - 5}{(x - 1)^2}$

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$f'(x) = \frac{2x \cdot \underline{(x-1)^2} - (x^2 - 5) \cdot \underline{2} \cdot \underline{(x-1)} \cdot 1}{(x-1)^4}$$

$$= \frac{2 \cdot \cancel{(x-1)} (x \cdot (x-1) - (x^2 - 5))}{(x-1)^{\cancel{4}_3}}$$

$$= \frac{2(\cancel{x^2} - x - \cancel{x^2} + 5)}{(x-1)^3}$$

$$= \frac{2(-x + 5)}{(x-1)^3}$$

5 y 1

Ejercicios prueba 6

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$



|         |   |   |   |
|---------|---|---|---|
| $x-1$   | - | + | + |
| $-x+5$  | + | + | - |
| $f'(x)$ | - | + | - |

$\downarrow$        $\uparrow$        $\downarrow$

Decrece:  $]-\infty, 1[$  y  $]5, \infty[$

crece:  $]1, 5[$

Máximo local:

$(5, f(5))$

1 Realizar el análisis de curva de  $\frac{x^2 - 5}{(x - 1)^2}$

$$f''(x) = 2 \cdot \frac{-1 \cdot \underline{(x-1)^3} - (-x+5) \cdot 3 \cdot \underline{(x-1)^2}}{(x-1)^6}$$

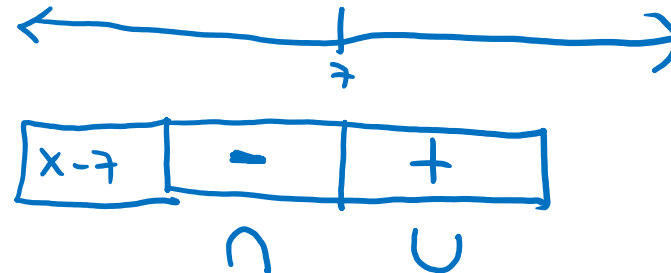
$$= 2 \cdot \frac{\underline{(x-1)^2} (- (x-1) - (-x+5) \cdot 3)}{(x-1)^6}$$

$$= 2 \cdot \frac{-x+1 + 3x-15}{(x-1)^4}$$

$$= 2 \cdot \frac{2x-14}{(x-1)^4}$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot \frac{(x-7)}{(x-1)^4} = 4 \cdot \frac{(x-7)}{(x-1)^4}$$

$$f'(x) = \frac{2(-x+5)}{(x-1)^3}$$



Convexa ( $\cup$ ):  $]7, \infty[$

Cóncava ( $\cap$ ):  $] -\infty, 1[$  y  $]1, 7[$   
 $] -\infty, 7[ - \{1\}$

Punto Inflexión:  $(7, f(7))$

1 Realizar el análisis de curva de  $\frac{x^2 - 5}{(x - 1)^2}$

• Oblicua :  $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5}{(x - 1)^2} : x$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5}{x(x - 1)^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5}{x(x^2 - 2x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5}{x^3 - 2x^2 + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 \left( \frac{1}{x} - \frac{5}{x^3} \right)}{x^3 \left( 1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1/x - 5/x^3}{1 - 2/x + 1/x^2} = \frac{0}{1} = 0$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx)$$
$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 5}{x^2 - 2x + 1} - 0 \cdot x \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 5}{x^2 - 2x + 1} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \left( 1 - \frac{5}{x^2} \right)}{x^2 \left( 1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right)}$$

$$= \frac{1}{1} = 1$$

Asíntota Oblicua:

$$y = 0 \cdot x + 1$$

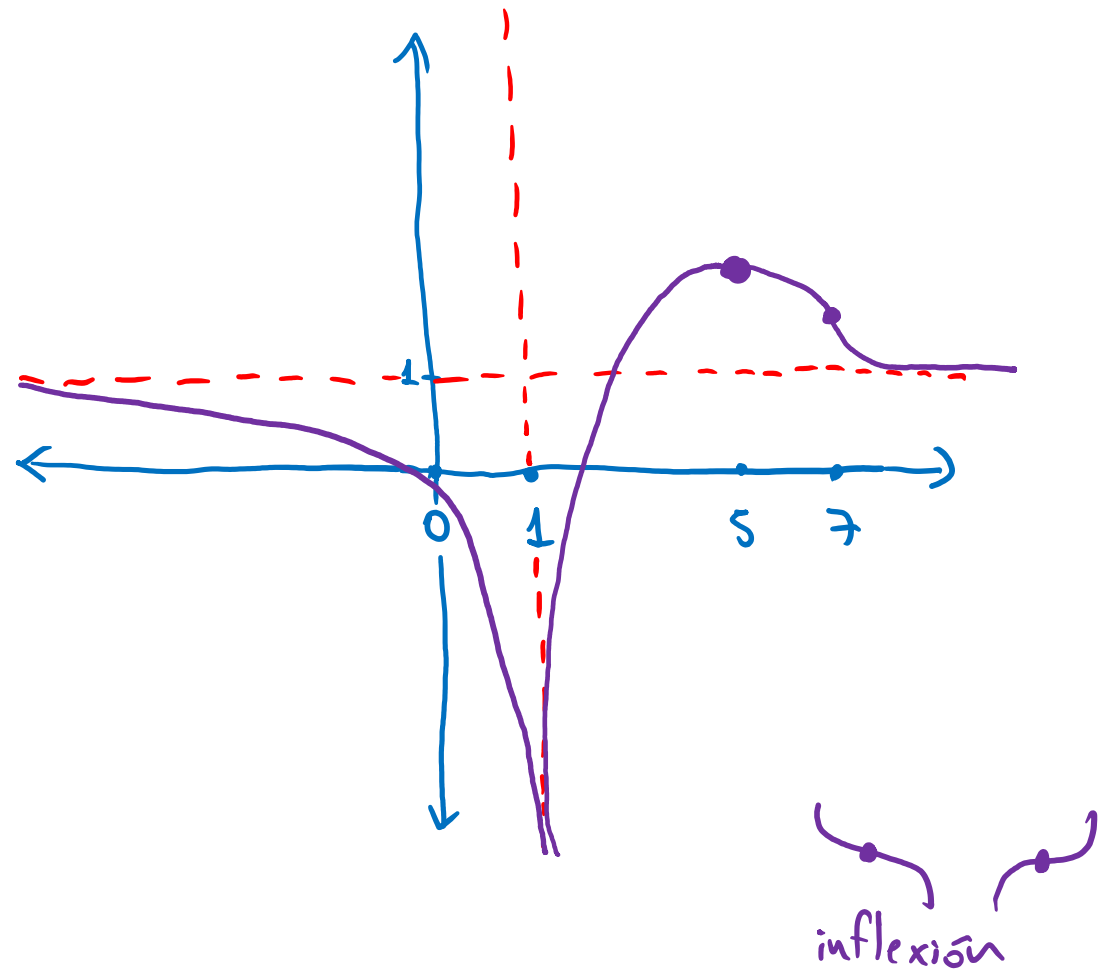
$$\boxed{y = 1}$$

1 Realizar el análisis de curva de  $\frac{x^2 - 5}{(x - 1)^2}$

$$f(5) = \frac{5^2 - 5}{(5-1)^2} = \frac{20}{4^2} = \frac{20}{16} > 1$$

Asíntota vertical:

$$x = 1$$



- ② El costo por unidad de producir un artículo es de \$3 y la ecuación de demanda es  $p = \frac{10}{\sqrt{q}}$ . ¿Cuál precio dará la utilidad máxima? ¿Cuál es esa utilidad?

$$C = 3q$$

$$I = p \cdot q = \frac{10}{\sqrt{q}} \cdot q = \frac{10q}{\sqrt{q}} \cdot \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{q}} = \frac{10q\sqrt{q}}{q} = 10\sqrt{q}$$

$$U = I - C = 10\sqrt{q} - 3q = 10q^{1/2} - 3q$$

$$U' = 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot q^{-1/2} - 3$$

$$= 5q^{-1/2} - 3 = 0$$

$$= \frac{5}{\sqrt{q}} - 3 = 0$$

$$\frac{5}{\sqrt{q}} = 3$$

$$5 = 3 \cdot \sqrt{q}$$

$$\frac{5}{3} = \sqrt{q} \quad |()^2$$

$$q = \frac{25}{9}$$

$$U'' = 5 \cdot -\frac{1}{2} \cdot q^{-3/2}$$

$$U'' = -\frac{5}{2} \cdot q^{-3/2}$$

$$U''\left(\frac{25}{9}\right) = -\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{25}{9}\right)^{-3/2} < 0$$

Si  $U'' < 0$  el punto es máximo  $\cap$

- ② El costo por unidad de producir un artículo es de \$3 y la ecuación de demanda es  $p = \frac{10}{\sqrt{q}}$ . ¿Cuál precio dará la utilidad máxima? ¿Cuál es esa utilidad?

Con  $q = 25/9$  hay máximo.

$$\text{Precio: } p = \frac{10}{\sqrt{25/9}} = \frac{10}{5/3} = 6$$

$$\text{Utilidad: } U = 10 \cdot \sqrt{\frac{25}{9}} - 3 \cdot \frac{25}{9} = 10 \cdot \frac{5}{3} - \frac{25}{3} = \frac{25}{3}$$