



PREGUNTA N° 1 (50 PUNTOS)

Capacidad : Razonamiento Lógico.
Objetivo : Aplicaciones de la derivada
Contenido : Criterio de la primera derivada, máximos y mínimos

- I. Un estudio de eficiencia indica que un trabajador que llega a las 8 AM ensamblará $Q(t) = -t^3 + 6t^2 + 15t$ unidades/hora. Si trabaja hasta las 17:00.
- 8 AM $\Rightarrow t=0$
- ¿Cuántas unidades/hora ensamblará a las 10 AM?
 - ¿En qué intervalos de tiempo su producción es creciente?
 - ¿En qué intervalos de tiempo su producción es decreciente?
 - ¿A qué hora de la mañana opera con eficiencia máxima?
 - ¿Cuál es esa eficiencia máxima?

a) $Q(2) = -8 + 64 + 15 \cdot 2 = 46$

Ensamblará 46 unidades/hora

b) $Q'(t) = -3t^2 + 12t + 15 = 0 \quad | : -3$

$-(t^2 - 4t - 5) = 0$

$-(t - 5)(t + 1) = 0$

$t = 5$

$t = -1 \times$

	$-\infty$	-1	5	9
$-(t-5)$		+	+	-
$t+1$	-	-	+	+
			(+)	(-)

Es creciente en $[0, 5]$

c) Es decreciente en $[5, 9]$

d) A las 13:00, en $t=5$

e) $Q(5) = -5^3 + 6 \cdot 5^2 + 15 \cdot 5 = 100$ unidades/hora.



II. Una función de ganancia está dada por $G(x) = 20 + 4x - \frac{x^2}{3}$ (en miles de pesos), donde x es el número de unidades vendidas.

- ¿Cuál es la ganancia al vender 3 unidades?
- ¿Cuántas unidades se deben vender para que la ganancia sea de 20 mil pesos?
- Determine intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función ganancia
- ¿Cuántas unidades se deben vender para obtener una máxima ganancia?
- ¿Cuál es esa ganancia máxima?

$$a) G(3) = 20 + 4 \cdot 3 - \frac{3^2}{3} = 29 \text{ mil pesos}$$

$$b) 20 + 4x - \frac{x^2}{3} = 20$$

$$4x - \frac{x^2}{3} = 0$$

$$x(4 - \frac{x}{3}) = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad 4 - \frac{x}{3} = 0$$

$$x = 12 \checkmark$$

Debe vender 12 unidades

$$c) G'(x) = 4 - \frac{2x}{3}$$

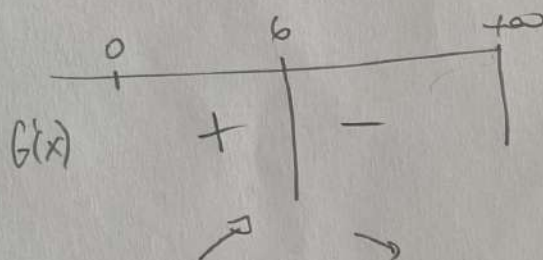
Pto. crítico

$$4 - \frac{2x}{3} = 0$$

$$4 = \frac{2x}{3}$$

$$\boxed{x = 6}$$

Creciente en $]0, 6[$
Decreciente en $]6, +\infty[$



d) 6 unidades

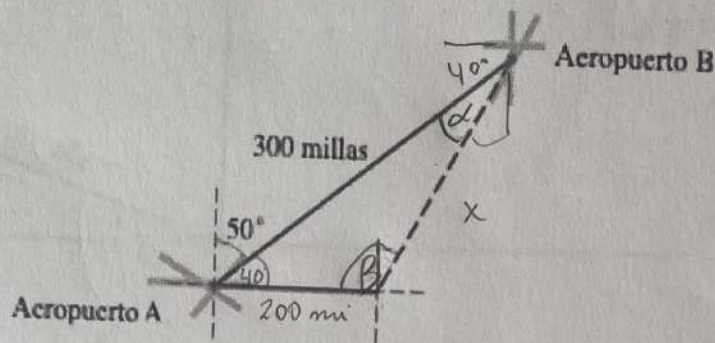
$$e) G(6) = 20 + 4 \cdot 6 - \frac{6^2}{3} = 32 \text{ mil pesos}$$



PREGUNTA N°2 (50 puntos)

Capacidad	: Razonamiento Lógico. Orientación espacial.
Objetivo	: Resolver problemas de aplicaciones de trigonometría
Contenido	: Teorema del seno y del coseno

- I. El aeropuerto B está a 300 millas del aeropuerto A a un rumbo de 50° NE. Un piloto que desea volar de A a B vuela erróneamente al Este a 200 millas/h durante 30 minutos, cuando nota su error.
- ¿Qué tan lejos está el piloto de su destino al momento de notar su error?
 - ¿En qué rumbo debe dirigir su avión a fin de llegar al aeropuerto B?



$$\begin{aligned}
 a) \quad x^2 &= 300^2 + 200^2 - 2 \cdot 300 \cdot 200 \cos(40^\circ) \\
 x^2 &= 38074,7 \quad | \sqrt{} \\
 x &= 195,13
 \end{aligned}$$

R: A 195,13 millas

$$b) \quad \frac{\sin(\alpha)}{200} = \frac{\sin(40^\circ)}{195,13}$$

$$\sin(\alpha) = 0,66$$

$$\alpha \approx 41,2^\circ$$

$$\beta = 98,8^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 50^\circ - 41,2^\circ$$

$$R_b = 98,8^\circ - 90^\circ = 8,8^\circ \text{ NE}$$

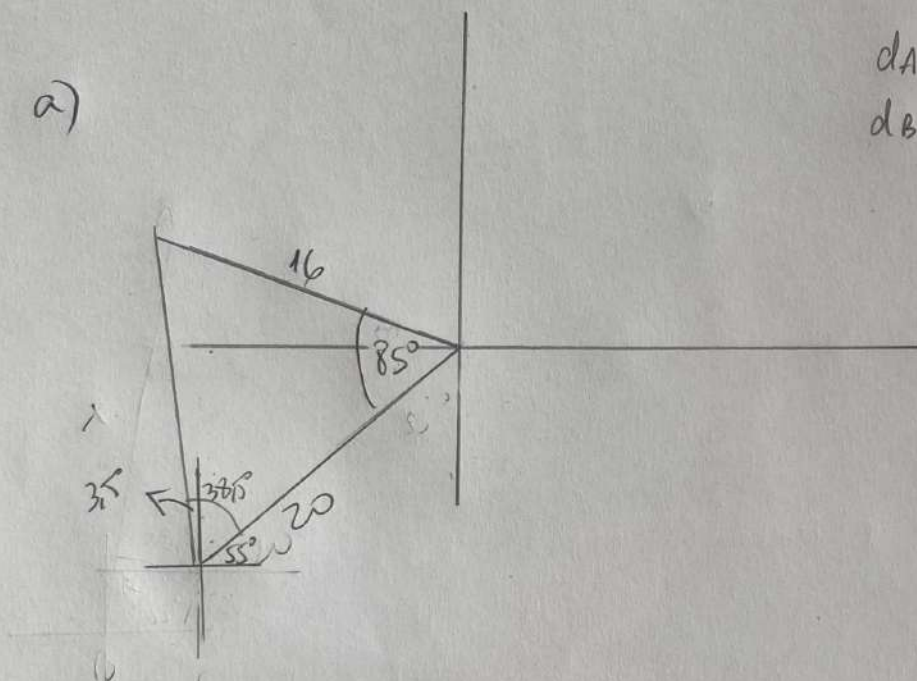


- II. Dos embarcaciones A y B parten desde un puerto al mismo tiempo con rumbos 320° y 235° a velocidades de 8 y 10 nudos respectivamente.

$$1 \text{ nudo} = \frac{\text{mi}}{\text{h}}$$

- Graficar la situación
- Hallar la distancia que los separa al cabo de 2 horas
- Determinar el rumbo que debe tomar B para llegar a A.

a)



$$d_A = 8 \cdot 2 = 16 \text{ mi}$$

$$d_B = 10 \cdot 2 = 20 \text{ mi}$$

b)

$$x^2 = 16^2 + 20^2 - 2 \cdot 16 \cdot 20 \cos(85^\circ)$$

$$x^2 = 653,21$$

$$x \approx 25,6 \text{ millas}$$

c)

$$\frac{\sin(\alpha)}{16} = \frac{\sin(85^\circ)}{25,6}$$

$$\sin(\alpha) = 0,62 \quad / \sin^{-1}$$

$$\alpha \approx 38,5^\circ$$

$$R_b = 38,5^\circ + 55^\circ - 90^\circ = 3,5^\circ \text{ NW}$$