



Modelamiento de Sistemas I

Sesión 2 – 20/07/20
Segundo Semestre 2020

Modelamiento de Sistemas I

Objetivos de la sesión

Analizar las implicancias de los diversos planteamientos de modelos en las ciencias.

Analizar las razones y proporciones matemáticas como una herramienta para la resolución de problemas.

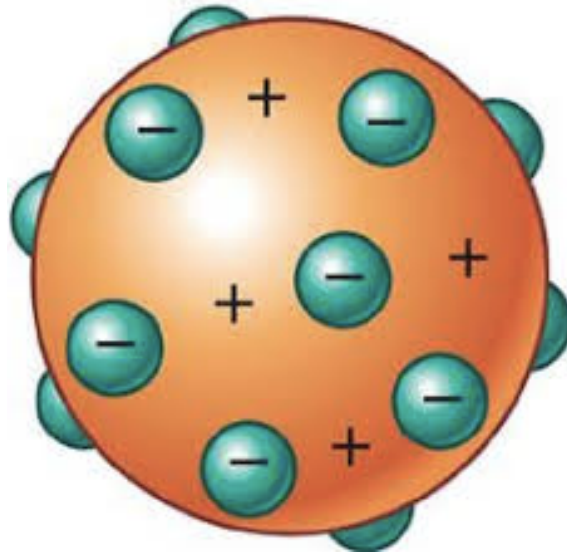
Analizar situaciones problemáticas que se puedan responder a partir de planteamientos matemáticos.

Proponer modelos matemáticos que sean capaces de responder a diversas situaciones problema.

Modelamiento de Sistemas I

Continuemos con las actividades que dieron inicio a nuestro curso...

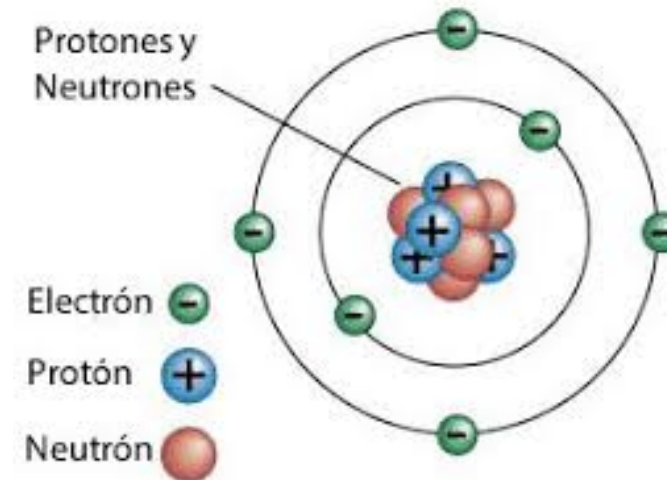
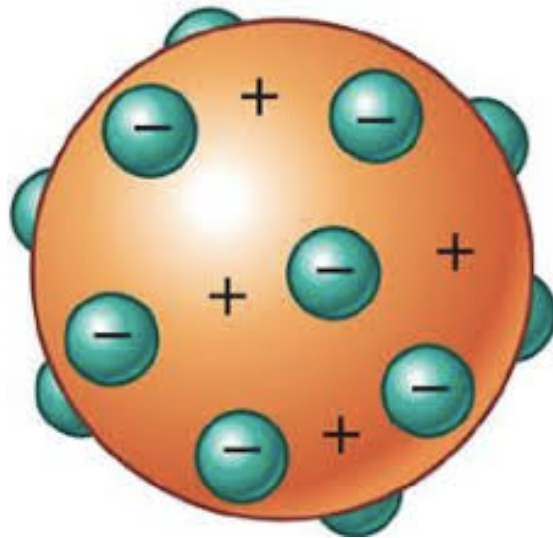
El segundo modelo atómico propuesto en la historia de la ciencia correspondió al “budín de pasas”, ¿qué aspectos imaginas que Thompson tuvo en consideración al momento de proponer este modelo?



Modelamiento de Sistemas I

Continuemos con las actividades que dieron inicio a nuestro curso...

Unos años después de que Thompson propusiese el modelo del “budín de pasas”, Rutherford propuso uno nuevo denominado “modelo planetario”. ¿Por qué crees que se modificó la concepción del átomo, dejando atrás el modelo de Thompson que llevó a la comunidad científica a aceptar el modelo planetario?



Modelamiento de Sistemas I

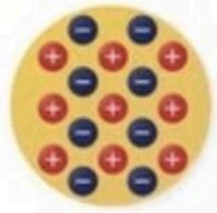
Continuemos con las actividades que dieron inicio a nuestro curso...

Actualmente, la comunidad científica acepta el modelo de Schrödinger como el modelo del átomo, ¿por qué crees que este continúa siendo aceptado por la comunidad científica y no ha sido propuesto uno nuevo?

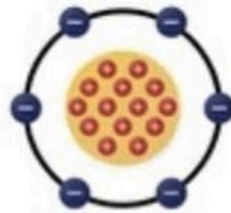
ATOMIC MODELS



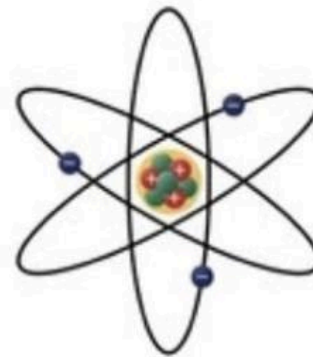
1803
JOHN DALTON



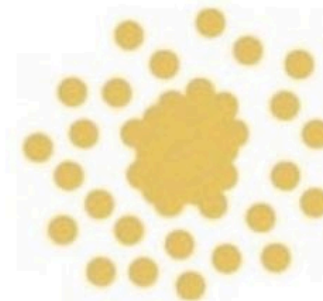
1904
J.J. THOMSON



1911
ERNEST RUTHERFORD



1913
NIELS BOHR



1926
ERWIN SCHRÖDINGER

Modelamiento de Sistemas I

Recordemos algunos aspectos de la matemática: razones y proporciones

Desde el punto de vista matemático ¿Qué es una razón?

Razón

En matemáticas una razón es la comparación de dos cantidades, por medio de una división o cociente.

La razón entre a y b , cuando b es un número distinto de cero se escribe como:

$\frac{a}{b}$ o $a:b$ y se lee « a es a b »

Por ejemplo, la razón entre 6 y 5 se escribe:

$\frac{6}{5}$ o $6:5$ y se lee «seis es a cinco»



TIPS

En una razón escrita como fracción:

El numerador recibe el nombre de antecedente

$\frac{a}{b}$

$b \neq 0$

El denominador recibe el nombre de consecuente

El denominador debe ser distinto de cero

Modelamiento de Sistemas I

Recordemos algunos aspectos de la matemática

¿Cómo se calcula una razón?

Debemos determinar el valor que tiene, el que se establece realizando la división entre el antecedente y el consecuente.

a) El valor de la razón entre 1 y 2 es:

$$\frac{1}{2} \rightarrow 1:2 \rightarrow \begin{array}{r} 1:2 = 0,5 \\ 10 \\ 0/ \end{array}$$

3) Escriba la razón entre la distancia (d) recorrida por un automóvil y el tiempo (t) empleado:



TIPS

Velocidad es una razón entre la distancia y el tiempo.

a) $d = 300$ km $t = 3$ h

b) $d = 588$ km $t = 12$ h

Modelamiento de Sistemas I

Recordemos algunos aspectos de la matemática

Desde el punto de vista matemático ¿Qué es una proporción?

Proporción

La proporción es la igualdad entre dos o más razones, se escribe como:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \quad \text{o} \quad a:b=c:d=k \quad b, d \neq 0 \quad \text{y para que pueda existir la razón } a, c \neq 0$$

Se lee: « a es a b como c es a d »

k : Constante de proporcionalidad

a, d : Se denominan extremos de la proporción.

b, c : Se denominan medios de la proporción.



TIPS

Se denomina **Constante de proporcionalidad (k)** al resultado de la división de las razones, **el cual es el mismo para cada una de ellas** en una proporción.



Ejemplos:

a) $\frac{7}{3} = \frac{14}{6} = 2,\bar{3}$

b) $\frac{10}{50} = \frac{5}{25} = \frac{15}{75} = \frac{1}{5} = 0,2$

Modelamiento de Sistemas I

Recordemos algunos aspectos de la matemática

Teorema fundamental de las proporciones (TFP)

En una proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c \quad b, d \neq 0 \text{ y para que pueda existir la razón } a, c \neq 0$$

Recíprocamente, dos productos iguales pueden escribirse como una proporción:

$$a \cdot d = b \cdot c \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad b, d \neq 0 \text{ y para que pueda existir la razón } a, c \neq 0$$

Modelamiento de Sistemas I

Recordemos algunos aspectos de la matemática

Teorema fundamental de las proporciones (TFP): Ejercicios

a) $20 \cdot 3 = 12 \cdot 5$

b) $a \cdot b = 24$

TIPS

Recordar que producto de los extremos es igual al producto de los medios:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Modelamiento de Sistemas I

Recordemos algunos aspectos de la matemática

Resolución de ecuaciones

Para resolver ecuaciones, se suele aplicar el teorema fundamental de las proporciones

$$\frac{x}{6} = \frac{25}{5}$$

$$5x = 6 \cdot 25$$

$$x = \frac{6 \cdot \cancel{25}^5}{\cancel{5}}$$

$$x = 30$$

- Aplicando el TFP:
- Los productos de medios y extremos son iguales
- Dividimos por 5 a ambos lados de la igualdad.
- Operando

Modelamiento de Sistemas I

Recordemos algunos aspectos de la matemática

Con los datos expuestos, escriba una proporción y calcule el valor de la incógnita:

a) 5, 7, 15, x

¿Por qué se obtuvieron distintos valores para la misma incógnita?

Modelamiento de Sistemas I

Recordemos algunos aspectos de la matemática

Ejercicios

1. En un curso de la Escuela Naval, la razón entre la cantidad de hombres y mujeres es 3 : 2. Si hay 24 hombres ¿Cuántos estudiantes hay en total en el curso?

Sugerencia: extraer los datos e incógnita del problema.

Datos:

H: número de hombres en el curso

M: número de mujeres en el curso

La razón entre H y M es 3 : 2.

En el curso hay 24 hombres.

$$H : M = 3 : 2$$

$$H : 3 = M : 2$$

Podemos reemplazar $H = 24$ en la proporción.

$$H : 3 = M : 2$$

$$24 : 3 = M : 2$$

$$\frac{24}{3} = \frac{M}{2}$$

$$M = 16$$

Modelamiento de Sistemas I

Recordemos algunos aspectos de la matemática

Ejercicios

2. Un gáster y su ayudante reciben por la instalación de tres sanitarios en las dependencias de la Escuela Naval \$ 270.000, los que se reparten en la razón 7 : 2, ¿cuánto dinero recibirá cada uno?

Datos:

g: dinero que recibirá el gáster

a: dinero que recibirá el ayudante

Gáster mas ayudante reciben
\$270.000

El dinero se reparte en la razón 7 : 2

$$g : a = 7 : 2$$

$$g + a = 270.000$$

Podemos despejar g de la proporción

$$g = \frac{7}{2}a$$

Reemplazamos g en $g + a = 270.000$

$$270.000 = \frac{7}{2}a + a$$

$$a = 60.000$$

Reemplazando a en $g + a = 270.000$, podemos determinar cuánto recibe el gáster.

$$g = 210.000$$

Modelamiento de Sistemas I

Recordemos algunos aspectos de la matemática

Ejercicios

3. El perímetro de la cancha de fútbol de la Escuela Naval mide 432 metros. Si la razón entre el ancho y el largo es 5 : 7, ¿cuánto mide cada lado de la cancha?

Datos:

a: medida del ancho de la cancha
l: medida del largo de la cancha
El perímetro mide 432 metros
La razón entre el ancho y largo es 5 : 7

$$\frac{a}{5} = \frac{l}{7}$$

$$a : l = 5 : 7$$

En la proporción,
podemos despejar a:

$$a = \frac{5}{7} l$$

Reemplazamos a en $2a + 2l = 432$

$$432 = 2 * \frac{5}{7} l + 2 l \quad l = 126$$

Reemplazando l en la misma
expresión anterior ($2a + 2l = 432$)

$$a = 90$$

Modelamiento de Sistemas I

Recordemos algunos aspectos de la matemática

Ejercicios

4. A una cantidad de lápices entregados en la Escuela Naval se les sumó 6 unidades, la cual se dividió entre 8 cadetes. Al valor resultante, se le sumaron 5 lápices y esta nueva suma se dividió entre 2 cadetes, obteniendo como resultado 4 lápices cada uno. ¿Cuántos lápices entregó la Escuela Naval?

Sea x el número buscado

$$\frac{(x + 6)}{8}$$

$$\frac{(x + 6)}{8} + 5$$

$$\frac{\frac{(x+6)}{8} + 5}{2} = 4$$

$$x = 18 \text{ lápices}$$

Modelamiento de Sistemas I

Recordemos algunos aspectos de la matemática

Ejercicios

5. El gasto de consumo eléctrico en la Armada se dividen en dos áreas, las reparticiones en tierra y los buques. El costo monetario total en un año correspondió a \$ 48.000 millones de pesos, de tal manera que la parte que consumió menos equivale a los $\frac{5}{7}$ de la parte que consumió más. Determine cuánto fue el costo energético de las reparticiones y buques de la Armada respectivamente.

Sea **R** el área que consumió más.

$\frac{5}{7}R$: el área que consumió menos.

$$\frac{5}{7}R + R = 48.000 \qquad 7R + 5R = 336.000$$

$$R = 28.000$$

$$\frac{5}{7}R \longrightarrow \frac{5}{7} * 28.000 = 20.000$$

Modelamiento de Sistemas I

Recordemos algunos aspectos de la matemática

Ejercicios

6. Un cadete compró cierto número de libros a 2 por US\$ 5 y los vendió a 2 por US\$ 7, ganando en la operación US\$ 8. ¿Cuántos libros compró el cadete?

Sea L la cantidad de libros comprados.

$$\frac{7}{2}L - \frac{5}{2}L = 8$$

$$7L - 5L = 16$$

$$L = 8$$

Modelamiento de Sistemas I

Recordemos algunos aspectos de la matemática

Ejercicios

7. El profesor de modelamiento de sistemas vendió su auto en \$ 8.000.000 más la tercera parte de lo que le había costado, y en esta operación ganó \$ 2.000.000. ¿Cuánto le costó el auto al profesor?

Sea V el valor el auto.

$$8.000.000 + \frac{V}{3} = V + 2.000.000$$

$$24.000.000 + V = 3V + 6.000.000$$

$$V = 9.000.000$$