



PRUEBA 4
MATEMATICAS III

NOMBRE: Pauta N°CAD: _____ CURSO: 3° _____

- 1. DOCENTE(S): C. Hardy, A. Rauch.
- 2. FECHA: 20/ 08/ 2025
- 3. UNIDAD TEMÁTICA: II- Integral Definida
- 4. TIEMPO: 80 min.
- 5. MATERIALES: de escritorio. Calculadora no algebraica.

INDICACIONES:

- Lea cuidadosamente la prueba antes de comenzar a responder. La comprensión de los enunciados es parte de la prueba.
- Todo resultado debe estar argumentado o justificado a través de sus cálculos explícitos en sus respuestas.
- Escriba con tinta o pasta, en orden, con limpieza y claridad. Si desea anular parte de su trabajo, tárjelo con una línea horizontal encima del escrito (---), no use corrector; no se corregirá lo escrito sobre corrector.
- No utilice lápiz grafito para responder, si utiliza grafito no podrá tener acceso a correcciones.

6. RESULTADOS OBTENIDOS:

PREGUNTA	PUNTAJE ASIGNADO	PUNTAJE OBTENIDO
1	35	
2	35	
3	30	
Puntaje total	100	

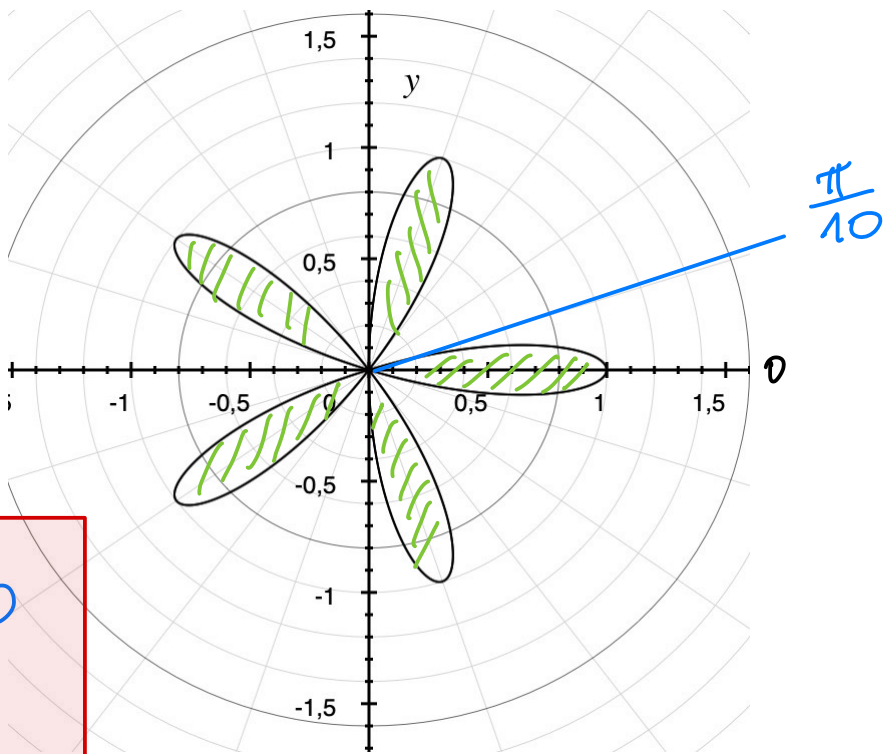


PREGUNTA Nº 1 (35 puntos)

Capacidad: Razonamiento Lógico.
Objetivo : Aplicar la integral definida en la resolución de problemas de áreas de curvas definidas en coordenadas polares.
Contenido: Área en coordenadas polares.

Grafique, achure y calcule el área, de los 5 pétalos de la rosa:

$r = \cos(5\theta)$



$\cos(5\theta) = 0$
 $5\theta = \frac{\pi}{2}$
 $\theta = \frac{\pi}{10}$

$$A = 10 \cdot \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{10}} [\cos(5\theta)]^2 d\theta = 5 \int_0^{\frac{\pi}{10}} \cos^2(5\theta) d\theta$$
$$= 5 \int_0^{\frac{\pi}{10}} \frac{1 + \cos(10\theta)}{2} d\theta = \frac{5}{2} \int_0^{\frac{\pi}{10}} (1 + \cos(10\theta)) d\theta$$
$$= \frac{5}{2} \left(\theta + \frac{\sin(10\theta)}{10} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{10}}$$
$$= \frac{5}{2} \left(\frac{\pi}{10} + \frac{\sin(10 \cdot \frac{\pi}{10})}{10} \right) - \frac{5}{2} (0 + 0)$$

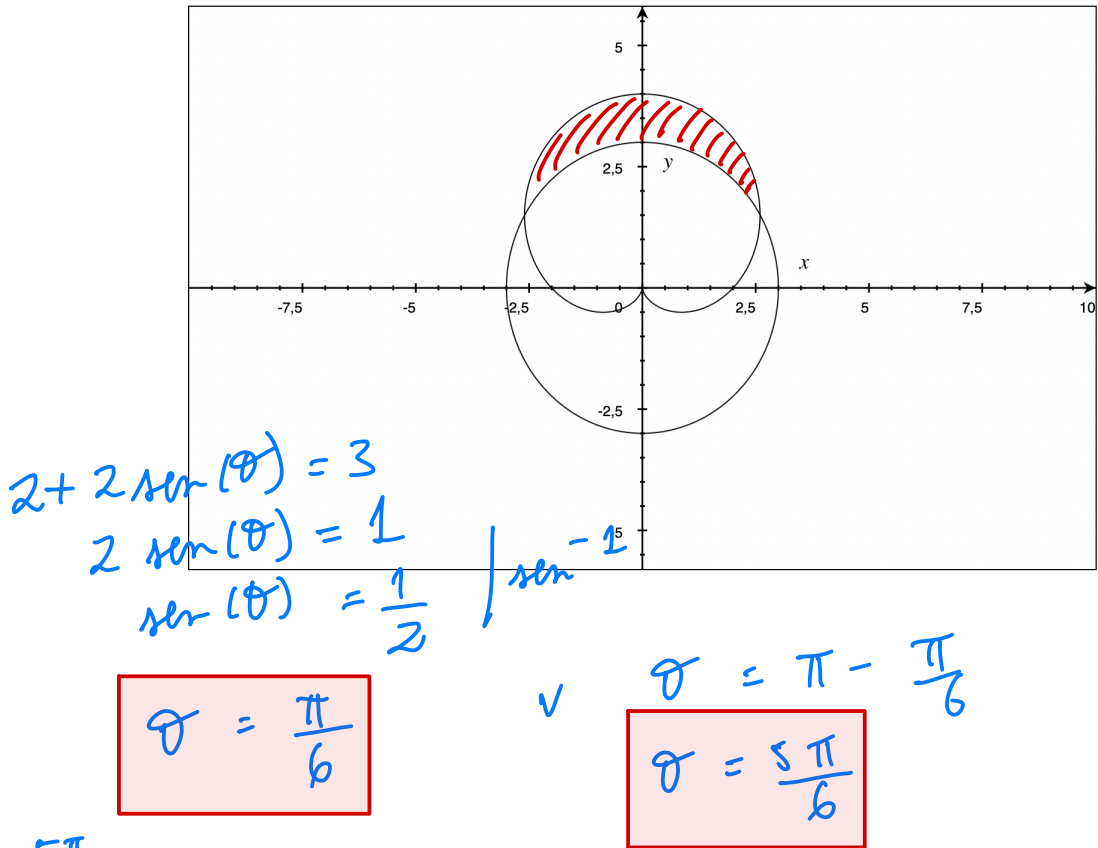
$$= \frac{\pi}{4} u^2$$



PREGUNTA Nº 2 (35 puntos)

Capacidad: Razonamiento Lógico.
Objetivo : Aplicar la integral definida en la resolución de problemas de áreas de curvas definidas en coordenadas polares.
Contenido: Área en coordenadas polares.

Achurar y calcular, mediante integrales, el área exterior a la circunferencia $r=3$ e interior a la cardioide $r=2+2\text{sen}(\theta)$



$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} [(2+2\text{sen}(\theta))^2 - 3^2] d\theta \\ A &= \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} (4 + 8\text{sen}(\theta) + 4\text{sen}^2(\theta) - 9) d\theta = \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} (8\text{sen}(\theta) + 4\text{sen}^2(\theta) - 5) d\theta \\ A &= \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} (8\text{sen}(\theta) + 4(1 - \cos(2\theta)) - 5) d\theta \\ A &= \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} (8\text{sen}(\theta) + 2 - 2\cos(2\theta) - 5) d\theta = \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} (8\text{sen}(\theta) - 2\cos(2\theta) - 3) d\theta \\ A &= \left(-4\cos(\theta) - \frac{\text{sen}(2\theta)}{2} - \frac{3}{2}\theta \right) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \\ A &= \left(-4\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) - \frac{\text{sen}\left(2 \cdot \frac{5\pi}{6}\right)}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{5\pi}{6} \right) - \left(-4\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - \frac{\text{sen}\left(2 \cdot \frac{\pi}{6}\right)}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{\pi}{6} \right) \\ A &= -4 \cdot \frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} - \frac{5\pi}{4} - \left(-4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \\ A &= 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{5\pi}{4} + 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{4} = \left(\frac{9\sqrt{3}}{2} - \pi \right) u^2 \end{aligned}$$



PREGUNTA Nº 3 (30 puntos)

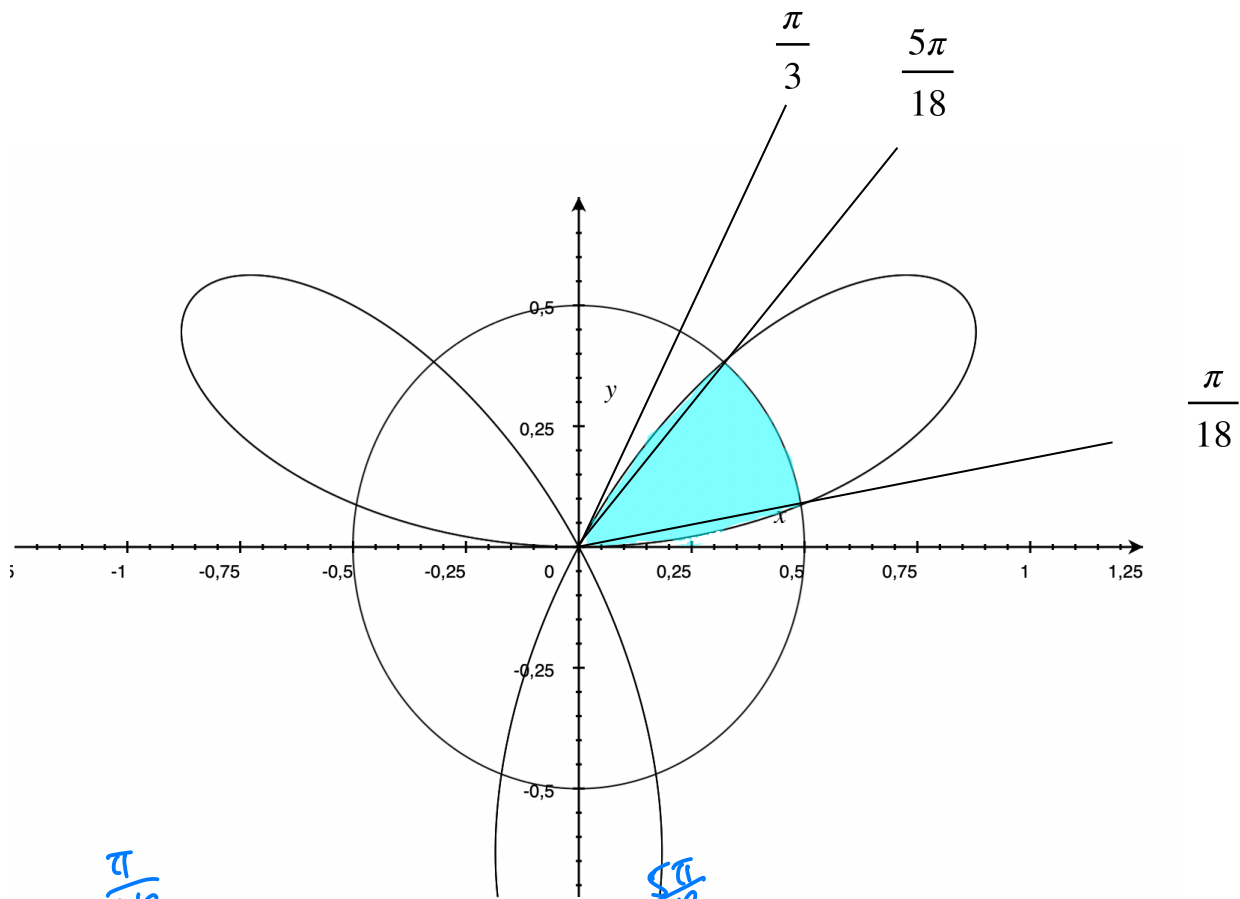
Capacidad: Razonamiento Lógico.
Objetivo : Aplicar la integral definida en la resolución de problemas de áreas de curvas definidas en coordenadas polares.
Contenido: Área en coordenadas polares.

Dadas las curvas:

$$r = \operatorname{sen}(3\theta)$$

$$r = \frac{1}{2}$$

Expresar, mediante integrales, el área sombreada en la figura (considerar solo el primer cuadrante)



$$A = 2 \cdot \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{18}} [\operatorname{sen}(3\theta)]^2 d\theta + \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{18}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{2}\right)^2 d\theta$$

$$A = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{18}} [\operatorname{sen}(3\theta)]^2 d\theta + \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{18}}^{\frac{5\pi}{18}} \left(\frac{1}{2}\right)^2 d\theta + \frac{1}{2} \int_{\frac{5\pi}{18}}^{\frac{\pi}{3}} [\operatorname{sen}(3\theta)]^2 d\theta$$