



**PRUEBA N°4
MATEMÁTICAS II**

NOMBRE: JAVIER CALEROS NÚÑEZ CURSO: 2° E

1. **DOCENTE:** L. Arancibia, S. Baquedano, C. Barrera.
2. **FECHA:** 12/ 08 / 2020.
3. **UNIDAD TEMÁTICA:** 2. Límites y Continuidad.
3. Derivación
4. **TIEMPO:** 80 min + 15 min para subirla al moodle.
5. **PUNTAJE TOTAL - PUNTAJE PARA APROBAR:** 100 - 60
6. **MATERIALES:** de escritorio. Calculadora.

INDICACIONES:

- Lea cuidadosamente la prueba antes de comenzar a responder. La comprensión de los enunciados es parte de la prueba.
- Todo resultado debe estar argumentado o justificado a través de sus cálculos explícitos en sus respuestas.
- Escriba con tinta o pasta, en orden, con limpieza y claridad. Si desea anular parte de su trabajo, tájelo con una línea horizontal encima del escrito, no use corrector; no se corregirá lo escrito sobre corrector.
- No utilice lápiz grafito para responder, si utiliza grafito no podrá tener acceso a correcciones.

7. RESULTADOS OBTENIDOS:

PREGUNTA	PUNTAJE ASIGNADO	PUNTAJE OBTENIDO
1	22	
2	24	
3	24	
4	30	
TOTAL	100	
	NOTA	

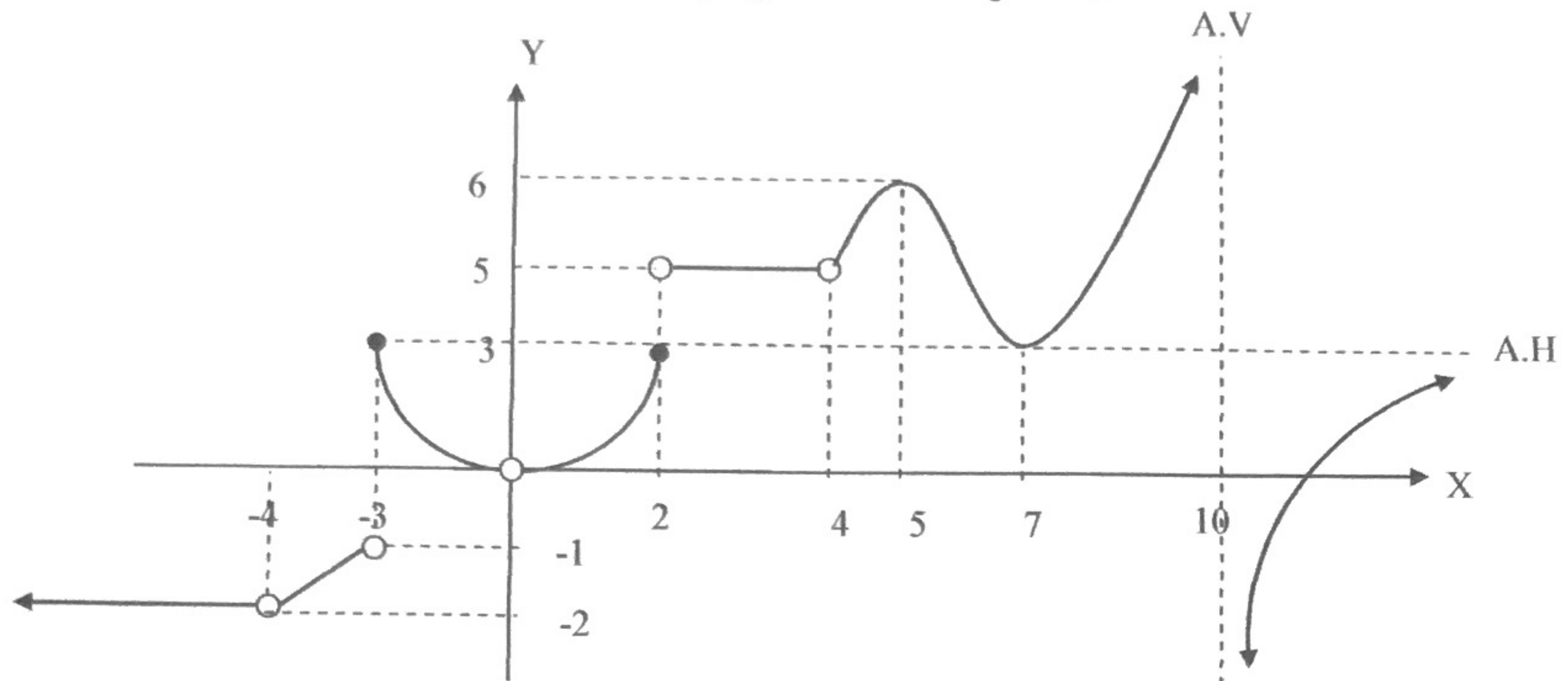


Capacidad: Razonamiento lógico

Objetivo : Analizar la continuidad de una función de variable real, relacionando los conceptos de límite y continuidad de la función en el punto.

PREGUNTA N° 1 (22 Puntos: a) 7 ; b) 7 ; c) 8)

Sea f una función real de variable real cuya grafica es la siguiente:



Determine todos los valores de $x \in \mathbb{R}$ en donde f sea:

a) Discontinua reparable:

Reparable $[-4, 0, 4] \rightarrow$ $\text{en } x = [-4, 0, 4]$

b) Discontinua irreparable:

$-3, 2, 10 \rightarrow f(x) = \rightarrow$ $\text{en } x = [-3, 2, 10]$

c) Continua:

CONTINUA en $\mathbb{R} - [-4, -3, 0, 2, 4, 10]$



Capacidad: Razonamiento lógico

Objetivo : Aplicar las técnicas y propiedades en el cálculo del valor del límite de una función de variable real

PREGUNTA Nº 2 (24 Puntos: 8 c/u)

a) $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \left(\frac{1 + \tan(x)}{\sin(x) + \cos(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \left[\frac{1 + \tan \frac{3\pi}{4}}{\sin \frac{3\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4}} \right] \rightarrow \frac{1 + [-1]}{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{0}{0} \text{ INDEFINIDO!!}$
Redefinimos

$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \left[\frac{1 + \frac{\sin(x)}{\cos(x)}}{\sin(x) + \cos(x)} \right] \rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \left[\frac{\frac{\cos(x) + \sin(x)}{\cos(x)}}{\sin(x) + \cos(x)} \right] \rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \left[\frac{\cos(x) + \sin(x)}{(\sin(x) + \cos(x)) \cdot \cos(x)} \right] \xrightarrow{\cdot 1} \frac{1}{\cos(x)}$

$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \left[\frac{1}{\cos(x)} \right] \rightarrow \left[\frac{1}{\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)} \right] \rightarrow \frac{1}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} = -\sqrt{2} \rightarrow \boxed{\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} f(x) = -\sqrt{2}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4x + \sin(3x)}{x \cdot \sec(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{0 + \sin(0)}{0 \cdot \sec(0)} = \frac{0}{0} \text{ INDEFINIDO!!}$
Redefinimos

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x + \sin(3x) / x}{x \sec(x) / x} \rightarrow \frac{\frac{4x}{x} + \frac{\sin 3x}{x}}{x \cdot \frac{1}{\cos(x)}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 + \left(\frac{\sin(3x)}{x} \right) / 3}{1/\cos(x)}$

$\frac{4 + \frac{3 \sin(3x)}{3x}}{1/\cos(x)} \rightarrow \frac{4+3}{1/1} \rightarrow \frac{7}{1} \rightarrow \boxed{\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 7}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 9}{x(x^2 + 1)} \right) = \frac{\infty}{\infty} \rightarrow \text{INDEFINIDO}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 9}{x^3 + x} \right) \xrightarrow{\text{exponente mayor}} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 9}{x^3 + x} \right) : x^3 \rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{x^2}{x^3} - \frac{9}{x^3}}{\frac{x^3}{x^3} + \frac{x}{x^3}} \right) \rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{1}{x} - \frac{9}{x^3} \right)}{1 + \frac{1}{x^2}} \xrightarrow{\text{Tiende a 0}}$

$\boxed{\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{0}{1} = 0}$



Capacidad: Razonamiento lógico

Objetivo : Aplicar definición, reglas o técnicas del cálculo de derivadas al demostrar o resolver problemas de álgebra de derivadas en funciones reales de variable real.

PREGUNTA N° 3 (24 Puntos: 8 c/u)

Calcule $\frac{dy}{dx}$ de las siguientes funciones:

a) $y = \ln(x) - \sin(x) + \frac{e^x}{4} - \ln(4) \rightarrow y' = \frac{1}{x} - \cos(x) + \frac{4e^x - \overbrace{(e^x \cdot 0)}^0}{16} - \frac{1}{4}$

$$y' = \frac{1}{x} - \cos(x) + \frac{4e^x}{16} - \frac{1}{4}$$

$$y' = \frac{1}{x} - \cos(x) + \frac{e^x}{4} - \frac{1}{4}$$

b) $y = (x^4 + x)(\sqrt{x} + \cos(x)) \xrightarrow{y'} (x^4 + x)' \cdot (\sqrt{x} + \cos(x)) + (x^4 + x) \cdot (\sqrt{x} + \cos(x))'$

$$y' = (4x^3 + 1) \cdot (\sqrt{x} + \cos(x)) + (x^4 + x) \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + (-\sin(x)) \right)$$

c) $y = \frac{\tan(x)}{e^x} \rightarrow y' = \frac{(\tan(x))' \cdot e^x - (\tan(x) \cdot (e^x)')}{(e^x)^2}$

$$y' = \frac{(\sec^2(x) \cdot e^x) - (\tan(x) \cdot e^x)}{(e^x)^2}$$



Capacidad: Razonamiento lógico

Objetivo : Aplicar reglas o técnicas del cálculo de derivadas al resolver problemas de álgebra de derivadas en funciones reales de variable real.

PREGUNTA N° 4 (30 Puntos: 10 c/u)

Calcule $\frac{dy}{dx}$ de las siguientes funciones:

a) $y = \sqrt{x^2 + \sqrt{\cos(x^3)}}$ →

1° raíz → $y' = \left(\frac{1}{2\sqrt{x^2 + \sqrt{\cos(x^3)}}} \right) \cdot 2x$

$y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + \sqrt{\cos(x^3)}}} \cdot 2x \cdot \frac{1}{2\sqrt{\cos(x^3)}} \cdot (-\operatorname{sen}(x^3)) \cdot 3x^2$

$y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + \sqrt{\cos(x^3)}}} \cdot 2x \cdot \frac{1}{2\sqrt{\cos(x^3)}} \cdot (-\operatorname{sen}(x^3)) \cdot 3x^2$

b) $y = (x+1)^4 \cdot \sin^3(2 + \ln(x)) \rightarrow y' = ((x+1)^4)' \cdot (\sin^3(2 + \ln(x))) + (x+1)^4 \cdot (2 + \ln(x))'$

$y' = (4(x+1)^3) \cdot \sin^3(2 + \ln(x)) + (x+1)^4 \cdot \frac{1}{x}$

c) $y = \frac{e^{x^5}}{x^5 + x^3} \rightarrow \frac{(e^{x^5})' \cdot (x^5 + x^3) - (e^{x^5} \cdot (x^5 + x^3)')}{(x^5 + x^3)^2}$ $(e^{x^5})' = (e^{x^5} \cdot 5x^4)$

$y' = \frac{((e^{x^5} \cdot 5x^4)) \cdot (x^5 + x^3) - (e^{x^5} \cdot (5x^4 + 3x^2))}{(x^5 + x^3)^2}$

$y' = \frac{((e^{x^5} \cdot 5x^4)) \cdot (x^5 + x^3) - ((e^{x^5}) \cdot (5x^4 + 3x^2))}{(x^5 + x^3)^2}$