



INDICE DE CONTENIDOS

ÍNDICE ALFABÉTICO	37
CAPÍTULO 3. MEDICIÓN Y ERROR.....	40
3.1 INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN.....	40
3.1.i.- MEDICIÓN.....	40
3.2 DEFINICIONES	41
3.2.i.- PRECISIÓN:	41
3.2.ii.- EXACTITUD:.....	41
3.3 CIFRA SIGNIFICATIVA.....	42
3.3.i.- CIFRAS: CORRECTA y DUDOSA o INCIERTA.	42
3.3.ii.- CIFRA SIGNIFICATIVA.....	43
3.3.iii.- OPERACIONES CON CIFRAS SIGNIFICATIVAS.....	46
3.4 ERROR.....	52
3.5 TIPOS DE ERRORES.	52
3.5.i.- ERRORES ACCIDENTALES.....	52
3.5.ii.- ERRORES ALEATORIOS.....	52
3.5.iii.- ERRORES SISTEMÁTICOS.	52
3.5.iv.- REGLAS PARA EXPRESAR UNA MEDIDA Y SU ERROR.	53
3.5.v.- NOTACIÓN DEL ERROR	53
3.6 ERRORES Y CIFRAS SIGNIFICATIVAS.	54
3.7 DETERMINACIÓN DEL ERROR.....	54
3.7.i.- SUMATORIA, conceptos básicos.....	54
3.7.ii.- ERROR PARA UNA MEDICIÓN	56
3.7.iii.- ERROR PARA UN GRUPO PEQUEÑO DE MEDICIONES ($X < 10$)	58
3.7.iv.- ERROR PARA UN GRUPO GRANDE DE MEDICIONES ($X > 10$).....	60



ÍNDICE ALFABÉTICO

CIFRA CORRECTA	42	Errores Sistemáticos	52
CIFRA DUDOSA.....	42	Errores y cifras significativas.....	54
CIFRA SIGNIFICATIVA.....	42, 43	EXACTITUD	41
Determinación del error.....	55	ÍNDICE ALFABÉTICO	37
Error.....	52	ÍNDICE DE CONTENIDOS.....	36
ERROR – para un grupo grande de		Instrumentos de medición	40
mediciones ($X > 10$)	60	magnitud	40
ERROR ABSOLUTO	57	Medición.....	40
Error Absoluto – para una medición...	56	número estimado	42
ERROR PORCENTUAL,	58	OPERACIONES CON CIFRAS	
ERROR PROMEDIO,	58	SIGNIFICATIVAS.	46
ERROR RELATIVO,	57	PARA UN GRUPO PEQUEÑO DE	
Error y notación	40	MEDICIONES ($X < 10$)	57
Error, Notación del	53	PRECISIÓN	41
ERROR, para una medición	56	PROBLEMAS DE PLANTEO.....	51
Error, reglas para expresar una medida y		SUMATORIA.....	55
su... ..	53	Tipos de errores.....	52
Errores Accidentales.....	52	unidad patrón	40
Errores Aleatorios.....	52		





CAPÍTULO N°3: MEDICIÓN Y ERROR.



CAPÍTULO 3. MEDICIÓN Y ERROR

3.1 INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN.

Las ciencias llamadas exacta (Física, Química, Astronomía), se basan en la medición de algún fenómeno observado. En otras, en cambio, lo principal es la descripción y la clasificación. Así, la Zoología describe y clasifica los animales y establece “casilleros”, para los mamíferos, los vertebrados, etc.

Un instrumento de medición es una herramienta utilizada para obtener la **cuantificación** de un fenómeno observado.

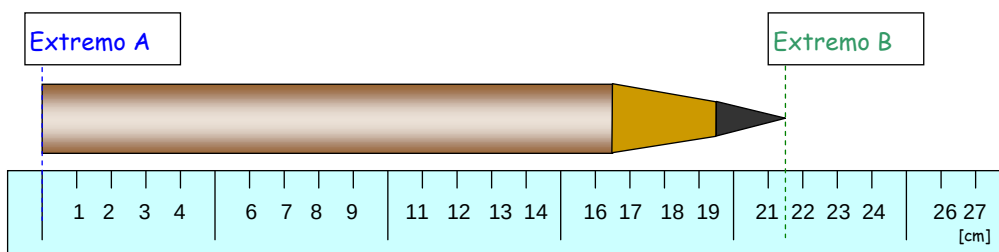


Figura 1: Comparación de longitud con patrón de medida.

3.1.i.- MEDICIÓN.

¿Qué es Medición? Es un proceso mediante el cual se cuantifica la observación. Es una técnica por medio de la cual se asigna un número a una cantidad física que resulta de la comparación de dicha magnitud con otra similar, tomada como patrón, la cual se ha designado como UNIDAD PATRÓN.

Hay elementos que pueden medirse, tales como: masa, peso, tiempo, volumen, superficie, temperatura. Todo aquello que puede medirse posee una MAGNITUD¹. También existen aquellos que no pueden medirse, por lo tanto, no poseen magnitud; por ejemplo: la verdad o la alegría.

Las magnitudes son de diferente naturaleza; no es lo mismo una longitud que un peso, por ejemplo, carecería de sentido medir la extensión de un terreno en kilogramos o la longitud de una calle en litros. Por tal razón, cada magnitud medida debe ir acompañada de un “apellido” que la identifique, indicando “la familia a que pertenece”.

¹ Toda MAGNITUD, en Física, corresponde a una cantidad numérica acompañada de una unidad de medida o grupo de ellas.

3.2 DEFINICIONES

3.2.i.- PRECISIÓN:

Es la variación de magnitud más pequeña que puede apreciar el aparato o instrumento de medida. Debe dar resultados iguales al repetir varias veces la medida.

3.2.ii.- EXACTITUD:

Mide la concordancia entre el valor hallado y el valor real de la medida; cuanto más cercano esté del valor real, más exacta será la medida. La exactitud de un instrumento o método de medición está asociada a la calidad de calibración del mismo.

Una medida puede ser precisa, pero inexacta. Lo ideal es que sea precisa y exacta.

Resumen:

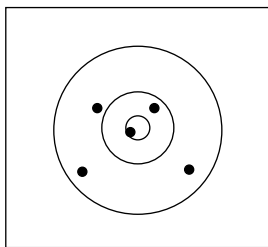
Preciso: Valores concentrados.

No preciso: Valores muy dispersos.

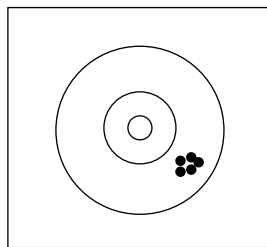
Exacto: Promedio corresponde al valor real o cercano a él.

Inexacto: Promedio lejos del valor real.

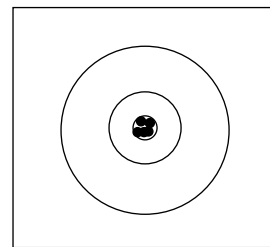
Ejercicio: Indique (SI o NO) cuán preciso y/o exacto es lo que muestran los cuadros dados a continuación.



I



II



III

Responda Si o No según corresponda:

Preciso:

Exacto:

Respuestas ejercicio:

I: No preciso y exacto;

II: Preciso e inexacto;

III: Preciso y exacto.



3.3 CIFRA SIGNIFICATIVA.

Corresponde a la cantidad de cifras que se deben considerar para anotar un número que representa la cuantificación de una magnitud teniendo en cuenta la precisión del instrumento de medida (precisión: se relaciona con la menor subdivisión en su escala de medida)

3.3.i.- CIFRAS: CORRECTA y DUDOSA o INCIERTA.

Imagine que realiza una medición, por ejemplo, la de una longitud de una barra.

Considere que la regla utilizada tiene divisiones hasta el milímetro, es decir, 0,1 [cm]. Suponga una medida que está entre 13,7[cm] y 13,8[cm]. Para expresar el resultado de esta medición, el segmento debe ser subdividido en sectores más pequeños para poder medir en forma más precisa y obtener sólo un decimal más. Si la regla no posee esa subdivisión entre dos milímetros, no puede darse un "tercer decimal".

Para efectuar la medición, entre 13,7 [cm] y 13,8[cm] subdividido mentalmente en 10 partes iguales y, con ello, se estima la fracción de milímetro que debe aumentarse a 13,7[cm] encontrando el segundo decimal de la medición.

Se estima que la fracción mencionada puede ser de 5 décimos de milímetro y el resultado de la medición se podrá expresar como:

$$x \approx 13,75[cm]$$

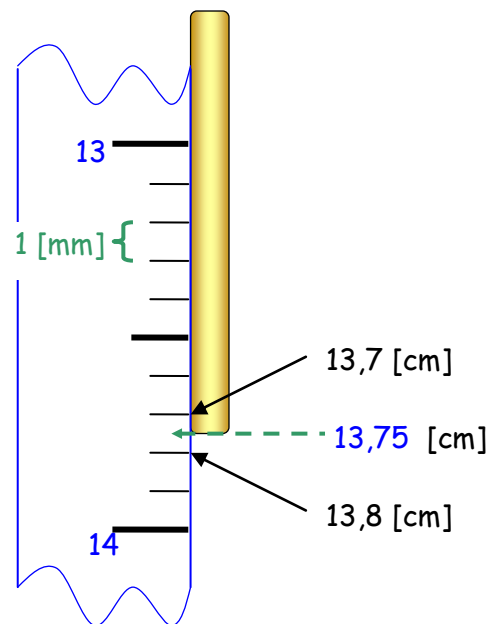


Figura: Medición de longitud.

Obsérvese que las magnitudes "13,7" y "13,8" son cifras exactas (o seguras), porque se obtienen directamente de la lectura de las divisiones señaladas en la regla, es decir, son cifras no objetables.

Por otra parte, la cantidad 5 (ubicada en la cifra de las centésimas) fue estimado, esto es, no podemos estar completamente seguros de su valor, ya que otra persona podría apreciar, por ejemplo, la cifra "5" como un "4" ó un "6". Por ello, este número estimado se conoce como cifra dudosa o incierto.

Está claro que no tendría sentido tratar de ver qué número debería escribirse, para la medida después del número 5. Para ello, sería necesario imaginar el intervalo de 1 [mm] subdividido mentalmente en 100 partes iguales, lo cual es obviamente imposible. En la figura "Medición de longitud", no sería una buena lectura el número 13,756[cm].

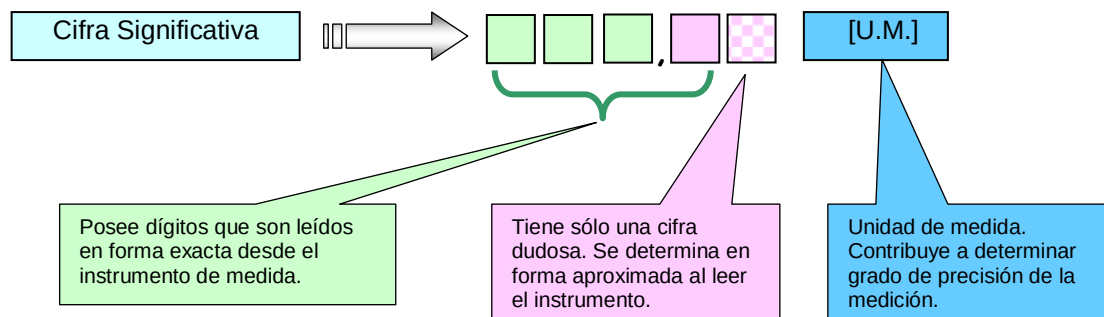
En Química, la cifra 13,75 debe indicarse con la precisión que entrega el instrumento de medición, en este caso, 3 cifras significativas, ocupando las reglas de aproximación, es decir, el valor a entregar debería ser 13,8[cm].

3.3.ii.- CIFRA SIGNIFICATIVA.

Definimos:

En **FÍSICA**: La cantidad de cifras significativas de una medida debe considerar todas las cifras correctas y el primer dígito dudoso entregado por el instrumento de medición.

En **QUÍMICA**: La cantidad de cifras significativas de una medida debe considerar todas las cifras que pueden leerse directamente del instrumento de medición, efectuando la correspondiente aproximación según las reglas de redondeo.



De este modo, al realizar una medición debemos hacer aparecer en el resultado únicamente las cifras significativas. Basándose en lo anterior, el resultado de la medición de la Figura, debe expresarse como:

13,75 [cm].

COMENTARIOS.

Si cada división de 1[mm] de la regla de la figura "Medición de longitud", realmente estuviera subdividida en 10 partes iguales, al efectuar la lectura de la longitud de la barra (empleando un microscopio, por ejemplo) el número 5 pasaría a ser una cifra correcta, pues correspondería a una

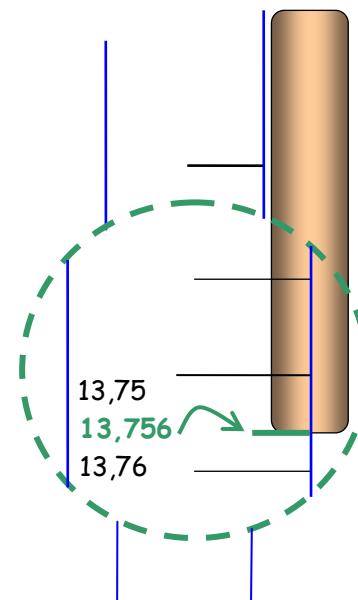


FIGURA: Subdivisión menor



división entera de la regla, ver Figura "Subdivisión menor".

En este caso, el número siguiente sería la primera aproximación y pasaría a ser, por lo tanto, la última cifra significativa.

Si al aproximar se considera el número 6 como valor intermedio del segmento sin divisiones, el resultado de la medida **puede escribirse como 13,756[cm]**, siendo significativos todos los números. Por lo tanto, si la regla mostrada en la Figura "Medición de longitud", no tuviese divisiones de milímetros, sólo los números enteros corresponderían a cifras correctas, es decir, la cifra 7 sería el primer número aproximado y el resultado de la medida se expresaría, en ese caso, como 13,7 [cm], con sólo tres cifras significativas.

El número de cifras significativas que se obtienen en el resultado de la medición de una magnitud depende del APARATO O INSTRUMENTO empleado para tal fin.

La convención de enunciar el resultado de una medida únicamente con las cifras significativas es adoptada de manera general, no sólo en la medición de longitudes, sino también, es empleada al expresar los resultados de cálculos en que interviene la medición de magnitudes.

Cuando una persona informa que al medir la temperatura de un objeto obtuvo 37,82[°C], deberá entenderse que la medida se hizo de tal manera que los números 3, 7 y 8 son correctos, y el último, en este caso 2, siempre es INCIERTO.

A partir de este momento podrá comprenderse que dos medidas expresadas, por ejemplo, como 42[cm] y 42,0[cm] **no representan exactamente lo mismo**. En la primera la magnitud "4" es correcto, siendo el "2" la cifra dudosa y en la segunda, el "2" es correcto y "0" es la cifra dudosa. De la misma manera, resultados como 7,65[Kg] y 7,67[Kg], no son fundamentalmente distintos, pues sólo difieren en el número estimado.

Ejemplo:

La magnitud $N = 4678,23[\text{cm}]$ fue medida con un instrumento de medición cuya menor subdivisión es el [mm].

a) Determine la cantidad de cifras significativas.

Resp. a.1) La cantidad de cifras significativas son 6.

Resp. a.2) Se consideran 5 cifras exactas (los dígitos: 4-6-7-8-2) más una incierta (el dígito: 3).

b) Determine la precisión del instrumento con que se efectuó esa medición.

Resp. b.1) Para determinar la precisión del instrumento debe tenerse en cuenta la unidad de medida entregada y la posición anterior a la de la cifra incierta; en este caso, la precisión del instrumento corresponde a 0,1[cm] o 1[mm].

c) Escribir el número en notación científica:

Resp. c.1) $N = 4,68 \times 10^3[\text{cm}]$.

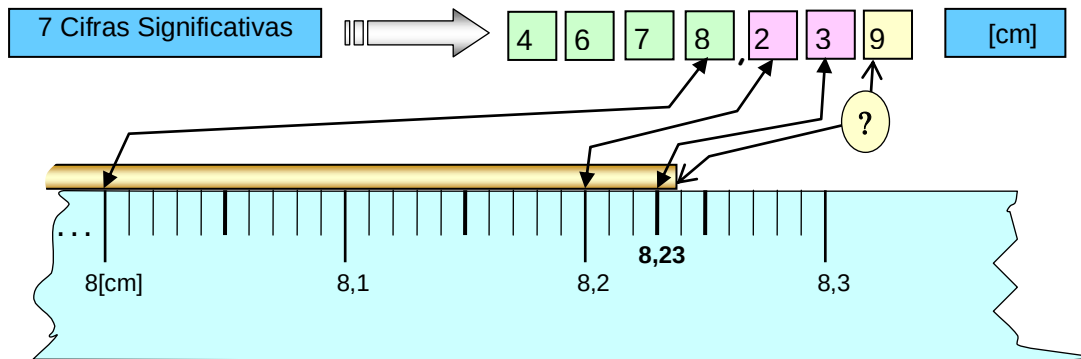
d) Escribir el número en notación ingenieril.

Resp. d.1) Debe transformarse a la unidad de medida fundamental de longitud: metro.

Resp. d.2) $1[\text{cm}] = 10^{-2}[\text{m}]$, por lo tanto, $N = 4678,23 \quad [\text{cm}]$
 $N = 4678,23 \quad [10^{-2} \text{ m}]$
 $N = 46,7823 [\text{m}]$.

Resp. d.3) Lo que en notación ingenieril es: $N = 47[\text{m}]$.

Relación con el instrumento de medición:



Donde: $4678,230 < 4678,239 < 4678,240$



3.3.iii.- OPERACIONES CON CIFRAS SIGNIFICATIVAS.

a) ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN.

Regla: Para sumar o restar números de mediciones se debe considerar la precisión de cada medición, trasformando todos los números a la misma unidad de medida, es conveniente usar la unidad mayor, el resultado quedara con la misma precisión del numero que tenga menor precisión.

Ejemplo: Se desea sumar las siguientes magnitudes:
2.807,5 [m]; 0,0648 [m]; 83,645 [m]; 525,35 [m].

Seguir los siguientes pasos:

1º. Ubicar aquel número con menos decimales.

2º. Aproximar los demás números a la misma precisión que el número escogido anteriormente, aplicando las reglas de redondeo.

Cantidad o medición	Cant. de cifras significativas	Precisión (C. Ex. + Incierta)	Cant. de Cifras decimales	Cant. a ocupar
2.807,5 [m]	5	decimas de metro	1	2.807,5 [m]
0,0648 [m]	3	diezmilésimas de metro	4	0,7 [m]
83,645 [m]	5	milésima de metro	3	83,6[m]
525,35 [m]	5	centésima de metro	2	525,4

La magnitud 2.807,5 [m], cuya precisión en décima de metro, es la menos precisa, por eso aproximamos a esa cifra el resto de las magnitudes.

Opción 1:		Opción 2:
2.807,5 [m]	→ permanece invariable:	2.807,5 [m]
0,0648 [m]	→ queda como:	0,1 [m]
83,645 [m]	→ se reduce a:	83, 6 [m]
525,35 [m]	→ se escribe como:	+ 525,4 [m]
3.416,5598 [m]	→	3.416,6 [m]



b) MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

Regla: para la multiplicación y la división se considera la cantidad de cifras significativas de cada dato de medición, conservando en el resultado la cantidad de cifras significativas del número que tenga menor cantidad de éstas.

Ejemplo: Supongamos que deseamos multiplicar 3,67 por 2,3. Al realizar la operación en la forma acostumbrada, resulta:

$$3,67 \times 2,3 = 8,441.$$

Donde aparecen números que no son significativos. Para evitarlo, se debe aplicar la siguiente regla:

“Verificar cuál es el factor que tiene el menor cantidad de cifras significativas y, en el resultado, se conservará solamente un número de cifras igual a ese factor”.

$$3,67 \times 2,3 = 8,4.$$

Tema para discutir:

1. Determine la forma en que puede escribirse el resultado de efectuar la operación:
 - a. $P = (2.345,1[\text{kg}]) \cdot (0,00245[\text{m}^{-1}])$. ¿Cómo influyen las cifras significativas? ¿Qué importancia tienen las reglas de aproximación? (R: $5,75[\text{kg/m}]$).
 - b. $H = (32.589,4[\text{s}]) \cdot (1,6[\text{m}^{-1}])$. (R: $5,2 \times 10^4[\text{s/m}]$).

Comentarios:

(I). Las reglas citadas para efectuar operaciones con cifras significativas no deben considerarse absolutamente rigurosas. Su único propósito es evitar que perdamos el tiempo trabajando inútilmente con una gran cantidad de cifras que no tienen significado alguno. Como estas reglas no son muy rígidas, en la multiplicación que se acaba de realizar, puede ser razonable un número más en el resultado: 8,44.

(II). Al contar los dígitos significativos de una medida, se debe observar que el dígito “cero” sólo es significativo si está colocado a la derecha de una cifra significativa. Así, magnitudes como: 4,3[cm], 0,43[cm], 0,043[mm] y 0,00043 tiene solamente dos cifras significativas (los dígitos: 4 y 3), ya que los ceros no lo son, por el contrario: 430,00 tiene cinco cifras significativas.

430,00 tiene cinco cifras significativas, pues aquí los ceros si son significativos.

0,000**403** tiene tres cifras significativas, ya que los ceros a la *izquierda* del número 4 no son significativos.

0,000**40300** tiene **cinco cifras** significativas, ya que los ceros a la *derecha* del número 3 son significativos.



- (III). Cuando se efectúa un cambio de unidades hay que tener cuidado de escribir ceros que sean significativos. Por ejemplo, suponga que quisiera expresar en gramos la magnitud 7,3 [Kg]. Observe que ésta tiene dos números significativos y que el número 3 es dudoso. Si se escribe:

$$7,3 \text{ [Kg]} = 7300 \text{ [gr]}$$

se estaría dando la idea errónea de que el 3 es un dígito correcto, y que el último cero aumentado sería la cifra dudosa. Para evitar este error de interpretación, se utiliza la notación con potencias de 10 (notación científica) y se escribe:

$$7,3 \text{ [Kg]} = 7,3 \times 10^3 \text{ [gr]}$$

de este modo se efectúa el cambio de unidades y se mantiene el dígito 3 como dudoso.

- (IV). Es necesario poner atención respecto de ciertas cantidades que resultan de la aplicación de una "fórmula".

- i. Cuando se dispone de **una** constante y **una** magnitud con cierta cantidad de cifras significativas se debe expresar el resultado considerando la cantidad de decimales indicados en la magnitud medida.

$$P = 2 \cdot \pi \cdot r$$

- ii. Es necesario poner atención respecto de ciertas cantidades que resultan de la aplicación de una "fórmula", la cual genera un resultado producto de **dos o más** mediciones, por lo tanto, no tendría sentido hablar de número de cifras significativas. Por ejemplo, en la "fórmula" que proporciona el área "A" de un triángulo de base "b" y altura "h":

$$A = \frac{1}{2} b \cdot h$$

Si "b" se midiera con tres cifras significativas y "h" con cinco, el área, como ya sabemos, deberá expresarse con tres cifras significativas. El número "2" no se obtuvo por medición, por lo cual, no debe tomarse en cuenta al contar las cifras significativas del resultado.



c) EJERCICIOS:

1. Desarrolle y complete la tabla

Medición	Dígitos	División menor del instrumento (respecto al [m])	Cifras significativas	Notación científica (S.I) Manteniendo cifras significativa
1,05 [m]	3	decímetro	3	$1,05 \times 10^0 [\text{m}]$
212[m]				
0,005[cm]				
12,0[cm]				
345 [mm]				
23[cm]				

2. ¿Cuántas cifras significativas hay en cada una de las medidas siguientes? (Suponga que el instrumento de medición permite leer la cantidad indicada de decimales)

- a. 702 [cm]. → tiene ____ cifras significativas
- b. 36,00 [Kg]. → tiene ____ cifras significativas
- c. 0,00815 [m]. → tiene ____ cifras significativas.
- d. 0,05080 [lt]. → tiene ____ cifras significativas

3. Indique (dentro del paréntesis) la cantidad de cifras significativas:

- a. 25,250 → (____)
- b. $3,462 \times 10^3$ → (____)
- c. $3,462 \times 10^{-3}$... → (____)
- d. 0,00234 → (____)
- e. 3462 → (____)
- f. 54200 → (____)
- g. 0,000000002501 → (____)
- h. 2501000000000 → (____)



4. Recordando las "reglas del redondeo", escriba las mediciones siguientes, con sólo tres cifras significativas:

a. 422,32 [cm]. → _____

b. 3,428 [gr]. → _____

c. 16,150 [s]. → _____

5. Responda las consultas sobre la operación: $(342,2[m]) \times (1,11[m])$

a. ¿Cuál de los factores tiene la menor cantidad de cifras significativas? _____

b. ¿Con cuántos dígitos debemos expresar el resultado? _____

c. Escriba el producto de la multiplicación con sus cifras significativas. _____

d. ¿Sería conveniente escribir 379,8 o 379,84 como resultado de esta multiplicación?

Justifique su respuesta. _____

6. Aproxime los siguientes números a la cantidad de cifras significativas indicadas entre paréntesis (recuerde que puede usar potencias de 10).

a. 5,3651 (3) → _____

b. $48645, \times 10^5$ (4) → _____

c. 6,2336 (2) → _____

d. $894,246850 \times 10^2$ (5) → _____

e. 0,3618465 (7) → _____

7. Resuelva las siguientes operaciones y entregue el resultado en S.I, notación científica y aproximado a tres cifras significativas:

a. $2,7453[\text{km}] + 14,4[\text{cm}] =$ _____ [_____]

b. $564,3[\text{lbs}] \times 2,546[\text{cm}^3] =$ _____ [_____]

c. $13,56[\text{m/s}] - 1,5673[\text{km/hr}] =$ _____ [_____]

d. $5467,543[\text{cm}] : 3,2[\text{Hm}] =$ _____ [_____]



a) PROBLEMAS DE PLANTEO.

Prob.1. En la proyección de una película pasan 24 cuadros en 1 [s]. ¿Cuántos cuadros hay en una película que dura 1[h] 30[min]? Si cada cuadro mide 15[mm], ¿qué longitud tiene la película?

R: 129.000[cuadros]; 1.994[m].

Prob.2. En una pantalla de televisión aparecen "20 cuadros" por segundo (1 cuadro equivale a una pantalla). En cada cuadro el haz de electrones marca 400 líneas en la pantalla.

(a) ¿Cuánto demora el haz en recorrer una sola vez la pantalla de lado a lado?

(b) ¿Cuántas veces el haz recorre la pantalla de lado a lado en un programa de ½ hora?

Prob.3. Una campanilla hace un "tic" cada 0,02 [s]. ¿En cuánto tiempo, en horas, efectúa diecinueve mil doscientos cincuenta y tres tics.

Prob.4. Juan tiene tres amigos que viven a cierta distancia de su casa. Carlos vive a 8,7[mi], Pedro a 2,8[league] y Raúl a 71[furlong], de su casa respectivamente. Determine cuál de los amigos vive más lejos de la casa de Juan. Use las equivalencias siguientes para sus cálculos:

1 [furlong] = 40 [rod].	1 [rod] = 5 ½ [yd].
3 [mi] = 1 [league] .	1 [yd] = 0,914 [m].
1 [mi] = 1609 [m]	

Prob.5. Imagine que una hormiga le contara que en la última reunión de la SOCHO (Sociedad Científica de Hormigas) decidieron normalizar su "unidad de longitud" con las del sistema métrico, para ello eligieron la siguiente equivalencia:

1 [horm] = 0,5 [mm].

Ayude a la SOCHO transformando a "horms" las siguientes distancias: 1 [mm]; 6,1 [cm]; 1,3 [m], 1[yd], 0,5[mi] y 2,7 [Km]. Use las equivalencias siguientes para sus cálculos: 1 [milla terrestre] = 1603[m]; 1 [milla náutica] = 1852[m].



3.4 ERROR.

Nuestras mediciones están afectadas de errores o incertidumbres de medición, que provienen de las limitaciones impuestas por:

- *La precisión y exactitud de los instrumentos usados.*
- *La interacción del método de medición con el mensurado.*
- *La definición del objeto a medir.*
- *La influencia del observador u observadores que realizan la medición.*

En ciencias de la ingeniería, el concepto de error tiene un significado diferente del uso habitual de este término. Coloquialmente, es usual el empleo del término error como análogo o equivalente a equivocación. En ciencias e ingeniería, el error de una medición está asociado al concepto de incertidumbre en la determinación del resultado de la misma. Más precisamente, lo que procuramos en toda medición es conocer las cotas o límites probabilísticos de estas incertidumbres.

3.5 TIPOS DE ERRORES.

3.5.i.- ERRORES ACCIDENTALES.

Los errores accidentales o casuales son aquellos que se deben exclusivamente al observador, debido a la falta de habilidad o descuido.

3.5.ii.- ERRORES ALEATORIOS.

Son aquellos que se producen por factores imposibles de predecir o controlar. Por ejemplo, al medir la tensión en la red del alumbrado público, esta puede subir o bajar de un instante a otro.

3.5.iii.- ERRORES SISTEMÁTICOS.

Son aquellos que siempre se deben a algún defecto del instrumento de medición, o bien, al mal uso de un método adecuado de medición. Se puede evitar este tipo de error usando buenos instrumentos de medición, calibrados periódicamente.

Nota: Los errores accidentales y aleatorios pueden disminuirse efectuando una mayor cantidad de mediciones y luego calcular el promedio de todas ellas, obteniendo así el valor aproximado más cercano al exacto. El método estadístico exige efectuar un gran número de mediciones de la misma magnitud. El número de mediciones adoptado es mayor o igual a 10.

El objetivo principal de la teoría de errores, es estudiar un método matemático que debe darse a los diferentes resultados obtenidos al medir una magnitud, para tratar de hallar el valor más probable o mejor estimación de la medida buscada.



3.5.iv.- REGLAS PARA EXPRESAR UNA MEDIDA Y SU ERROR.

- a) Todo resultado experimental o medida efectuada en el laboratorio, debe ir acompañada del valor estimado del error de la medida y a continuación las unidades empleadas.
- b) Los errores se deben dar solamente con una única cifra significativa. En casos excepcionales se puede dar una cifra y media (la segunda cifra es 5 ó 0).
- c) La última cifra significativa en el valor de una magnitud física y en su error, deben ir expresadas en las mismas unidades y deben corresponder al mismo orden de magnitud (centenas, decenas, unidades, etc.).

3.5.v.- NOTACIÓN DEL ERROR .

Al realizar una medición, obtenemos un valor numérico, el cual corresponde a un número real. Un número real en el sentido matemático está representado por un número infinito de cifras.

Cuando se realiza una medición hay un límite dado por el instrumento o aparato de medición. De lo anterior se infiere que se desea saber cuán distante se encuentra la medida o valor teórico del experimental, es decir, indicar la exactitud o confiabilidad de la medición.

Se acostumbra en los trabajos de laboratorio entregar el resultado de una medición, incluyendo en éste una estimación de su error.

Por ejemplo, al determinar el radio de curvatura de un espejo esférico, el resultado se expresa como;

$$R = (526 \pm 3) [\text{mm}].$$

Esto significa que esperamos que el radio de curvatura tenga una longitud comprendida en el intervalo de 523 a 529 [mm]. Sin realizar una estimación de su error, no es posible sacar conclusiones significativas de los resultados de un experimento.



3.6 ERRORES Y CIFRAS SIGNIFICATIVAS.

Tanto el error como el número de cifras significativas entregados deben ser coherentes, esto es, la posición de la cifra que representa el error debe coincidir con la ubicación del último dígito significativo de la medición, estando todo expresado en las mismas unidades de medida.

$$\begin{aligned} F &= (7,56 \pm 0,02)[m]; \\ G &= (0,6 \pm 0,1)[cm]; \\ H &= (23,441 \pm 0,003)[s]; \\ F &= (257 \pm 5)[m] \end{aligned}$$

3.7 DETERMINACIÓN DEL ERROR.

En todo grupo de mediciones existe un factor de error que no depende de quien tome la medición, sino, que del instrumento de medida utilizado. La escala que posee el instrumento de medida puede tener subdivisiones muy grandes o muy pequeñas, las cuales llevan a determinar la precisión de la medición efectuada como también, puede ser que las subdivisiones no se encuentren a una distancia igual, lo que producirá un error de lectura debido a la poca exactitud del instrumento.

Para un instrumento de medida, se establece una precisión y una resolución. La resolución está dada por la menor subdivisión del instrumento, mientras que la precisión está dada por el error de la medición (error de la persona) con el instrumento.

3.7.i.- SUMATORIA, conceptos básicos.

La sumatoria o sumatorio se emplea para representar la suma de muchos o infinitos sumandos.

$$\sum_{i=1}^n X_i$$

La expresión se lee: "sumatoria de X_i , donde i toma los valores de 1 a n ".

La operación **sumatoria** se expresa con la letra griega sigma mayúscula Σ .

- "i" es el valor inicial llamado límite inferior.
- "n" es el valor final llamado límite superior.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} S &= \sum_{i=3}^6 2n_i = (2 * 3) + (2 * 4) + (2 * 5) + (2 * 6) = \\ S &= 6 + 8 + 10 + 12 \\ S &= 36 \end{aligned}$$

Si la sumatoria abarca la totalidad de los valores, su expresión se puede simplificar:



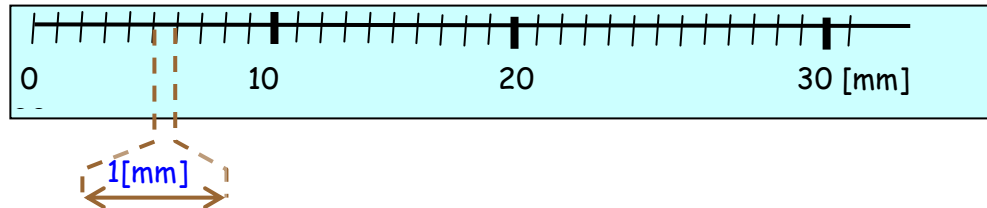
$$\sum_{i=1}^n X_i = \sum X_i$$



3.7.ii.- ERROR PARA UNA MEDICIÓN

a) ERROR ABSOLUTO:

Se determina solamente un "error absoluto" que considera el rango de menor subdivisión del instrumento de medida como principal fuente del error. Consideremos una longitud "d" medida con una regla cuya subdivisión menor es en [mm]. Una cota posible de error de lectura puede ser:



$$\Delta d = \frac{1[mm]}{2} \Rightarrow \Delta d = 0,5[mm]. \text{ Error absoluto de la medición.}$$

Esta cantidad se llama cota superior del error absoluto, si se admite que el error no es ciertamente superior a 0,5 [mm].

El verdadero valor "d_v" de la magnitud "d", será:

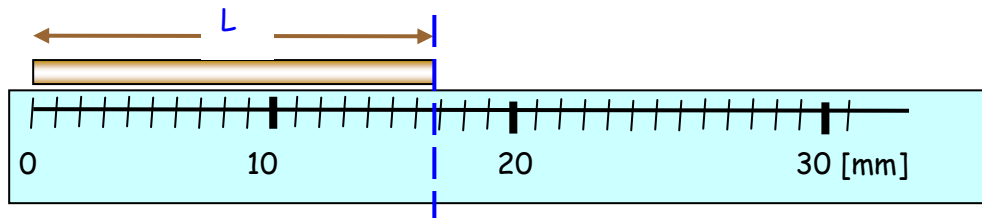
$$d - \Delta d < d_v < d + \Delta d$$

$$d_v = d \pm \Delta d$$

Ya que en general no se conoce el signo de "d", se dice también que "d_v" se encuentra entre:

$$(d - \Delta d) \text{ y } (d + \Delta d).$$

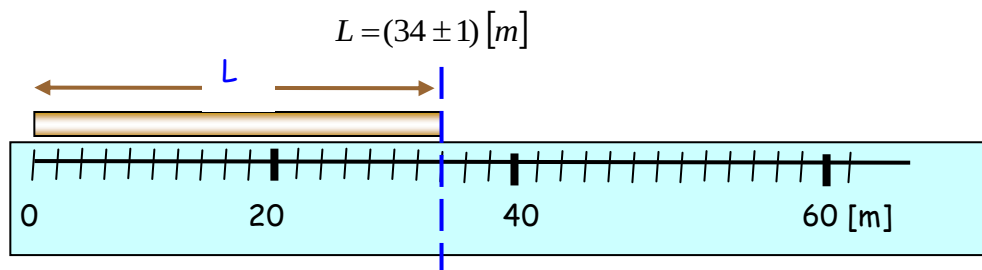
Ejemplo1: Cuando la menor subdivisión es de "1" en "1", el error afecta a la última cifra significativa (escogida por quien mide), o sea, la cifra dudosa.



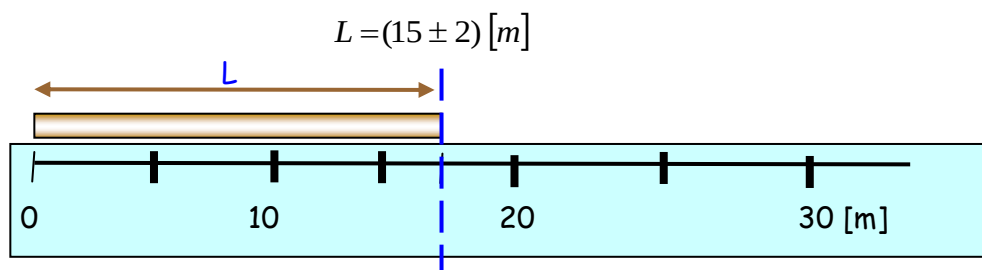
Según la figura, el valor de "L" se anotará con un error de medición que no supere la última cifra significativa del valor medido, luego, si la lectura de "L" es 16,8 [mm], entonces, su valor se anotará:

$$L = (16,8 \pm 0,5)[mm]$$

Ejemplo2: Cuando la menor subdivisión es de "2" en "2", el error afecta a la última cifra significativa, ya que el error se determina mediante la operación diferencia de dos marcas consecutivas: "n+1" con "n" y se divide por dos, lo que siempre arroja como resultado "1". Esto permite escribir la magnitud medida con su error afectándole la cifra de las unidades.



Ejemplo3: Cuando la menor subdivisión es de "5" en "5", el error afecta a la última cifra significativa, y se determina mediante la operación diferencia entre dos marcas consecutivas y se divide por dos, lo que siempre arroja como resultado "2,5" que es aproximada a "2" debido a la aplicación de las reglas de aproximación.





3.7.iii.- ERROR PARA UN GRUPO PEQUEÑO DE MEDICIONES ($X < 10$)

Cada una de las mediciones obtenidas al efectuar una experiencia de laboratorio se denominan: x_n . Los subíndices más comunes son: "n" o "i".

Se representa por $\bar{x}$, o x_p , al valor promedio de las magnitudes obtenidas experimentalmente.

a) ERROR ABSOLUTO "EA".

Corresponde a la diferencia entre el valor hallado " x_n " al medir una magnitud y el valor verdadero (valor más probable), que generalmente se toma como el valor promedio de una serie de mediciones " $\bar{x}$ ".

Error Absoluto "EA"

$$E_A = |x_n - \bar{x}|$$

Valor promedio " $\bar{x}$ "

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

b) EL ERROR RELATIVO, "ER".

Corresponde a la cantidad que resulta de dividir el error absoluto entre el valor más probable.

$$E_R = \frac{E_A}{\bar{x}} = \left| \frac{x_n - \bar{x}}{\bar{x}} \right|$$

El valor del error relativo es respecto del valor más probable o valor verdadero. Numéricamente, el error relativo debe ser una magnitud inferior a la unidad.

c) EL ERROR PORCENTUAL, "Ep".

Corresponde al valor del error relativo multiplicado por 100.

$$E_P = 100 \cdot E_R \%$$

d) ERROR PROMEDIO, "Em".

Es el promedio aritmético de los valores absolutos.

$$E_m = \frac{\sum_{i=1}^n |E_A|}{n}$$

Por último, el resultado de la medición debe ir acompañado de su correspondiente unidad de medida y la cantidad de cifras significativas correspondiente y se expresa en el formato:

$$X = (\bar{x} \pm E_m)[u]$$

Ejemplo: Para hallar la masa de una sustancia, se realizan sucesivas mediciones: 100,10[g], 100,00[g], 100,10[g], 99,80[g], 100,00[g], 100,00[g], 99,90[g], 99,80[g] y 100,00[g].

n	x_n [g]	$E_A = x_n - x_p $ [g]
1	100,10	0,13
2	100,00	0,03
3	100,10	0,13
4	99,80	0,17
5	100,00	0,03
6	100,00	0,03
7	99,90	0,07
8	99,80	0,17
9	100,00	0,03
	$X_p = 99,97$	$\sum E_A = 0,79$

Donde n = 9 corresponde a la cantidad de mediciones.

$$E_m = \frac{\sum^n |E_A|}{n} = \frac{0,79}{9} = 0,087777... \approx 0,09$$

$$\bar{X} = 99,97[g]$$

El valor de la muestra quedaría expresada como:

$$m = 99,97 \pm 0,09 [g]$$

Trabajo personal: Confeccione una tabla auxiliar y determine el error relativo de cada medición dada.



3.7.iv.- ERROR PARA UN GRUPO GRANDE DE MEDICIONES ($X > 10$)

Cuando se dispone de un grupo grande de mediciones, el procedimiento se efectúa utilizando la desviación estándar. Consideremos un ejemplo para estudiar el caso.

EJEMPLO:

Se ha medido varias veces la longitud de un objeto y se obtuvo la siguiente tabla:

Número de Medida. (n)	Valor x_n [cm].
1	9,25
2	9,15
3	9,20
4	9,10
5	9,20
6	9,15
7	9,20
8	9,10
9	9,25
10	9,25
11	9,15
Suma = Σ	9,181818...

Obtenemos el Promedio de la Medidas: $\bar{X} = 9,181818... \text{ [cm]}$

Se aprecia que el resultado obtenido es más exacto que el instrumento, lo que NO PUEDE SER (por cifras significativas), luego, el resultado verdadero es:

$$\bar{X} = 9,18 \text{ [cm].}$$

La diferencia

$$d_n = X_n - \bar{X},$$

es la desviación de X_n respecto de $\bar{X}$, e indica cuánto difiere la medición X_n del promedio $\bar{X}$.

Si estas diferencias (d_n) son pequeñas, las mediciones son precisas.

Para estimar la precisión promedio de las mediciones $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$, podríamos promediar las desviaciones " d_n ", sin embargo, el promedio de las desviaciones es cero, con lo cual se cumple, para cualquier conjunto de mediciones. La mejor manera de evitar



este inconveniente es "elevar al cuadrado" todas las desviaciones, esto crea sólo números positivos, los cuales podemos promediar.

Si tomamos la raíz cuadrada del resultado, se obtiene la **desviación estándar** de los valores: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. (considere $\bar{x} = x_p$).

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_n - x_p)^2}{n}}$$

. Desviación estándar

Escriba en el recuadro el valor obtenido anteriormente:

$X_p = _, _ \text{ [cm]}.$

y complete la tabla para poder obtener el valor de la desviación estándar para las medidas anteriores.

Tabla : Cálculo de desviación estándar			
	X_n	$d_n = X_n - X_p.$	$d_n^2 = (X_n - X_p)^2$
1	9,25	0,07	0,0049
2	9,15		
3	9,20		
4	9,10		
5	9,20		
6	9,15		
7	9,20		
8	9,10		
9	9,25		
10	9,25		
11	9,15		
			$\Sigma d_n^2 =$



Se determina la desviación estándar:

$$\sigma = \quad , \quad [\quad] .$$

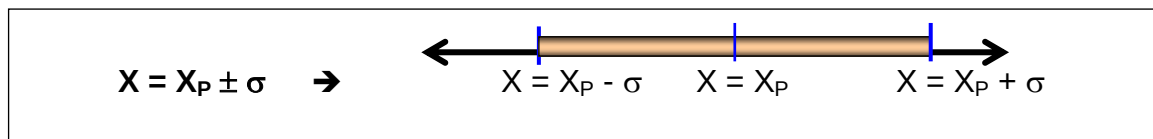
Para escribir una medición usaremos el siguiente convenio:

Medición = Medición Promedio $\pm$ Desviación Estándar. . $\rightarrow$

$$X = X_p \pm \sigma .$$

Por lo tanto, la medición definitiva quedará expresada como:

$$X = \text{_____} \pm \text{_____} [\text{_____}] .$$



Obs.: En el caso de una gran cantidad de mediciones, mientras menor sea la desviación estándar, mayor será la precisión de la medición.



EJERCICIO: Instrumento de medición de longitud.

Usted dispone de tres 3 instrumentos de medición de longitud (reglas) cuyas unidades de medida son: centímetro, horms y mote.

Objetivo: Medir y determinar errores absolutos de cada instrumento de medición.

Procedimiento:

1. Usando la regla 1 mida la longitud de cada barra. (ubíquela en la página siguiente, puede cortar o fotocopiar la hoja)
2. Determine el error absoluto de la regla 1.
3. Anote la medida de cada barra, medida con la regla 1, de acuerdo a: $L = L_n \pm \Delta L_n$.
4. Repita lo anterior usando las reglas 2 y 3 para cada una de las barras.
5. Complete la tabla usando la notación adecuada.

Notación: $L = L_n \pm \Delta L_n$, donde "L" es la longitud" y " $\pm \Delta L$ " es el error.



Barra 1



Barra 2

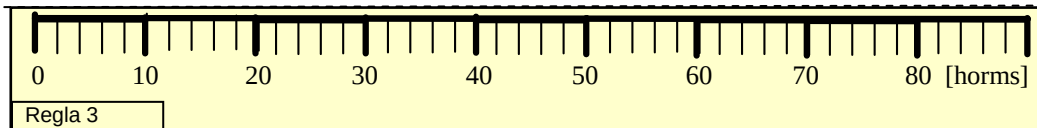
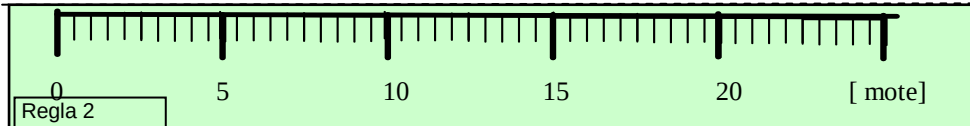
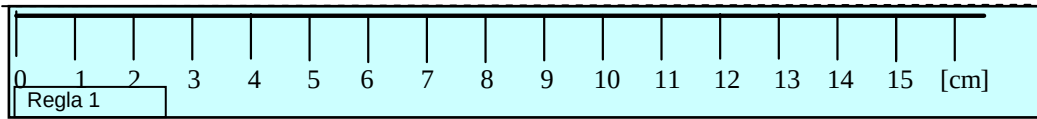


Barra 3

BARRA	Instrumento 1 $L_1 \pm \Delta L_1$	Instrumento 2 $L_2 \pm \Delta L_2$	Instrumento 3 $L_3 \pm \Delta L_3$
1			
2			
3			



Para medir con ellas puede fotocopiarlas o copiarlas sobre un papel transparente. Se puede cortar el sector y dóblelas por las líneas segmentadas.



Corte por la línea entrecortada

