



MATRICES Y DETERMINANTES

1) Dadas las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & -8 \\ 4 & -6 & 5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 9 \\ -4 & -3 & 2 \\ 9 & 8 & 9 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 10 & 12 & -11 \\ 8 & 9 & 17 \\ -9 & 14 & 16 \end{bmatrix}$$

Determine: a) $A + B - C$ b) $2A - B^T + 2C$ c) $(3C - 2A)^T + 6B$

2) Dada las matrices: $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 4 & -3 & 1 \\ -2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

$D = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ determine, si es posible:

a) CA b) AB c) $C + DA$ d) $2DB + 5CD$ e) $(-2)BA + CD$ f) B^2 g) D^2

3) Calcular m, n, p, q si: $-2 \begin{bmatrix} m & n \\ p & q \end{bmatrix} = 4 \begin{bmatrix} m+1 & -2 \\ 3+p & 2q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & m-n \\ q & 6 \end{bmatrix}$

4) Determinar si existe, el valor de c, d si: $\begin{bmatrix} c^2 + 1 - c & d \\ c + 2d & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{31}{6} & 2c \\ 25 & 1 \end{bmatrix}$

5) Encuentre x, y en cada uno de los casos:

a) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & 7 \\ y & 6 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} x & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & y \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 3x & 5 \\ -1 & 4x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2y & -3 \\ -6 & -y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -7 & 2 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 4 & 2x \\ -4x & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 & -3y \\ 5y & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ e) $x \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 7 \end{bmatrix}$

f) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -5 \\ -2 & 8 \end{bmatrix}^T = 3 \begin{bmatrix} -2 & 5 & z \\ 3 & 2 & 4 \\ 1 & 2-x & 2 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} -1 & 8 & -2 \\ y-1 & 11 & -5 \\ 3 & -4 & 4 \end{bmatrix}$

6) Sea $A = [a_{ij}]_{6 \times 4}$, donde $a_{ij} = \begin{cases} 2-i+j & \text{si } j > i \\ j^2 - i & \text{si } i-j \geq 0 \\ -1 & \text{si en otro caso} \end{cases}$; determine A ; $3A^t$; A^2

7) Sea $A = [a_{ij}]_{2 \times 5}$, donde $a_{ij} = \begin{cases} 2i+j & \text{si } j > i+1 \\ 2j^2 - i & \text{si } j-i < 1 \\ -2 & \text{si en otro caso} \end{cases}$; determine $A^T A - 2I_5$

8) Sea $A = [a_{ij}]_{3 \times 5}$, donde $a_{ij} = \begin{cases} 2i+j & \text{si } j+i=4 \\ j^2 - i & \text{si } i < 4-j \\ i+3 & \text{si } i > 5-j \end{cases}$. y $B = [b_{ij}]_{5 \times 4}$, donde

$b_{ij} = \begin{cases} i+j-2 & \text{si } i > j \\ i^2 - j^2 & \text{si } i = j \\ 2-i-j & \text{si } i < j \end{cases}$. Determine $(AB)^T$.



10) Sea $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$, donde $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i > j \\ 0 & \text{si } i = j \\ -1 & \text{si } i < j \end{cases}$. Determine A.

11) Dadas las matrices: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$; $C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

determine la matriz X en cada caso:

a) $2A + 3X = \frac{1}{2}CB$ b) $AX = C$ c) $BX = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ d) $X^T A = BC$

e) $(X - A)^T = B^2 - 2C$ f) $\frac{1}{2}X = A - \frac{1}{3}C - 2B - X$

12) Dadas las matrices: $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} -5 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 8 \end{bmatrix}$; $C = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

determine la matriz X en cada caso:

a) $A^2 - 2X = (BC)^T$ b) $CA + 3X = B^T$

13) Calcular los siguientes determinantes:

a) $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -3 \\ -1 & -2 & 5 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 5 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & -2 \\ -5 & -7 & -3 & 9 \\ 1 & -2 & -1 & 4 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & -3 & -2 \\ -2 & -3 & 2 & -5 \\ a & 3 & -2 & 2 \\ -1 & -a+1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} t+3 & -1 & 1 \\ 5 & t-3 & 1 \\ 6 & -6 & t+4 \end{vmatrix}$ e) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & -5 & 4 \\ -5 & 2 & 8 & -5 \\ -2 & 4 & 7 & -3 \\ 2 & -3 & -5 & 8 \end{vmatrix}$ f) $\begin{vmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 0 & b & 2 & 2 \\ 0 & 0 & c & 3 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{vmatrix}$

14) Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & a & a^2 \\ -2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3a & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} + 12$ b) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & -2 \\ 2 & 3 & x \end{vmatrix} = 0$ c) $\begin{vmatrix} x+6 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 5x & x & 2x-1 \end{vmatrix} = 17x$ d)

$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 3 & -x \\ x & x+1 & x \\ x-1 & x & -1 \end{vmatrix}$ e) $\begin{vmatrix} x-3 & 2x-1 & 3x \\ 20 & 4 & 5x \\ 15 & 3 & 2x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 5 \end{vmatrix}$ f) $\begin{vmatrix} a & a & x \\ m & m & m \\ b & x & b \end{vmatrix} = 0$ g)

$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & x & 2 & x \\ x & 1 & -1 & 6 \\ 1 & 0 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 0$ h) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2-x^2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 9-x^2 \end{vmatrix} = 0$

15) Demuestre que: $\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc$



16) Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{array}{lcl} \text{a)} & \begin{array}{l} 2x - y + 2z - u = -7 \\ 2y + 3z - 3u = -2 \\ 3x + 3y + 4z = 2 \\ -x + 2u = 1 \end{array} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{b)} & \begin{array}{l} w + x + y + z = 2 \\ 2w + x - y - 3z = 14 \\ w - 3x - 2y - z = -3 \\ 3w - 5x + 2y + 2z = -15 \end{array} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{c)} & \begin{array}{l} 4x + 6y - 3z = 24 \\ 3x + 4y - 6z = 2 \\ 6x - 3y + 4z = 46 \end{array} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{d)} & \begin{array}{l} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} - z - 7 = 0 \\ \frac{x}{4} - \frac{3y}{2} + \frac{z}{2} = -6 \\ \frac{x}{6} - \frac{y}{4} - \frac{z}{3} - 1 = 0 \end{array} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{e)} & \begin{array}{l} 4x + y + z + w = 1 \\ x - y + 2z - 3w = 0 \\ 2x + 5w + y + 3z = 0 \\ x + y - z - w = 2 \end{array} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{f)} & \begin{array}{l} x + 2y + 3z - 2w = 6 \\ 2x - y - 2z - 3w = 8 \\ 3x + 2y - z + 2w = 4 \\ 2x - 3y + 2z + w = -8 \end{array} & \end{array}$$



EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS

1) Dadas las matrices

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 0 & -2 \\ 5 & -7 & 3 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 6 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & -2 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 0 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}.$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Calcule:

a) $-2A + 3B$ b) $\frac{3A}{2} - 4B + I_3$ c) $2A^T - (2A)^T$ d) $(A - B)A$ e) CD

f) DA g) $2CD - 3E$ h) el determinante de cada una de las matrices.

2) Determine el valor de las variables:

a) $3 \begin{bmatrix} x & 2 \\ 3 & 3y \end{bmatrix} = -2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ x & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y+2 & z \\ 4 & a+1 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 2 & 3x & 3 \\ x & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y-1 & 8-x & 3 \\ 3 & z+1 & 2 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 2x & 3x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = [-8]$

e) $2 \begin{bmatrix} x+1 & y-3 \\ x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ f) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$

g) $\begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 6 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} - z \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ h) $\begin{bmatrix} 1 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \end{bmatrix}$



$$i) \begin{vmatrix} x & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 9 \quad j) \begin{vmatrix} x+3 & 2 \\ x & x+2 \end{vmatrix} = 4 \quad k) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x^2 & x-2 & 3 \\ x & x+1 & x \end{vmatrix} = 1$$

$$l) \begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 & x \\ -1 & 1 & x & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & x-1 \end{vmatrix} = 0 \quad m) \begin{vmatrix} -2 & 0 & 2-x & 1 \\ -1 & x & x & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = x^2 + x$$

3) Calcule la inversa por operaciones fila, si existe:

$$a) \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad b) \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \quad c) \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} \quad d) \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$e) \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad f) \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \quad g) \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$h) \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & -3 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad i) \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$