



CERTAMEN 3
MATEMATICAS III

NOMBRE: Pauta N°CAD: _____ CURSO: 3° _____

- 1. DOCENTE(S): S. Baquedano, C. Hardy, A. Rauch.
- 2. FECHA: 11/ 06/ 2024
- 3. UNIDAD TEMÁTICA: II- Integral Definida
- 4. TIEMPO: 80 min.
- 5. MATERIALES: de escritorio. Calculadora no algebraica.

INDICACIONES:

- Lea cuidadosamente la prueba antes de comenzar a responder. La comprensión de los enunciados es parte de la prueba.
- Todo resultado debe estar argumentado o justificado a través de sus cálculos explícitos en sus respuestas.
- Escriba con tinta o pasta, en orden, con limpieza y claridad. Si desea anular parte de su trabajo, tárjelo con una línea horizontal encima del escrito (---), no use corrector; no se corregirá lo escrito sobre corrector.
- No utilice lápiz grafito para responder, si utiliza grafito no podrá tener acceso a correcciones.

6. RESULTADOS OBTENIDOS:

PREGUNTA	PUNTAJE ASIGNADO	PUNTAJE OBTENIDO
1	24	
2	16	
3	40	
4	20	
Puntaje total	100	



PREGUNTA N° 1 (24 puntos)

Capacidad: Razonamiento Lógico.

Objetivo : Aplicar la convergencia de integrales impropias

Contenido: Integral impropia

Resolver las siguientes integrales indefinidas, utilizando el método adecuado:

a) $\int_0^{+\infty} \frac{3}{e^{2x}} dx =$

• $\lim_{a \rightarrow +\infty} \int_0^a \frac{3}{e^{2x}} dx$

• $\lim_{a \rightarrow +\infty} \left(-\frac{3}{2e^{2x}} \right) \Big|_0^a$

• $\lim_{a \rightarrow +\infty} \left(-\frac{3}{2e^{2a}} + \frac{3}{2} \right) = \frac{3}{2}$

∴ la integral
CONVERGE

$$3 \int e^{-2x} dx = 3 \frac{e^{-2x}}{-2} = -\frac{3}{2e^{2x}}$$

b) $\int_2^8 \frac{1}{(x-2)^{2/3}} dx =$

• $\lim_{a \rightarrow 2^+} \int_a^8 \frac{1}{(x-2)^{2/3}} dx$

• $\lim_{a \rightarrow 2^+} \left(3\sqrt[3]{(x-2)} \right) \Big|_a^8$

• $\lim_{a \rightarrow 2^+} \left(3\sqrt[3]{6} - 3\sqrt[3]{a-2} \right) = 3\sqrt[3]{6}$

∴ la
integral

CONVERGE

$$\begin{aligned} u &= x-2 \\ du &= dx \\ \int u^{-2/3} dx &= 3u^{1/3} = 3\sqrt[3]{(x-2)} \end{aligned}$$



PREGUNTA Nº 2 (16 puntos)

Capacidad: Razonamiento Lógico.
Objetivo : Aplicar la convergencia de integrales impropias
Contenido: Integral impropia

Dada la integral impropia; **exprese**, utilizando límites, el análisis de convergencia, **sin resolver**:

$$\int_{-\infty}^5 \frac{1}{x(x-5)} dx =$$

$x \neq 0 \wedge x \neq 5$

$$\lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^{-1} \frac{1}{x(x-5)} dx + \lim_{b \rightarrow 0^-} \int_{-1}^b \frac{1}{x(x-5)} dx$$
$$+ \lim_{c \rightarrow 0^+} \int_c^2 \frac{1}{x(x-5)} dx + \lim_{d \rightarrow 5^-} \int_2^d \frac{1}{x(x-5)} dx$$



PREGUNTA N° 3 (40 puntos)

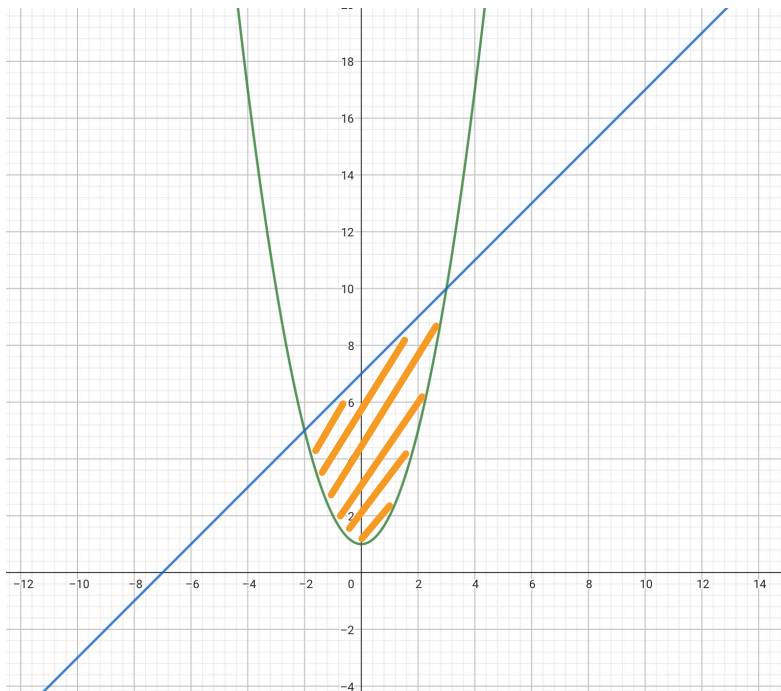
Capacidad: Razonamiento Lógico.
Objetivo : Aplicar la integral definida en la resolución de problemas de áreas de curvas definidas en coordenadas rectangulares.
Contenido: Área entre curvas

Dadas las curvas:

$$y = x^2 + 1$$

$$y = x + 7$$

a) Grafique y achure el área delimitada entre ellas.



b) Encuentre, algebraicamente, los puntos de intersección de las curvas.

$$x^2 + 1 = x + 7$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2)$$

$$x = 3$$

v

$$x = -2$$



- c) Exprese, utilizando integrales, el área de la región delimitada por ambas curvas.

$$A = \int_{-2}^3 [x + 7 - (x^2 + 1)] dx$$

- d) Calcule dicha área

$$A = \int_{-2}^3 (-x^2 + x + 6) dx$$

$$A = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 6x \right) \Big|_{-2}^3$$

$$A = \left(-9 + \frac{9}{2} + 18 \right) - \left(\frac{8}{3} + 2 - 12 \right)$$

$$A = \frac{27}{2} + \frac{22}{3}$$

$$A = \frac{125}{6} m^2$$



PREGUNTA N° 4 (20 puntos)

Capacidad: Razonamiento Lógico.

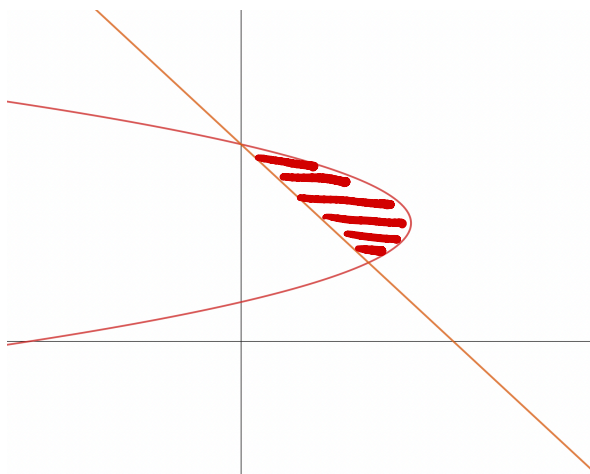
Objetivo : Aplicar la integral definida en la resolución de problemas de áreas de curvas definidas en coordenadas rectangulares.

Contenido: Área entre curvas.

Achure, encuentre algebraicamente los **puntos de intersección** y **EXPRESE**, mediante integrales, el área de la región delimitada entre las curvas:

$$x = 4 - (3 - y)^2$$

$$x = 5 - y$$



Ptos. $\cap$:

$$5 - y = 4 - (3 - y)^2$$

$$5 - y = 4 - (9 - 6y + y^2)$$

$$5 - y = 4 - 9 + 6y - y^2$$

$$y^2 - 7y + 10 = 0$$

$$(y - 5)(y - 2) = 0$$

$$y = 5$$

$$y = 2$$

$$A = \int_2^5 [4 - (3 - y)^2 - (5 - y)] dy$$