

EJERCICIOS ADICIONALES CERTAMEN 3.

1. Un agricultor que dispone de una superficie de 80 hectáreas desea programar sus actividades para el próximo semestre. Los estudios realizados indican que los cultivos técnica y económicamente posibles son trigo, maíz, alfalfa y arroz.

Dependiendo del tipo de cultivo a que está dedicada, cada hectárea tiene un rendimiento y requerimientos de capital, mano de obra y agua de riego. El capital considera las semillas, fertilizantes, etc. La mano de obra está constituida por el agricultor y sus 2 hijos que trabajan 25 días por mes, en promedio. Durante el primer trimestre, la jornada de trabajo es de hasta 8 horas por día y el segundo trimestre hasta 12 horas diarias. Los rendimientos en quintales métricos (qq) por hectárea y requerimientos por cultivo, así como el precio de venta se indican en la siguiente tabla. La mano de obra está en horas hombres (hh) por día y por hectáreas.

Cultivo	Rendimiento (qq/ha)	Precio de Venta (\$/qq)	Capital (\$/ha)	Agua 1° Trim. (m³/ha)	Agua 2° Trim. (m³/ha)	Mano Obra 1°Trim (hh/ha)	Mano Obra 2°Trim (hh/ha)
Trigo	25	10.000	1.500	600	800	1,5	2,5
Maíz	30	7.000	1.200	800	1.000	1,0	2,0
Alfalfa	20	8.000	1.000	700	800	1,5	2,0
Arroz	30	12.000	1.500	900	1.300	2,0	3,0

Formule un modelo de Programación Lineal que permita al agricultor decidir qué cantidad de hectáreas dedicar a cada cultivo de modo que el beneficio sea máximo, si dispone de un capital total de \$3.000.000, 90.000 m³ de agua de riego para el primer trimestre y 120.000 m³ para el segundo, y la hora hombre se valoriza a \$200

RESPUESTA:

Conjuntos

i= Cultivo

t= trimestre

Variables de Decisión

Xit: Hectáreas dedicadas para el cultivo i en el trimestre t (i=1,2,3,4) (t=1,2)

Función Objetivo

Maximizar

$$10.000*25(X_{11}+X_{12})+7.000*30(X_{21}+X_{22})+8.000*20(X_{31}+X_{32})+12.000*30(X_{41}+X_{42})-200*25*(1,5*X_{11}+1,0*X_{21}+1,5*X_{31}+2,0*X_{41}+2,5*X_{12}+2,0*X_{22}+2,0*X_{32}+3,0*X_{42})$$

Restricciones

Disponibilidad de Capital

$$1.500*(X_{11}+X_{12})+1.200*(X_{21}+X_{22})+1.000*(X_{31}+X_{32})+1.500*(X_{41}+X_{42})\leq 3.000.000$$

Disponibilidad de Hectáreas

$$X_{11}+X_{21}+X_{31}+X_{41}\leq 80$$

$$X_{12}+X_{22}+X_{32}+X_{42}\leq 80$$

Agua Riego Primer Trimestre

$$600*X_{11}+800*X_{21}+700*X_{31}+900*X_{41}\leq 90.000$$

Agua Riego Segundo Trimestre

$$800 \cdot X_{12} + 1.000 \cdot X_{22} + 800 \cdot X_{32} + 1.300 \cdot X_{42} \leq 120.000$$

Horas Hombre Primer Trimestre

$$(1,5 \cdot 25 \cdot X_{11} + 1,0 \cdot 25 \cdot X_{21} + 1,5 \cdot 25 \cdot X_{31} + 2,0 \cdot 25 \cdot X_{41}) \cdot 3 \leq 3 \cdot 25 \cdot 8 \cdot 3$$

Horas Hombre Segundo Trimestre

$$(2,5 \cdot 25 \cdot X_{12} + 2,0 \cdot 25 \cdot X_{22} + 2,0 \cdot 25 \cdot X_{32} + 3,0 \cdot 25 \cdot X_{42}) \cdot 3 \leq 3 \cdot 25 \cdot 12 \cdot 3$$

No Negatividad

$$X_{it} \geq 0 \quad i=1,2,3,4 \quad t=1,2$$

2. Una empresa desea determinar los proveedores que atenderán su requerimiento de un insumo dado que se necesita en las n bodegas a su cargo a lo largo del país. Asuma que se cuenta con un total de m proveedores, cada uno de los cuales está en condiciones de ofrecer a_i unidades de dicho insumo. La demanda requerida en la j -ésima bodega es de b_j unidades. Se denota por c_{ij} el costo que ofrece el proveedor i para despachar una unidad del producto hasta la bodega j .
Formule un modelo de Programación Lineal que minimice los costos de compra para atender los requerimientos dados.

RESPUESTA:

Conjuntos: (10 puntos)

i = proveedor $[1, \dots, m]$

j = bodegas $[1, \dots, n]$

Parámetros: (10 puntos)

a_i = Oferta de insumos por parte del proveedor i

b_j = demanda de insumos en la bodega j

c_{ij} = costo de despachar una unidad del insumo desde el proveedor i a la bodega j .

Variables de Decisión:

x_{ij} = unidades atendidas en la bodega j por el proveedor i

Función Objetivo. $\text{Min } \sum_{i=1, \dots, m} \sum_{j=1, \dots, n} c_{ij} x_{ij}$

Restricciones.

- restricciones de oferta: para cada $i=1, \dots, m$: $\sum_{j=1, \dots, n} x_{ij} \leq a_i$

- restricciones de demanda: para cada $j=1, \dots, n$: $\sum_{i=1, \dots, m} x_{ij} = b_j$

- restricciones de no-negatividad: $x_{ij} \geq 0$

3. Un avión de carga tiene tres compartimientos para almacenar: delantero, central y trasero. Estos compartimientos tienen límites tanto en peso como en espacio. Los datos se resumen en la siguiente tabla:

<i>Compartimiento</i>	<i>Capacidad de peso (ton)</i>	<i>Capacidad de espacio (ft³)</i>
<i>Delantero</i>	12	7.000
<i>Central</i>	18	9.000
<i>Trasero</i>	10	5.000

Más aún, para mantener el avión balanceado, cada compartimiento tiene que tener la misma proporción entre el peso de la carga usada y su capacidad de espacio. Se tienen ofertas para cuatro cargamentos en un vuelo próximo:

<i>Carga</i>	<i>Peso (ton)</i>	<i>Volumen (ft³/ton)</i>	<i>Ganancia (\$/ton)</i>
<i>1</i>	20	500	320
<i>2</i>	16	700	400
<i>3</i>	25	600	360
<i>4</i>	13	400	290

Se puede aceptar cualquier fracción de estas cargas. El objetivo es determinar qué cantidad de cada carga debe aceptarse y cómo distribuirla en los compartimientos para maximizar la ganancia del vuelo. Formule un modelo de Programación Lineal que permita enfrentar esta situación.

RESPUESTA:

Variables de Decisión:

x_{ij} = cantidad (toneladas) de la carga i transportadas en el compartimiento j
con $i=1,2,3,4$ y $j=1,2,3$.

Función Objetivo:

Max $(x_{11} + x_{12} + x_{13}) \cdot 320 + (x_{21} + x_{22} + x_{23}) \cdot 400 + (x_{31} + x_{32} + x_{33}) \cdot 360 + (x_{41} + x_{42} + x_{43}) \cdot 290$

Restricciones:

Transporte de Carga:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 20$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 16$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} \leq 25$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} \leq 13$$

Capacidad de Espacio Compartimientos:

$$500x_{11} + 700x_{21} + 600x_{31} + 400x_{41} \leq 7000$$

$$500x_{12} + 700x_{22} + 600x_{32} + 400x_{42} \leq 9000$$

$$500x_{13} + 700x_{23} + 600x_{33} + 400x_{43} \leq 5000$$

Capacidad de Tonelaje Compartimientos:

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} \leq 12$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} \leq 18$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} \leq 10$$

Balance del Avión:

$$(x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41})/7000 = (x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42})/9000$$

$$(x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41})/9000 = (x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43})/5000$$

$$(x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41})/7000 = (x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43})/5000$$

No Negatividad:

$$x_{ij} \geq 0, i=1,2,3,4 \text{ y } j=1,2,3$$

4. La compañía PELTRELAB.S.A., produce una línea de artículos de peltre para uso casero, la cual consta de cuatro productos. El sistema de manufactura se divide en cinco etapas: cortado, troquelado, esmaltado, acabado y empackado.

A continuación se presenta la información relevante, tanto del sistema productivo como del producto.

Información sobre el sistema productivo

Departamento	Índice de producción(unidades/hora)				Capacidad (horas/mes)
	Producto 1	Producto 2	Producto 3	Producto 4	
Cortado	25	6	20	10	400
Troquelado	14	8	20	10	380
Esmaltado	17	9	33	8	490
Acabado	20	4		8	450
Empacado	50	13	50	20	400

Información sobre el producto

Producto	Precio de venta (\$/unidad)	Costo de Venta (\$/unidad)	Demanda mensual (unidades)	
			Mínima	Máxima
1	100	50	500	5.000
2	300	200	750	6.000
3	160	100	650	8.000
4	250	150	0	3.500

Además, se sabe que en el siguiente mes sólo se dispondrán de 1.200 m² de la lámina que consumen los productos 1 y 2. El producto 1 requiere de 0.50 m² por unidad y el producto 2 requiere 0.80 m² por unidad.

Formule un modelo de Programación Lineal que determine los niveles de producción que permitan maximizar la utilidad de la compañía.

RESPUESTA:

Variables de Decisión

x_1 = unidades del producto 1 a fabricar el próximo mes

x_2 = unidades del producto 2 a fabricar el próximo mes

x_3 = unidades del producto 3 a fabricar el próximo mes

x_4 = unidades del producto 4 a fabricar el próximo mes

Función Objetivo

Maximizar: $x_0 = (100 - 50)x_1 + (300 - 200)x_2 + (160 - 100)x_3 + (250 - 150)x_4$

y simplificando

Maximizar: $x_0 = 50x_1 + 100x_2 + 60x_3 + 100x_4$

Restricciones

Capacidad de Producción

$(1/25)x_1 + (1/6)x_2 + (1/20)x_3 + (1/10)x_4 \leq 400$ (cortado)

$(1/14)x_1 + (1/8)x_2 + (1/20)x_3 + (1/10)x_4 \leq 380$ (troquelado)

$(1/17)x_1 + (1/9)x_2 + (1/33)x_3 + (1/8)x_4 \leq 490$ (esmaltado)

$(1/20)x_1 + (1/4)x_2 + (1/8)x_4 \leq 450$ (acabado)

$(1/50)x_1 + (1/13)x_2 + (1/50)x_3 + (1/20)x_4 \leq 400$ (empacado)

Mercado (Demanda)

$500 \leq x_1 \leq 5000$

$750 \leq x_2 \leq 6000$

$650 \leq x_3 \leq 8000$

$0 \leq x_4 \leq 3500$

Entradas (materias primas: lámina)

$0.50x_1 + 0.80x_2 \leq 1200$

No Negatividad

$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4$