

ECUACIONES DE BERNOULLI

15 de septiembre de 2023

Ecuación de Bernoulli

Definición:

Una **Ecuación de Bernoulli** es una ecuación de la forma

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)y^n$$

con $n \in \mathbb{R}$

Resolución:

Se divide por y^n obteniendo:

$$y^{-n} \frac{dy}{dx} + P(x)y^{1-n} = f(x) \quad (1)$$

Se realiza el cambio de variable $w = y^{1-n}$, de donde se obtiene: $y^{-n} \frac{dy}{dx} = \frac{1}{1-n} \cdot \frac{dw}{dx}$. Esta expresión se reemplaza en (1), obteniendo una ecuación lineal.

Ejemplos:

$$\textcircled{1} \quad \frac{dy}{dx} - y = e^x y^2$$

$$\text{Sol: } y = \frac{2}{C e^{-x} - e^x}$$

$$\textcircled{2} \quad y(6y^2 - x - 1) dx + 2x dy = 0$$

$$\text{Sol: } y = \sqrt{\frac{x}{6 + C e^{-x}}}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x + y^3 x^2}$$

$$\text{Sol: } x = \frac{4y}{C - y^4} \quad (\text{Debe resolver como } dx/dy)$$

$$\textcircled{4} \quad 2x^3 y' = y(y^2 + 3x^2)$$

$$\text{Sol: } y = \sqrt{\frac{x^3}{x + C}}$$